Internationales / International Affairs
Studienkolleg / Preparatory School

Technische Universität Berlin

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerberinnen und Studienbewerber zum Hochschulstudium im Land Berlin für naturwissenschaftliche und technische Studiengänge (Feststellungsprüfung für T-Kurse)

Physik (T-Kurs) – Prüfungsbeispiel 2

Die Prüfung besteht aus 2 Teilen mit insgesamt 6 Aufgaben.

Bitte wählen Sie <u>2 Aufgaben</u> aus dem Teil <u>Mechanik</u> (M) und <u>2 Aufgaben</u> aus dem Teil <u>Elektrizität</u> (E) zur Bearbeitung aus.

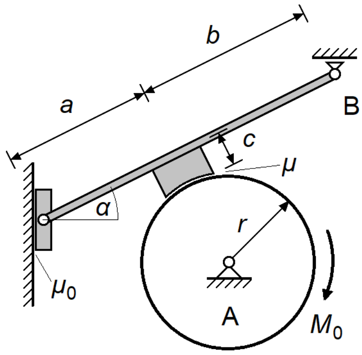
In jeder Aufgabe werden 20 Punkte vergeben.

Bearbeitungszeit:	**3 Stunden**
Erlaubte Hilfsmittel:	**Formelsammlung, Taschenrechner, Zeichengerät, einsprachiges deutsches Wörterbuch**

Aufgabe 1-M: Statik starrer Körper

Teil 1: Haftung, Reibung

Unter der Wirkung eines Antriebsmomentes M_0 dreht sich ein Rad (Radius r) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um den Punkt A. Auf das Rad drückt eine Bremsbacke (Höhe c), die fest mit einem schräg stehenden Bremshebel (Neigungswinkel α) verbunden ist. Der Bremshebel ist im Punkt B gelenkig und horizontal verschieblich gelagert, auf der anderen Seite stützt er sich mit einem flachen Gleitschuh gegen eine senkrechte Wand (Haftzahl μ_0). Die Reibzahl zwischen dem Rad und der Bremsbacke ist μ. Das Gewicht des Bremshebels ist vernachlässigbar, das System befindet sich in der gezeichneten Lage im Gleichgewicht.



a) Schneiden Sie den Bremshebel sowie das Rad frei und berechnen Sie die Reib- und die Normalkraft zwischen Rad und Bremsbacke. **(2,5 Punkte)**

b) Berechnen Sie die Normal- und die Haftkraft zwischen Gleitschuh und Wand. **(6,5 Punkte)**

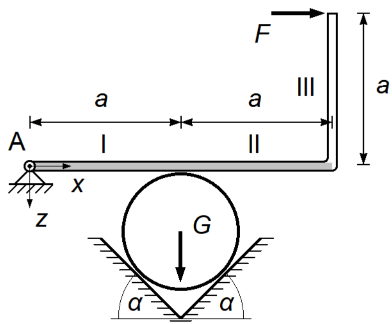
c) Wie groß muss die Haftzahl μ_0 mindestens sein, damit tatsächlich Gleichgewicht herrscht? **(1,0 Punkte)**

Gegeben:

$r = 2\sqrt{3}\,\text{m}$, $\mu = \frac{1}{6}\sqrt{3}$, $M_0 = 800\,\text{Nm}$, $\alpha = 30°$, $a = 1{,}5\,\text{m}$, $b = 2{,}5\,\text{m}$, $c = \frac{1}{5}\sqrt{3}\,\text{m}$.

Teil 2: Lagerkräfte, Schnittlasten

Eine Kugel vom Gewicht G liegt gemäß der nebenstehenden Skizze zwischen zwei schiefen Ebenen. Die Kugel wird im höchsten Punkt durch einen Winkelhebel mit den Längen $2a$ und a belastet. Der Winkelhebel (Gewicht vernachlässigbar) ist links gelenkig gelagert, rechts oben wirkt eine Kraft F in horizontaler Richtung.



a) Schneiden Sie den Winkelhebel sowie die Kugel frei und bestimmen Sie alle Kontaktkräfte an der Kugel sowie die Lagerkräfte im Punkt A. **(4,5 Punkte)**

b) Berechnen Sie die Schnittlasten in den Bereichen I und II des Winkelhebels. **(4,0 Punkte)**

c) Stellen Sie die berechneten Schnittlasten grafisch dar. **(1,5 Punkte)**

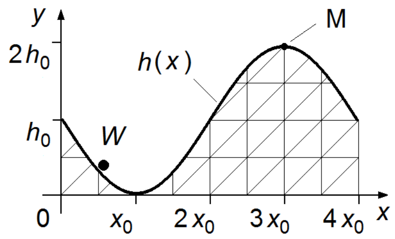
Gegeben: a, α, F, G.

Aufgabe 2-M: Kinematik

Teil 1: Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor

Der Höhenverlauf eines Achterbahn-Teilstücks lässt sich durch eine Sinusfunktion beschreiben:

$$h(x) = h_0 \left[1 - \sin\left(\frac{\pi\, x}{2\, x_0} \right) \right]$$



Zur Zeit $t = 0$ passiert ein Wagen W die Stelle $x = 0$ und bewegt sich anschließend gemäß dem Zeitgesetz $x(t) = v_0\, t$ (mit $v_0 = \text{const.}$) nach rechts.

a) Geben Sie die Koordinaten des Ortsvektors $\vec{r}_W(t)$ zum Wagen W an (ohne Zahlenwerte). **(1,0 Punkte)**

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}_W(t)$ und des Beschleunigungsvektors $\vec{a}_W(t)$ (ohne Zahlenwerte). **(3,0 Punkte)**

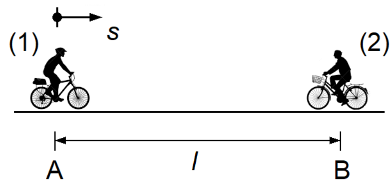
c) Berechnen Sie den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsvektor im höchsten Punkt M der Bahnkurve (mit Zahlenwerten). **(2,0 Punkte)**

d) Bestimmen Sie die Zeit t, zu der der Wagen die Position $x = 4\, x_0$ erreicht, und geben Sie den Geschwindigkeitsbetrag zu dieser Zeit an (mit Zahlenwerten). **(3,0 Punkte)**

Gegeben: $x_0 = 10\,\text{m}\,,\ h_0 = 10\,\text{m}\,,\ v_0 = 7{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}\,.$

Teil 2: Geradlinige Bewegung

Ein Radfahrer (2) biegt zur Zeit $t = 0$ im Punkt B in einen geraden Radweg ein (Länge l) und fährt dort mit konstanter Geschwindigkeit v_2 weiter. Im Punkt A steht ein Radfahrer (1), der beim Einbiegen des Radfahrers (2) mit einer konstanten Beschleunigung a_1 startet und nach der Zeit $t = t_1$ mit konstanter Geschwindigkeit weiterfährt.



a) Stellen Sie die Zeit-Weg-Gesetze für die Bewegung der Radfahrer auf. Verwenden Sie für <u>beide</u> Radfahrer ein Koordinatensystem, dessen Ursprung im Punkt A liegt. **(4,5 Punkte)**

b) Stellen Sie die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und den zurückgelegten Weg grafisch dar. Verwenden Sie für beide Radfahrer jeweils ein gemeinsames Diagramm. **(4,0 Punkte)**

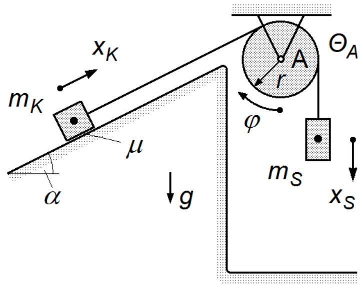
c) Berechnen Sie die Zeit und den Ort, an dem sich die Radfahrer begegnen. **(2,5 Punkte)**

Gegeben: $l = 120\,\text{m}\,,\ v_2 = 21{,}6\,\text{km}\,\text{h}^{-1}\,,\ a_1 = 1{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,,\ t_1 = 6\,\text{s}\,.$

Aufgabe 3-M: Kinetik

Teil 1: Kinetik starrer Körper

Eine Rolle (Radius r, Massenträgheitsmoment Θ_A) ist drehbar an der Decke gelagert. Über die Rolle läuft ein Seil. Das linke Ende des Seiles ist mit einer Kiste (Masse m_K) auf einer schiefen Ebene verbunden (Neigungswinkel α, Reibungskoeffizient μ). Das Seil ist parallel zur schiefen Ebene gespannt. Am rechten Ende des Seiles hängt ein Stein (Masse m_S). Der Stein bewegt sich senkrecht nach unten, gleichzeitig zieht er am Seil die Kiste schräg nach oben.



a) Schreiben Sie folgende Gleichungen auf: den Schwerpunktsatz für die Bewegung des Steins, den Schwerpunktsatz für die Bewegung der Kiste und den Drallsatz für die Bewegung der Rolle (ohne Zahlenwerte). **(4,5 Punkte)**

Der Luftwiderstand, die Dehnung und die Masse des Seiles können vernachlässigt werden.

b) Bestimmen Sie die Beschleunigung a_S des Steines (ohne Zahlenwert). **(3,5 Punkte)**

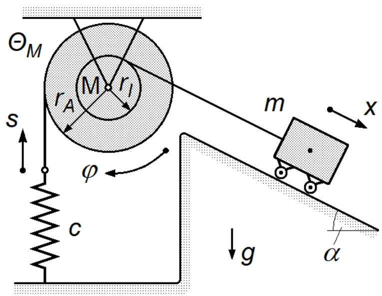
c) Wie groß muss die Masse m_S mindestens sein, damit der Stein sich tatsächlich nach unten bewegt? Geben Sie den entsprechenden Zahlenwert an. **(1,0 Punkte)**

d) Die Masse des Steines wird auf $m_S = 2\,\mathrm{kg}$ erhöht. Berechnen Sie die Kräfte, die während der Bewegung im linken und im rechten Teil des Seiles herrschen. **(2,5 Punkte)**

Gegeben: $m_K = 2\,\mathrm{kg}$, $\Theta_A = 0,09\,\mathrm{kg\,m^2}$, $r = 0,3\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $\mu = 0,2$, $\alpha = 30°$.

Teil 2: Schwingungen

Ein Wagen (Masse m) steht auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α). Vom Wagen läuft ein Seil parallel zur schiefen Ebene zum Innenrad (Radius r_I) eines drehbar gelagerten Stufenrades (Massenträgheitsmoment Θ_M). Das Außenrad (Radius r_A) ist über eine Feder (Federkonstante c) mit dem Erdboden verbunden. Der Wagen wird zunächst festgehalten, sodass die Feder bei $s = 0$ entspannt ist. Nach dem Loslassen rollt der Wagen hin und her.



a) Geben Sie an, wie die Verlängerung s der Feder und der Drehwinkel φ des Rades mit der Verschiebung x des Wagens zusammenhängen. **(2,0 Punkte)**

b) Stellen Sie mithilfe der mechanischen Grundgesetze die Schwingungsdifferentialgleichung für den Wagen auf (ohne Zahlenwerte). **(3,5 Punkte)**

Reibungskräfte, die Dehnung des Seils und die Masse von Seil und Feder können vernachlässigt werden.

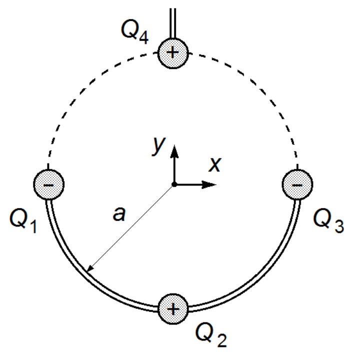
c) Wie groß muss das Massenträgheitsmoment Θ_M des Stufenrades sein, damit die Schwingungsdauer $T = 1\,\mathrm{s}$ beträgt? Geben Sie den entsprechenden Zahlenwert an. **(3,0 Punkte)**

Gegeben: $m = 2\,\mathrm{kg}$, $c = 100\,\mathrm{N\,m^{-1}}$, $r_I = 0,1\,\mathrm{m}$, $r_A = 0,2\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $\alpha = 30°$.

Aufgabe 4-E: Elektrisches Feld

Teil 1: Kräfte zwischen Punktladungen

Auf einem halbkreisförmig gebogenen Stab aus Isolatormaterial befinden sich wie gezeichnet drei kleine Metallkugeln mit den Ladungsmengen Q_1, Q_2 und Q_3. Eine vierte Metallkugel mit der Ladungsmenge Q_4 wird so über den Halbkreis gehalten, dass alle Metallkugeln symmetrisch auf einer Kreislinie mit dem Radius a angeordnet sind. In der Umgebung der Metallkugeln befindet sich Luft mit der Permittivität ε_0.



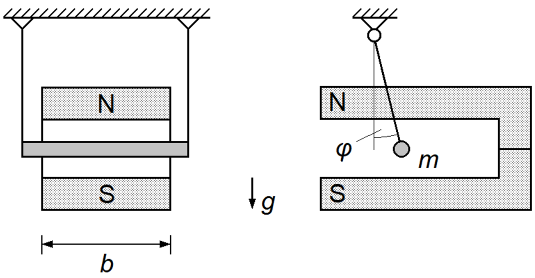
a) Stellen Sie die Kräfte, die von den Metallkugeln 1, 2 und 3 auf die Metallkugel 4 ausgeübt werden, in der Skizze qualitativ durch Pfeile dar. **(3,0 Punkte)**

b) Bestimmen Sie in vektorieller Form die resultierende Kraft $\vec{F}_{res}$, die auf die Metallkugel 4 wirkt. Verwenden Sie hierbei das eingezeichnete Koordinatensystem im Mittelpunkt des Kreises. **(9,0 Punkte)**

Gegeben:
$Q_1 = -2\,\text{nC}$, $Q_2 = 8\,\text{nC}$, $Q_3 = -1\,\text{nC}$, $Q_4 = 1\,\mu\text{C}$, $a = 5\,\text{cm}$, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\text{C}\,\text{V}^{-1}\,\text{m}^{-1}$.

Teil 2: Kräfte im magnetischen Feld

Ein Stab aus Aluminium (Masse m) hängt an zwei Drähten senkrecht nach unten und liegt wie skizziert zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten (Breite b). Wenn im Draht ein Strom mit der Stromstärke I fließt, stellen sich die Drähte schräg und schließen einen Winkel φ zur Vertikalen ein.



Vorderansicht Seitenansicht

a) Geben Sie die Richtung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ zwischen den Polen des Hufeisenmagneten an. **(1,0 Punkte)**

b) Geben Sie die Richtung an, in der der Strom I durch den Stab fließt. **(1,0 Punkte)**

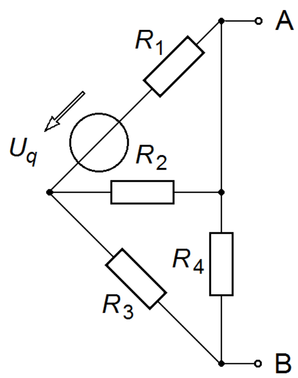
c) Bestimmen Sie den Betrag der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ zwischen den Polen des Hufeisenmagneten. **(6,0 Punkte)**

Gegeben: $b = 6\,\text{cm}$, $I = 7\,\text{A}$, $m = 8\,\text{g}$, $\varphi = 12^\circ$, $g = 10\,\text{m}\,\text{s}^2$.

Aufgabe 5-E: Gleichstromkreise

Teil 1: Ersatzspannungsquelle

Die nebenstehend skizzierte Schaltung mit einer idealen Spannungsquelle (Quellenspannung U_q) und vier Widerständen R_1 , R_2 , R_3 , R_4 wirkt bezüglich der Anschlussklemmen A und B wie eine reale Spannungsquelle.



a) Berechnen Sie die Leerlaufspannung $U_L = U_{AB}$ zwischen den Anschlussklemmen A und B. **(5,5 Punkte)**

b) Berechnen Sie den Innenwiderstand R_i und die Kurzschlussstromstärke I_K . **(5,5 Punkte)**

Hinweis: Zeichnen Sie das Netzwerk in beiden Teilaufgaben in anderer Form auf, sodass Reihen- und Parallelschaltungen deutlich erkennbar werden. Eine richtige Neuzeichnung wird mit jeweils 1 Punkt bewertet.

Gegeben: $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = R_4 = 30\,\Omega$, $U_q = 24\,\mathrm{V}$.

Teil 2: Kennlinie einer Glühbirne

Die nebenstehende Tabelle zeigt einige Messwerte für Spannung und Stromstärke an einer Glühbirne.

U/V	4	8	12	16	20	24
I/A	0,09	0,16	0,21	0,24	0,26	0,28

Die Spannungs-Stromstärke-Kennlinie dieser Glühbirne soll durch eine Potenzfunktion der Form

$$\frac{I}{I_{max}} = \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^k$$

approximiert werden.

a) Stellen Sie die Messwerte in logarithmischer Form auf kariertem Papier dar. **(4,0 Punkte)**

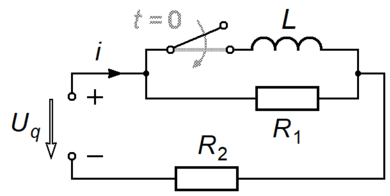
b) Approximieren Sie die Messwerte in der logarithmischen Darstellung durch eine Ausgleichsgerade und bestimmen Sie daraus einen Näherungswert für den Exponenten k der Potenzfunktion. **(2,0 Punkte)**

c) Ermitteln Sie anhand der Grenzgeraden den maximalen Fehler für den Exponenten k . **(3,0 Punkte)**

Aufgabe 6-E: Schaltvorgänge, Wechselstromkreise

Teil 1: Einschalten einer Spule

Zwei Verbraucher mit den Widerständen $R_1 = 10\,\Omega$ und $R_2 = 15\,\Omega$ sowie eine ideale Spule mit der Induktivität $L = 3\,\mathrm{H}$ sind wie gezeichnet über einen Schalter an eine ideale Spannungsquelle mit der Quellenspannung $U_q = 9\,\mathrm{V}$ angeschlossen. Der Schalter ist zunächst geöffnet.



Zur Zeit $t = 0$ wird der Schalter geschlossen.

a) Bestimmen Sie die Stromstärke $i_0 = i(0)$, die unmittelbar nach dem Schließen des Schalters aus der Spannungsquelle fließt. **(1,0 Punkte)**

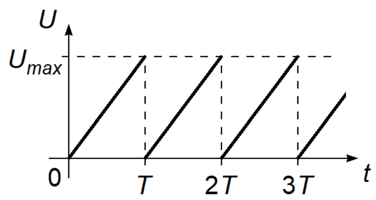
b) Bestimmen Sie die Stromstärke $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$, die lange Zeit nach dem Schließen des Schalters aus der Spannungsquelle fließt. **(1,0 Punkte)**

c) Stellen Sie mithilfe der Gesetze für elektrische Stromkreise eine Differentialgleichung für die Stromstärke $i(t)$ auf und gewinnen Sie aus der Differentialgleichung die Zeitkonstante des Schaltvorgangs. **(8,0 Punkte)**

Hinweis: Schreiben Sie zunächst alle Gleichungen einzeln auf. Kombinieren Sie diese Gleichungen anschließend so, dass die gesuchte Differentialgleichung entsteht. Verwenden Sie dabei auch die Ableitungen von Knoten- und Maschengleichungen.

Teil 2: Effektivwert, Zeigerdiagramm einer LC-Kombination

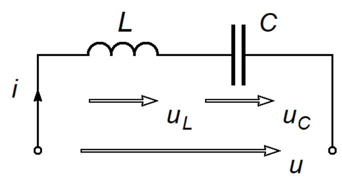
Ein Funktionsgenerator erzeugt eine so genannte Sägezahn-Spannung: Die Spannung $u(t)$ steigt während einer Zeit T linear von null auf einen Wert U_{max} an, springt dann wieder auf null zurück und wiederholt sich anschließend periodisch.



a) Geben Sie die Funktionsgleichung für $u(t)$ im Intervall $0 \leq t < T$ an. **(1,0 Punkte)**

b) Bestimmen Sie Mittelwert und Effektivwert der Sägezahn-Spannung. **(3,0 Punkte)**

Eine Reihenschaltung besteht aus einer idealen Spule mit der Induktivität $L = 20\,\mathrm{mH}$ und einem idealen Kondensator mit der Kapazität $C = 5\,\mu\mathrm{F}$. In der Reihenschaltung fließt ein sinusförmiger Wechselstrom mit der Amplitude $\hat{\imath} = 0,05\,\mathrm{A}$, der Frequenz $f = 800\,\mathrm{Hz}$ und dem Nullphasenwinkel $\varphi_0 = 0°$.



c) Bestimmen Sie die Amplituden der Spannungen u_L, u_C und u. **(3,0 Punkte)**

d) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für den Wechselstrom i und die Wechselspannungen u_L, u_C und u. **(3,0 Punkte)**

Internationales / International Affairs
Studienkolleg / Preparatory School

Technische
Universität
Berlin

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerberinnen und Studienbewerber zum Hochschulstudium im Land Berlin für naturwissenschaftliche und technische Studiengänge (Feststellungsprüfung für T-Kurse)

Physik (T-Kurs) – Prüfungsbeispiel 2

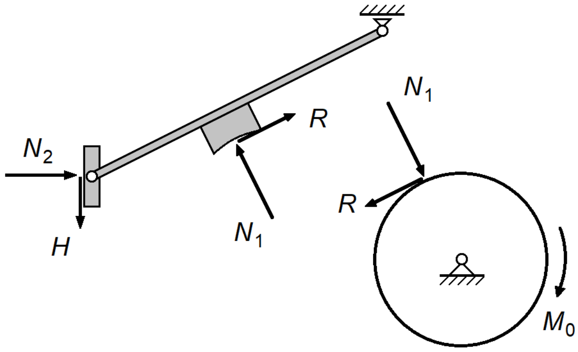
Ergebnisse (ohne Gewähr)

Aufgabe 1-M / Teil 1:

a) *System Rad:*

$$R\,r = M_0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{M_0}{r} = \frac{400}{\sqrt{3}}\,\mathrm{N}$$

$$N_1 = \frac{R}{\mu} = 800\,\mathrm{N}$$



b) *System Bremshebel:*

$$N_2 + R\,\cos(\alpha) - N_1\,\sin(\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \quad N_2 = N_1\,\sin(\alpha) - R\,\cos(\alpha) = 200\,\mathrm{N}$$

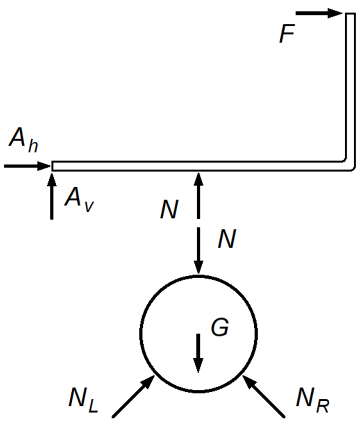
$$N_2\,(a+b)\sin(\alpha) + H\,(a+b)\cos(\alpha) + R\,c - N_1\,b = 0$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{N_1\,b - R\,c}{(a+b)\cos(\alpha)} - N_2\,\tan(\alpha) \approx 438,8\,\mathrm{N}$$

c) $H \leq \mu_0\,N_2 \quad \Rightarrow \quad \mu_0 \geq \dfrac{H}{N_2} \approx 2,2$

Aufgabe 1-M / Teil 2:

a)



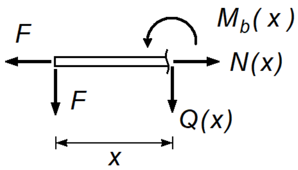
$$-F\,a + N\,a = 0 \quad \Rightarrow \quad N = F$$

$$A_v = -N = -F \quad , \quad A_h = -F$$

$$N_L = N_R = \frac{N+G}{2\,\cos(\alpha)}$$

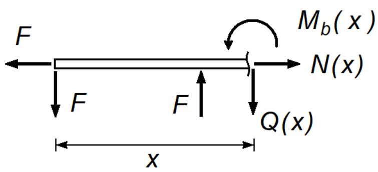
b) $0 < x < a$:

$$N(x) = F$$
$$Q(x) = -F$$
$$M_b(x) = -F\,x$$

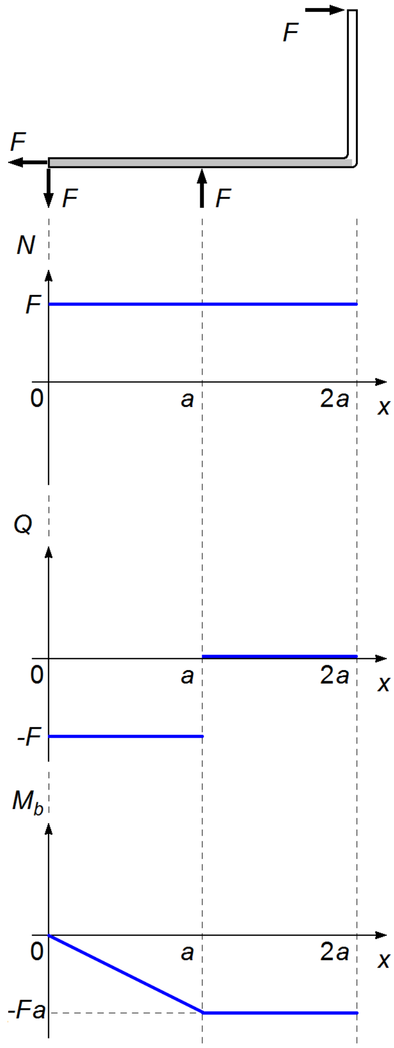


$a < x < 2\,a$:

$$N(x) = F$$
$$Q(x) = 0$$
$$M_b(x) = -F\,a$$



c)



Aufgabe 2-M / Teil 1:

a) $\vec{r}_W(t) = \begin{pmatrix} v_0\, t \\ h_0 \left[1 - \sin\left(\pi\, v_0\, t/(2\, x_0)\right)\right] \end{pmatrix}$

b) $\vec{v}_W(t) = \dot{\vec{r}}_W(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ -h_0\, \dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0} \cos\left(\pi\, v_0\, t/(2\, x_0)\right) \end{pmatrix}$

$\vec{a}_W(t) = \dot{\vec{v}}_W(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ h_0 \left(\dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0}\right)^2 \sin\left(\pi\, v_0\, t/(2\, x_0)\right) \end{pmatrix}$

c) $v_0\, t_M = 3\, x_0$

$\vec{v}_W(t_M) = \begin{pmatrix} v_0 \\ -h_0\, \dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0} \cos(3\,\pi/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{m\,s^{-1}}$

$\vec{a}_W(t_M) = \begin{pmatrix} 0 \\ h_0 \left(\dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0}\right)^2 \sin(3\,\pi/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -h_0 \left(\dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0}\right)^2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ -13,88 \end{pmatrix} \mathrm{m\,s^{-2}}$

d) $t_E = \dfrac{4\, x_0}{v_0} \approx 5,33\,\mathrm{s}$

$\vec{v}_W(t_E) = \begin{pmatrix} v_0 \\ -h_0\, \dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0} \cos(2\,\pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \\ -h_0\, \dfrac{\pi\, v_0}{2\, x_0} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 7,5 \\ -11,78 \end{pmatrix} \mathrm{m\,s^{-1}}$

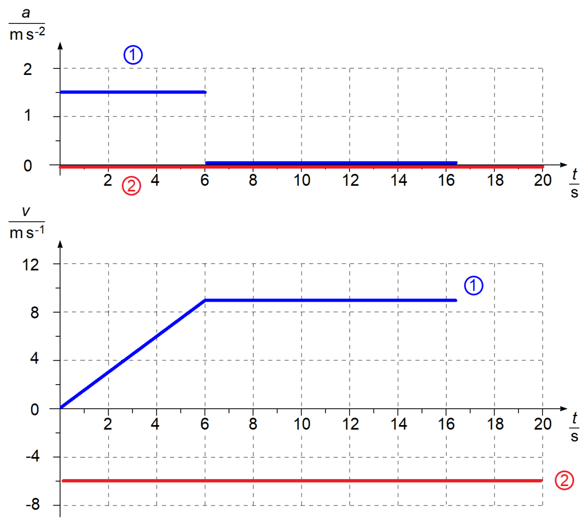
$|\vec{v}_W(t_E)| \approx 13,97\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

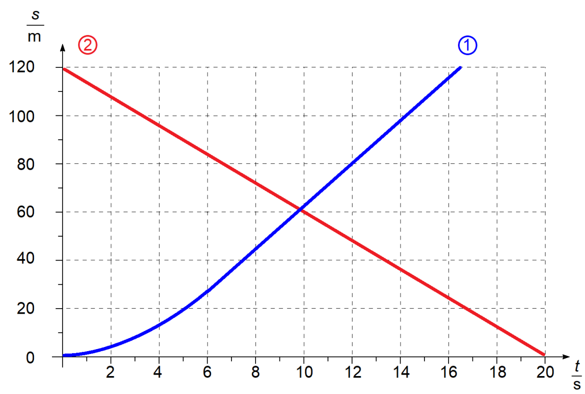
Aufgabe 2-M / Teil 2:

a) $s_1(t) = \begin{cases} a_1\, t^2/2\,, & 0 < t < t_1 \\ v_1\,(t - t_1) + s_1\,, & t > t_1 \end{cases}$, $v_1 = a_1\, t_1 = 9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $s_1 = \dfrac{1}{2}\, a_1\, t_1^2 = 27\,\mathrm{m}$

$s_2(t) = l - v_2\, t$, $v_2 = 6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

b)

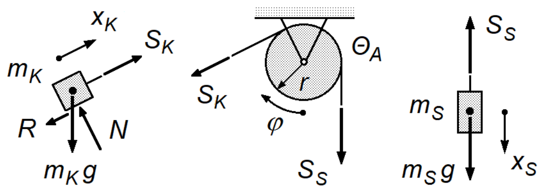




c) $s_1(t_B) = s_2(t_B)$ für $t_B > t_1 \quad \Rightarrow \quad v_1\,(t_B - t_1) + s_1 = l - v_2\, t_B$

$\Rightarrow \quad t_B = \dfrac{l + v_1\, t_1 - s_1}{v_1 + v_2} = 9,8\,\mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad s_B = s_2(t_B) = l - v_2\, t_B = 61,2\,\mathrm{m}$

Aufgabe 3-M / Teil 1:



a) $m_K \ddot{x}_K = -R - m_K\, g\, \sin(\alpha) + S_K \qquad (1)$

$0 = N - m_K\, g\, \cos(\alpha)$

$m_S \ddot{x}_S = m_S\, g - S_S \qquad (2)$

$\Theta_A \ddot{\varphi} = S_S\, r - S_K\, r \qquad (3)$

b) (1) + (2) + (3)/r mit $R = \mu N = \mu\, m_K\, g\, \cos(\alpha)$ und $\varphi = x_S/r$, $x_K = x_S$:

$$\left(m_K + m_S + \frac{\Theta_A}{r^2}\right)\ddot{x}_S = \Big(m_S - m_K\,(\mu\,\cos(\alpha) + \sin(\alpha))\Big)g$$

$$\Rightarrow \quad a_S = \ddot{x}_S = \frac{m_S - m_K\,(\mu\,\cos(\alpha) + \sin(\alpha))}{m_K + m_S + \Theta_A/r^2}\,g$$

c) $m_S \geq m_K\,(\mu\,\cos(\alpha) + \sin(\alpha)) \approx 1,35\,\mathrm{kg}$

d) $a_S \approx 1,31\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

$$\Rightarrow \quad S_S = m_S\,(g - a_S) \approx 17,39\,\mathrm{N}$$

$$\Rightarrow \quad S_K = m_K\Big(a_S + (\mu\,\cos(\alpha) + \sin(\alpha))\,g\Big) = S_S - \frac{\Theta_A}{r^2}\,a_S \approx 16,08\,\mathrm{N}$$

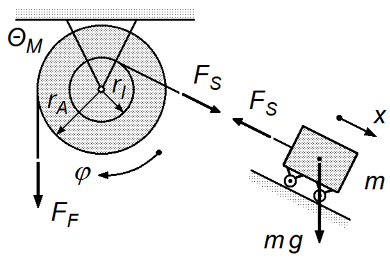
Aufgabe 3-M / Teil 2:

a) $\varphi = \dfrac{x}{r_I} \quad , \quad s = \dfrac{r_A}{r_I}\,x$

b) $m\,\ddot{x} = m\,g\,\sin(\alpha) - F_S \qquad (1)$

$\Theta_M\,\ddot{\varphi} = F_S\,r_I - F_F\,r_A \qquad (2)$

(1) + (2)/r_I mit $F_F = c\,s$ und a):



$$\left(m + \frac{\Theta_M}{r_I^2}\right)\ddot{x} = m\,g\,\sin(\alpha) - c\left(\frac{r_A}{r_I}\right)^2 x$$

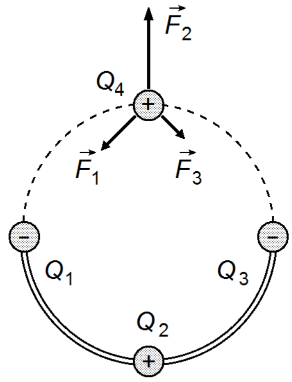
$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{c\,(r_A/r_I)^2}{m + \Theta_M/r_I^2}\,x = \frac{m\,g\,\sin(\alpha)}{m + \Theta_M/r_I^2}$$

c) $\omega^2 = \dfrac{c\,(r_A/r_I)^2}{m + \Theta_M/r_I^2} = \dfrac{4\,\pi^2}{T^2}$

$$\Rightarrow \quad \Theta_M = r_I^2\left(\frac{c\,T^2\,(r_A/r_I)^2}{4\,\pi^2} - m\right) \approx 0,0813\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Aufgabe 4-E / Teil 1:

a)



b)

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r_1^2} \quad , \quad r_1 = \sqrt{2}\,a \approx 7,07\,\mathrm{cm}$$

$$\Rightarrow \quad E_1 \approx 3596\,\mathrm{N\,C^{-1}}$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r_2^2} \quad , \quad r_2 = 2\,a = 10\,\mathrm{cm}$$

$$\Rightarrow \quad E_2 \approx 7193\,\mathrm{N\,C^{-1}}$$

$$E_3 = \frac{|Q_3|}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r_3^2} \quad , \quad r_3 = \sqrt{2}\,a \approx 7,07\,\mathrm{cm}$$

$$\Rightarrow \quad E_3 \approx 1798\,\mathrm{N\,C^{-1}}$$

$$\vec{F}_1 = Q_4\,\vec{E}_1 = \begin{pmatrix} -Q_4\,E_1\,\cos(45^\circ) \\ -Q_4\,E_1\,\sin(45^\circ) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -2,54 \\ -2,54 \end{pmatrix}\mathrm{mN}$$

$$\vec{F}_2 = Q_4\,\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ Q_4\,E_2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 7,19 \end{pmatrix}\mathrm{mN}$$

$$\vec{F}_3 = Q_4\,\vec{E}_3 = \begin{pmatrix} E_3\,\cos(45^\circ) \\ -E_3\,\sin(45^\circ) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1,27 \\ -1,27 \end{pmatrix}\mathrm{mN}$$

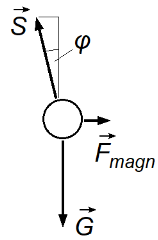
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -1,27 \\ 3,38 \end{pmatrix}\mathrm{mN}$$

Aufgabe 4-E / Teil 2:

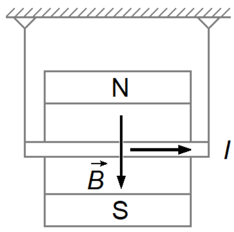
c) $S_x = F_{magn} = I\,b\,B \quad , \quad S_y = G = m\,g$

$$\frac{S_x}{S_y} = \tan(\varphi) = \frac{I\,b\,B}{m\,g}$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{m\,g\,\tan(\varphi)}{I\,b} \approx 0,04\,\mathrm{T}$$

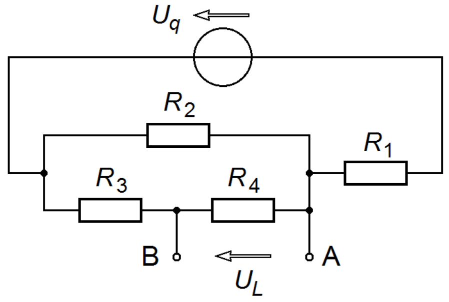


a)
b)



Aufgabe 5-E / Teil 1:

a)



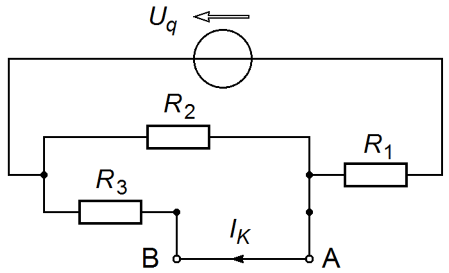
$$R_{1234} = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{R_2\,(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 25\,\Omega$$

$$U_L = U_{AB} = U_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_4}\,U_{34}$$

$$= \frac{R_3}{R_3 + R_4}\,(U_q - U_1) = \frac{R_3}{R_3 + R_4}\,(U_q - I_1\,R_1)$$

$$= \frac{R_3}{R_3 + R_4}\,U_q\left(1 - \frac{R_1}{R_{1234}}\right) = 7,2\,\mathrm{V}$$

b) Variante 1: Zuerst I_K , dann R_i



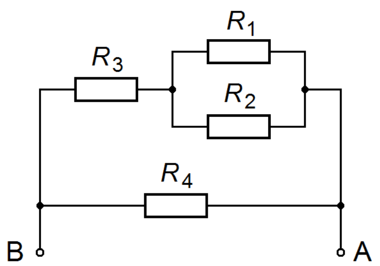
$$R_{123} = R_1 + \frac{R_2\,R_3}{R_2 + R_3} = 22\,\Omega$$

$$I_K = I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{1}{R_3}\,(U_q - U_1)$$

$$= \frac{1}{R_3}\,(U_q - I_1\,R_1) = \frac{U_q}{R_3}\left(1 - \frac{R_1}{R_{123}}\right) \approx 0,436\,\mathrm{A}$$

$$\Rightarrow \quad R_i = \frac{U_L}{I_K} = 16,5\,\Omega$$

Variante 2: Zuerst R_i , dann I_K



$$R_i = R_{1234} = \frac{R_4\,R_{123}}{R_4 + R_{123}} = \frac{R_4\left(R_3 + \dfrac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2}\right)}{R_4 + R_3 + \dfrac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$= 16,5\,\Omega$$

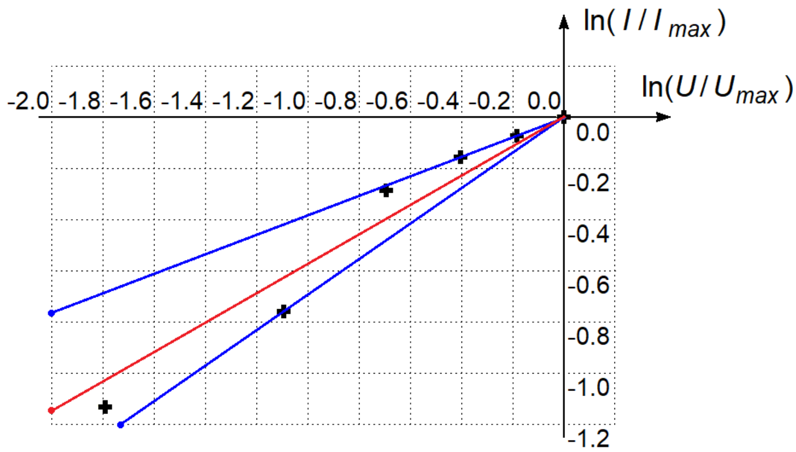
$$\Rightarrow \quad I_K = \frac{U_L}{R_i} \approx 0,436\,\mathrm{A}$$

Aufgabe 5-E / Teil 2:

a)

U/V	4	8	12	16	20	24
$\ln(U/U_{max})$	- 1,792	- 1,098	- 0,693	- 0,405	- 0,182	0,000
I/A	0,09	0,16	0,21	0,24	0,26	0,28
$\ln(I/I_{max})$	- 1,135	-0,560	-0,288	-0,154	- 0,074	0,000

$$\ln\left(\frac{I}{I_{max}}\right) = k\,\ln\left(\frac{U}{U_{max}}\right)$$



b) $k = \dfrac{-1,14}{-2,0} = 0,57$

c) $k_{min} = \dfrac{-0,76}{-2,0} = 0,38$

$k_{max} = \dfrac{-1,2}{-1,74} = 0,69$

$\Rightarrow \quad (\Delta k)_{max} = 0,19$

Aufgabe 6-E / Teil 1:

a) $i_0 = \dfrac{U_q}{R_1 + R_2} = 0,36\,\mathrm{A}$

b) $i_\infty = \dfrac{U_q}{R_2} = 0,6\,\mathrm{A}$

c) $i(t) = i_1(t) + i_L(t) \quad , \quad u_L(t) + u_2(t) = U_q \quad , \quad u_1(t) + u_2(t) = U_q$

$u_1(t) = R_1\, i_1(t) \quad , \quad u_2(t) = R_2\, i(t) \quad , \quad u_L(t) = L\, \dot{i}_L(t)$

$$\Rightarrow \quad L\, \dot{i}_L(t) + R_2\, i(t) = U_q \quad , \quad \dot{i}_L(t) = \dot{i}(t) - \dot{i}_1(t) \quad , \quad R_1\, \dot{i}_1(t) + R_2\, \dot{i}(t) = 0$$

$$\Rightarrow \quad L \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \dot{i}(t) + R_2\, i(t) = U_q \quad \text{oder} \quad L \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \dot{i}(t) + i(t) = \frac{U_q}{R_2}$$

$$\Rightarrow \quad T = L \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = 0,5\,\mathrm{s}$$

Aufgabe 6-E / Teil 2:

a) $u(t) = \dfrac{U_{max}}{T}\, t$

b) $u_m = U_{max}/2$

$$u_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}t = \frac{U_{max}^2}{T^3} \int_0^T t^2\,\mathrm{d}t = \frac{U_{max}^2}{3} \quad \Rightarrow \quad u_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{3}}$$

c) $\widehat{u}_L = 2\,\pi\, f\, L\, \widehat{\imath} \approx 5,0\,\mathrm{V} \quad , \quad \widehat{u}_C = \dfrac{1}{2\,\pi\, f\, C}\, \widehat{\imath} \approx 2,0\,\mathrm{V} \quad , \quad \widehat{u} = \widehat{u}_L - \widehat{u}_C \approx 3,0\,\mathrm{V}$

d)