JfB (2005) 55: 209–241
DOI 10.1007/s11301-005-0017-9

STATE-OF-THE-ART-ARTIKEL

Frank Heinemann

Die Theorie globaler Spiele: Private Information als Mittel zur Vermeidung multipler Gleichgewichte

Eingegangen: 20. Oktober 2004 / Angenommen: 2. August 2005
© Wirtschaftsuniversität Wien, Austria 2005

Zusammenfassung Investitionsentscheidungen mit Netzwerkeffekten, Refinanzierung illiquider Unternehmen und spekulative Attacken sind typische Beispiele für Koordinationsspiele mit multiplen Gleichgewichten. Durch Berücksichtigung privater Informationen ermöglicht die Theorie globaler Spiele unter bestimmten Umständen ein eindeutiges Gleichgewicht zu ermitteln. Dieser Beitrag gibt eine Einführung in die Theorie globaler Spiele und zeigt, dass die Eindeutigkeit des Gleichgewichts voraussetzt, dass die Spieler über hinreichend präzise private Information verfügen. Öffentliche Informationen können hingegen zu Multiplizität und somit zu erwartungsgetriebenen Sprüngen zwischen verschiedenen Gleichgewichten führen. Hieraus lassen sich Kriterien für optimale Informationsmechanismen ableiten. So zeigt sich beispielsweise, dass eine gut informierte Zentralbank die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken minimiert, wenn sie ihre Informationen jedem Akteur individuell mit möglichst geringer ideosynkratischer Verzerrung weitergibt.

Schlüsselwörter Informationspolitik · Koordinationsspiele · multiple Gleichgewichte · Netzwerkeffekte · private Information · öffentliche Information · spekulative Attacken

Abstract Investment decisions with network effects, refinancing illiquid firms, and speculative attacks are typical examples for coordination games with multiple equilibria. By introducing private information about payoff relevant parameters, the theory of global games embeds such coordination games in a stochastic environment, in which the game may have a unique equilibrium. This paper provides an introduction to the theory of global games and shows that it delivers a unique equilibrium if private information is sufficiently precise, while public information

F. Heinemann (✉)
LMU, Ludwigstr. 28/RG, 80539 München, Deutschland
E-mail: frank.heinemann@lrz.uni-muenchen.de

may lead to equilibria with self-fulfilling beliefs. This implies some criteria for optimal mechanisms of information dissemination. For example, a well-informed central bank can minimize the prior probability of currency crises by committing to provide information to private actors with small idiosyncratic errors.

Keywords Global games

JEL classifications C72 · D82 · E58

1 Einleitung

Viele betriebs- und volkswirtschaftliche Problemstellungen lassen sich als Koordinationsspiele mit multiplen Gleichgewichten modellieren. Beispiele hierfür sind Investitionen in Netzwerktechnologien, Markteinführung von Netzwerkgütern, Refinanzierung illiquider Unternehmen, Standortentscheidungen, Wettbewerb zwischen Handelsplattformen, Bewertung von Kreditausfallrisiken, Preissetzung bei monopolistischer Konkurrenz sowie Wertpapierpreisblasen und spekulative Attacken. Die Gemeinsamkeit dieser Situationen liegt in der strategischen Komplementarität: Die Aktionen der Spieler lassen sich so ordnen, dass eine „höhere“ Aktion um so vorteilhafter ist, je „höher“ die durchschnittliche Aktion der anderen Spieler ist.

Die Investition in ein Netzwerk lohnt sich um so mehr, je mehr andere Firmen in das gleiche Netzwerk investieren. Betrachten wir beispielsweise die Einführung einer neuen Business Software: Je mehr Unternehmen die gleiche Software benutzen, desto wahrscheinlicher sind neue Mitarbeiter mit dieser Software vertraut und desto geringer sind die zu erwartenden Kosten, die für das Anlernen neuer Mitarbeiter aufgewandt werden müssen. Auch Skalenvorteile bei der Abwicklung von Geschäften mit Vertragspartnern steigen mit der Zahl der Geschäftspartner, die die gleiche Software benutzen. Für ein einzelnes Unternehmen mag es sich nicht lohnen, die neue Software einzuführen. Wenn jedoch hinreichend viele andere Unternehmen das gleiche Programm verwenden, dann verspricht es profitabel zu sein. Unter der Voraussetzung, dass alle betrachteten Unternehmen symmetrisch sind, gibt es in dieser Situation zwei Gleichgewichte in reinen Strategien: (1) Alle Unternehmen führen die Software ein, (2) kein Unternehmen führt die Software ein. Darüber hinaus existiert ein instabiles gemischtes Gleichgewicht, in dem gerade so viele Unternehmen die Software einführen, dass alle indifferent sind.

Ähnlich ist die Situation bei der Refinanzierung eines illiquiden aber im Grunde solventen Unternehmens. Ziehen viele Kreditgeber ihre Kredite zurück, steigen die Refinanzierungskosten und können das Unternehmen dadurch in die Insolvenz treiben. Werden die Kredite verlängert, bleiben die Kosten geringer und das Unternehmen kann seine Forderungen erfüllen. Die Verlängerung der Kredite lohnt sich genau dann, wenn hinreichend viele andere Gläubiger ihre Kredite verlängern. Auch hier liegen also multiple Gleichgewichte vor. Multiple Gleichgewichte gehen einher mit sich selbst erfüllenden Erwartungen und verursachen mannigfaltige Probleme bei der komparativen Statik aber auch bei der entscheidungstheoretischen Begründung der entsprechenden Vorhersagen.

In jüngster Zeit hat eine neue Methode zur Lösung von Koordinationsspielen Aufsehen erregt, da sie einerseits unter recht allgemeinen Bedingungen zu eindeutigen Gleichgewichten führt, andererseits dem Konzept des Nash–Gleichgewichts in Bezug auf entscheidungstheoretische Plausibilität weit überlegen ist. In Koordinationsspielen können multiple Gleichgewichte vermieden werden, wenn Unsicherheit und private Information über payoff–relevante Parameter eingeführt werden. Die Zahl der Gleichgewichte hängt von den gewählten Verteilungsfunktionen ab. Sind diese so beschaffen, dass die Varianz der privaten Information hinreichend klein ist im Vergleich zur Varianz der a–priori–Verteilung der betreffenden Parameter, so ist das Gleichgewicht eindeutig.

Die Einführung von Stochastik und privater Information kann man auch so auffassen, dass das ursprüngliche nichtstochastische Spiel aus einer Klasse von Spielen, die sich in Auszahlungsparametern unterscheiden, zufällig ausgewählt wird. Da die Spieler nicht vollständig über die Parameter informiert sind, wissen sie nicht genau, welches dieser Spiele sie spielen. Folglich werden ihre Strategien von allen Spielen in der betrachteten Klasse beeinflusst, sowie von den Wahrscheinlichkeiten, mit denen diese Spiele ausgewählt worden sein könnten. Der Spielrahmen bettet die nichtstochastische Welt in eine Menge möglicher Welten ein. Daher werden Spiele, in denen die Auszahlungsfunktion einem Zufallsprozess unterliegt und die Spieler jeweils private Information über die tatsächliche Auszahlungsfunktion besitzen, als *global games* bezeichnet.

In einer Reihe von Arbeiten, beginnend mit Carlsson und van Damme (1993a,b), konnte in den letzten Jahren gezeigt werden, dass die geschickte Einbettung eines Spiels mit multiplen Gleichgewichten in ein *global game* ein eindeutiges Gleichgewicht herbeiführen kann. Mit der Anwendung auf ein Modell spekulativer Attacken haben Morris und Shin (1998) eine breite Schicht von Ökonomen verschiedener Spezialisierungen auf die Methode der *global games* aufmerksam gemacht. Morris und Shin (2003) bieten einen exzellenten Überblick über die spieltheoretischen Grundlagen dieses Verfahrens.

In der vorliegenden Arbeit wird die Methode der globalen Spiele auf einfache Weise erklärt. Es werden die Bedingungen dargestellt, die ein Modell erfüllen muss, damit multiple Gleichgewichte durch die Einbettung in ein globales Spiel vermieden werden. Insoweit richtet sich die Arbeit auch an potenzielle Anwender, die auf anderen Forschungsgebieten mit multiplen Gleichgewichten kämpfen.

Es werden aber auch die Grenzen der Methode deutlich aufgezeigt und diskutiert. Die Eindeutigkeit des Gleichgewichts erfordert gewisse Annahmen an die Verteilungsfunktionen, die sich als Qualität öffentlicher und privater Information interpretieren lassen. Es wird gezeigt, welche Rolle diese Informationsarten bei der Ermittlung eindeutiger Gleichgewichte spielen und warum öffentliche Information zu Multiplizität und damit zu erwartungsgetriebenen Instabilitäten führen kann. Die Ergebnisse dieser Analyse werfen die Frage auf, ob und wie eindeutige und möglichst effiziente Gleichgewichte durch Konstruktion geeigneter Informationsmechanismen implementiert werden können.

Im nächsten Abschnitt wird die Methode der globalen Spiele am Beispiel einer einfachen Investitionsentscheidung weitgehend verbal beschrieben. Eine genauere formale Analyse folgt im Abschnitt 3. Abschnitt 4 diskutiert die Rolle öffentlicher und privater Information. Es wird gezeigt, warum eine geringe Varianz der privaten Information Eindeutigkeit garantiert, während öffentliche Information multiple Gleichgewichte hervorrufen und damit destabilisierend wirken kann. Verschiedene grafische Darstellungen erlauben einen intuitiven Einblick in die Wirkungsweise privater und öffentlicher Information. Abschnitt 5 präsentiert als Anwendungsbeispiel ein Modell spekulativer Attacken. Abschnitt 6 zeigt, wie die Zentralbank als Prinzipal die Informationen der privaten Wirtschaftssubjekte beeinflussen kann, um durch Konstruktion eines geeigneten Informationsmechanismus multiple Gleichgewichte zu verhindern und die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken zu minimieren. Der letzte Abschnitt dieser Arbeit bietet eine Übersicht über die neuesten Forschungsergebnisse zur Robustheit der Gleichgewichtsauswahl durch globale Spiele und über die bisherigen Anwendungen.

2 Gleichgewichtsauswahl durch private Information

Die Problemstellung lässt sich am einfachsten anhand des Problems einer Investition mit Netzwerkeffekt darstellen. Zwei Spieler müssen unabhängig voneinander entscheiden, ob sie eine Geldeinheit investieren oder nicht. Der Nettoertrag der Investition ist $\theta - 1$, wenn nur ein Spieler investiert. Wenn beide Spieler investieren, erhält jeder einen Nettoertrag von θ. Ein Spieler, der nicht investiert, erhält die Auszahlung 0. Der aus dem Netzwerkeffekt entstehende zusätzliche Ertrag ist somit auf 1 normiert, während der Parameter θ den Nettoertrag einschließlich des Netzwerkeffektes bezeichnet.

		Spieler 2	
		Invest	Not–Invest
Spieler 1	Invest	θ θ	$\theta - 1$ 0
	Not–Invest	0 $\theta - 1$	0 0

Abb. 1 Auszahlungsmatrix des Investitionsspiels

Falls $\theta > 1$, lohnt es sich zu investieren, unabhängig davon, ob der andere Spieler auch investiert. Hier lohnt sich die Investition bereits ohne Berücksichtigung des Netzwerkeffektes. Für $\theta < 0$ lohnt sich die Investition selbst dann nicht, wenn der Netzwerkeffekt zur Geltung kommt. Für $0 < \theta < 1$ lohnt sich die Investition dann und nur dann, wenn der andere Spieler ebenfalls investiert. Hier ist der Netzwerkeffekt das entscheidende Kriterium für die Investitionsbereitschaft. Für diese Parameterwerte existieren zwei Gleichgewichte in reinen Strategien: Wenn beide investieren, lohnt es sich für beide; wenn keiner investiert, lohnt es sich für keinen. Die Theorie erlaubt in diesen Fällen keine Vorhersage und gibt auch keinen überzeugenden Weg vor, komparativ statische Aussagen zu treffen, welche Änderung des Investitionsverhaltens durch Änderungen von θ herbeigeführt werden.

Für dieses Spiel haben Carlsson und van Damme (1993a) ein Lösungskonzept entwickelt[1], das als „global game solution“ bezeichnet wird, und dessen Charme darin besteht, durch den Verzicht auf eine ohnehin unplausible Annahme eine eindeutige Vorhersage treffen zu können. Die Multiplizität der Gleichgewichte in dem oben beschriebenen Spiel beruht auf common knowledge des Ertrags einer Investition. Jeder Spieler kennt θ und weiß, dass der andere θ kennt, dass der auch weiß, dass man selbst θ kennt, u.s.w. Allen ist bewusst, dass sie über dasselbe Wissen verfügen.

In realen Entscheidungssituationen hingegen sind die meisten Unternehmen unsicher über den Ertrag einer Investition und bilden sich Erwartungen, die auf Marktanalysen und Erfahrungen beruhen. Dabei werden verschiedene Unternehmen in der Regel zu unterschiedlichen Einschätzungen gelangen. Doch selbst wenn zwei Unternehmen die Profitabilität einer Investition exakt gleich beurteilen sollten, besteht Unsicherheit über die Einschätzung des jeweils anderen Unternehmens.

Common knowledge ist in der Realität schwer herzustellen. Die Annahme wird vor allem deshalb benutzt, weil sie die Bestimmung von Gleichgewichten vereinfacht und weil der Verzicht auf sie die Menge der Gleichgewichte weiter vergrößern und Vorhersagen noch unpräziser machen würde: Wenn die Erwartungen eines Spielers über die Erwartungen des jeweils anderen Spielers völlig arbiträr sein könnten, dann wäre für $0 < \theta < 1$ auch jede Kombination von Entscheidungen möglich, bei der ein Spieler investiert und der andere nicht.

Carlsson und van Damme (1993a,b) nehmen an, dass die Spieler nur unvollständig über θ informiert sind. Die Spieler erhalten private Signale x^1 und x^2, die als unabhängige Zufallsvariablen um θ verteilt sind. Diese Signale können wir als die Ergebnisse individueller Marktanalysen interpretieren. Aufgrund der Unabhängigkeit, weiß Spieler 1 nicht exakt, welches Ergebnis die Analysen des Spielers 2 ergeben haben; es besteht kein common knowledge mehr. Damit entfällt eine wichtige Gleichgewichtsbedingung. Die Annahme einer konkreten Wahrscheinlichkeitsverteilung der privaten Signale führt jedoch zu einer neuen, wesentlich stärkeren Gleichgewichtsbedingung. Jeder Spieler gewichtet den erwarteten Ertrag der Investition in den beiden möglichen Fällen mit den auf sein Signal bedingten Wahrscheinlichkeiten dafür, dass der andere Spieler investiert bzw. nicht investiert.

Wenn die Marktanalyse ein sehr schlechtes Signal abgibt, dann wird die Investition selbst dann als nicht lohnenswert eingestuft, wenn der andere Spieler investieren würde. Nicht zu investieren ist hier die dominante Strategie. Bei etwas besseren Signalen ist der erwartete Gewinn gering, wenn der andere investiert, der Verlust aber sehr hoch, falls der andere nicht investiert. Die Investition kann sich nur dann lohnen, wenn der andere Spieler mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit investiert. Da der andere jedoch mit großer Wahrscheinlichkeit ein schlechteres Signal erhalten hat, bei dem nicht zu investieren eine dominante Strategie ist, lohnt sich die Investition auch bei etwas besseren Signalen nicht. Wenn jeder Spieler die gleiche Überlegung anstellt und weiß, dass der andere genauso rational ist, erscheint die Investition auch bei weiter steigenden Signalen nicht profitabel, solange die für einen positiven erwarteten Nettoertrag nötige Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere investiert, größer ist, als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er ein mindestens ebenso gutes Signal bekommt.

[1] Eine Verallgemeinerung der Resultate findet sich in Carlson und van Damme (1993b).

Entsprechend lässt sich auch für gute Signale argumentieren. Wenn die Marktanalyse zu dem Ergebnis kommt, das sich die Investition sogar dann lohnt, wenn der Netzwerkeffekt nicht realisiert werden kann, dann ist Investieren die dominante Strategie. Wenn es Signale gibt, für die Investieren eine dominante Strategie ist, dann ist es für etwas schlechtere Signale immer noch sehr wahrscheinlich, dass der andere investiert (weil dessen Marktanalysen besser ausgefallen sein können), so dass sich die Investition auch hier lohnt. Wenn dies von beiden erkannt wird, investieren sie für alle Signale, bei denen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere ein mindestens ebenso gutes Signal bekommt und damit investiert, größer ist als die für einen positiven erwarteten Nettoertrag benötigte Investitionswahrscheinlichkeit.

Die hier beschriebene Argumentationskette entspricht der iterativen Elimination dominierter Strategien. Die Endpunkte der beiden Eliminationsprozesse von oben und unten werden durch dieselbe Gleichgewichtsbedingung charakterisiert. Wenn diese Gleichgewichtsbedingung eine eindeutige Lösung besitzt, so gibt es genau ein Signal x^*, ab dem jeder Spieler investiert.

Mit besseren Signalen steigt der erwartete Ertrag der Investition für Spieler i in beiden Fällen entsprechend der Veränderung von $\mathrm{E}(\theta|x^i)$. Damit sich die Investition lohnt, muss der andere Spieler mit der Wahrscheinlichkeit $1 - \mathrm{E}(\theta|x^i)$ investieren. Je besser die Signale werden, desto geringer wird also die für eine lohnende Investition erforderliche Wahrscheinlichkeit, mit der der andere Spieler investieren muss. Die Wahrscheinlichkeit, dass der andere ein besseres bzw. schlechteres Signal hat als man selbst, ist bei unabhängigen Signalen und ohne anderweitige Information stets $1/2$. Somit ist $x^* = 1/2$ die einzige Lösung. Im Gleichgewicht investiert ein Spieler dann und nur dann, wenn er ein Signal erhält, das besser ist als $x^* = 1/2$. Bei diesem Signal stimmt der Gewinn einer Investition durch beide Spieler, gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler ein besseres Signal erhalten hat und ebenfalls investiert, überein mit dem Verlust bei Investition durch nur einen Spieler, gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere ein schlechteres Signal erhalten hat und nicht investiert.

Das Modell mit privater Information sagt also voraus, dass ein Unternehmen genau dann investiert, wenn die Marktanalyse einen positiven Nettoertrag erwarten lässt, sofern das andere Unternehmen mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ investiert.

Die Abkehr von common knowledge und Einführung privater Information führt zu einer eindeutigen Vorhersage des Investitionsverhaltens. Im Unterschied zu herkömmlichen Refinements der Gleichgewichtsmenge ist die Auswahl, die hier getroffen wird, entscheidungstheoretisch fundiert. Bei common knowledge hingegen sind schon die Nash–Gleichgewichte unplausibel, weil die Spieler ihre unabhängigen Entscheidungen perfekt auf ein Gleichgewicht koordinieren können, während ihnen zur Vorhersage des Verhaltens des jeweils anderen Spielers nur die Theorie zur Verfügung steht, die wir selbst benutzen, die aber zwei mögliche Vorhersagen trifft. Dies erfordert einen Koordinationsmechanismus, der in dem Spiel nicht modelliert wird, bzw. Informationen, die über common knowledge des Modells und seiner Parameter hinausgehen. Die Menge der Nash–Gleichgewichte ist im Allgemeinen kleiner als jede durch Informationsannahmen gerechtfertigte Lösungsmenge (Heinemann 1995). Eine Auswahl hieraus durch zusätzliche Restriktionen kann normative Theorien stützen: So kann ein Koordinator den Spielern empfehlen, ein effizientes Gleichgewicht zu spielen.[2] Im Investitionsspiel ist es effizient bei jeden Wert $\theta > 0$ zu investieren. Dies ist zwar ein empfehlenswertes Gleichgewicht, aber nicht unbedingt eine realistische Beschreibung tatsächlichen Verhaltens.

In Koordinationsspielen ergibt sich ein Trade–off zwischen Effizienz und strategischem Risiko. Die effiziente Strategie ist extrem riskant, weil für θ nahe null bereits ein kleiner Zweifel des Partners an der eigenen Investitionsbereitschaft dazu führt, dass der Partner nicht investiert. Befürchtet ein Investor, dass der Partner an seiner Investitionsbereitschaft zweifelt, wird er tatsächlich nicht investieren. Das andere Extrem ist die Maximin–Strategie, die Effizienzgesichtspunkte vernachlässigt und das strategische Risiko minimiert. Im Investitionsspiel ist die Maximin–Strategie, nur bei $\theta \geq 1$ zu investieren. Einen Mittelweg geht das Konzept des risikodominanten Gleichgewichts von Harsanyi und Selten (1988). Dieses wählt einen Schwellenwert für θ zwischen null und eins aus und koinzidiert für 2×2–Spiele mit der „global game solution". Risikodominanz wird durch eine Reihe von Axiomen (Forderungen an die Lösungsmenge) charakterisiert, lässt sich jedoch nicht durch Informationsannahmen rechtfertigen, die einer deskriptiven Theorie gerecht würden. Darüber hinaus ist die Berechnung des risikodominanten Gleichgewichts für Spiele mit mehr als zwei Spielern erheblich komplizierter als die „global game solution".

Auch in Laborexperimenten hat sich die Methode der globalen Spiele bewährt: Heinemann, Nagel und Ockenfels (2004a) zeigen, dass Veränderungen exogener Variablen das Verhalten von Studierenden in vergleichbaren Koordinationsspielen in der Richtung beeinflussen, die durch die komparative Statik der „global game solution" vorhergesagt wird. Darüber hinaus wird die beste Antwort auf die statistische Verteilung individueller Strategien durch die „global game solution" besser beschrieben als durch jede andere getestete Strategie (Heinemann et al. 2004b).

Die Methode von Carlsson und van Damme hat den Vorzug, keine Auswahl aus den Nash–Gleichgewichten mittels zusätzlicher Restriktionen zu treffen, sondern in einem Modell mit schwächeren Informationsannahmen zu einer eindeutigen Vorhersage zu kommen. Die iterative Elimination dominierter Strategien ist entscheidungstheoretisch durch Rationalität und common knowledge des Modells (jedoch nicht notwendigerweise des Parameters θ) charakterisiert. Bei common knowledge des payoff–relevanten Parameters θ ist dieses Konzept extrem schwach. In Spielen mit privater Information führt es jedoch häufig zu einer eindeutigen Lösung.

In einer Hinsicht ist die Methode jedoch problematisch: Carlsson und van Damme gehen davon aus, dass keinerlei öffentliche Information[3] über θ besteht. Entsprechend dem Prinzip des unzureichenden Grundes glaubt ein Spieler, dass der andere mit gleicher Wahrscheinlichkeit ein besseres oder ein schlechteres Signal erhalten haben kann als er selbst. Dies ist jedoch nur dann mit common knowledge der Wahrscheinlichkeitsverteilung vereinbar, wenn θ im relevanten Parameterbereich der Gleichverteilung unterliegt. Existieren öffentliche Informationen über θ, führen sie dazu, dass die auf sie bedingte Verteilung von θ um einen bestimmten Erwartungswert $E(\theta)$ konzentriert ist. Dann wird ein Spieler, dessen private

[2] Diese Empfehlung gibt die Auswahltheorie von Harsanyi und Selten (1988).

[3] Eine öffentliche Information ist eine Aussage, über die und über deren Wahrheitsgehalt common knowledge besteht. Für unsere Zwecke werden wir eine mit θ korrelierte Zufallsvariable annehmen, über deren Realisation common knowledge besteht.

Information unterhalb dieses Erwartungswertes liegt, vermuten, dass der andere Spieler wahrscheinlich ein besseres Signal erhalten hat als er selbst. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler ein besseres Signal hat als man selbst, nimmt jetzt mit steigenden Signalen ab. Da die für eine lohnende Investition benötigte Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler investiert, bei steigenden Signalen ebenfalls abnimmt, ist nicht mehr klar, ob die oben beschriebene Gleichgewichtsbedingung eine eindeutige Lösung besitzt. Wir werden in Kapitel 4 näher auf dieses Problem eingehen und die Rolle öffentlicher und privater Information diskutieren. Es zeigt sich, dass das Spiel von Carlsson und van Damme und das Spiel mit common knowledge über θ als zwei Extremfälle aufgefasst werden können, in denen private Informationen unendlich viel besser bzw. schlechter sind als öffentliche Informationen. Ein eindeutiges Gleichgewicht existiert immer dann, wenn die Varianz der privaten Information hinreichend klein ist im Vergleich zur Varianz der öffentlichen Information. Anderenfalls existieren multiple Gleichgewichte für ein Intervall öffentlicher Informationen, welches bei abnehmender Varianz der öffentlichen Information gegen den Multiplizitätsbereich des Spiels mit common knowledge konvergiert.

Für unser Beispiel hat dies folgende Konsequenz: Wenn sich beide Unternehmen darauf verständigen, ein Marktforschungsinstitut damit zu beauftragen, die Rentabilität der Investition zu begutachten, dann werden die Ergebnisse dieses Gutachtens beiden Unternehmen bekannt und beide wissen, dass das jeweils andere Unternehmen über dieselbe Information vefügt. Wenn das Gutachten qualitativ hochwertig ist, treten die (außerdem existierenden) privaten Einschätzungen dagegen in den Hintergrund. Schätzt ein Unternehmer den Erfolg dennoch anders ein als die Marktforscher, so kann er nicht mehr davon ausgehen, dass der andere Spieler mit gleicher Wahrscheinlichkeit bessere oder schlechtere Erwartungen hat. Glaubt ein Spieler aufgrund seiner privaten Information, die Rentabilität der Investition sei wesentlich kleiner als von den Gutachtern beschrieben, so muss er damit rechnen, dass der andere Spieler mit großer Wahrscheinlichkeit, zu einer besseren Einschätzung gelangt als er selbst, denn die Gutachter kamen ja ebenfalls zu diesem Schluss. Die Eindeutigkeit des Gleichgewichts setzt voraus, dass die unabhängigen privaten Einschätzungen hinreichend präzise sind im Vergleich zur Qualität der öffentlichen Information, hier des Gutachtens.

3 Das Investitionsspiel

Um die Methode der globalen Spiele besser zu verstehen und die Rolle der Verteilungsannahmen untersuchen zu können, wollen wir das im letzten Abschnitt beschriebene Koordinationsspiel nun formal darstellen.

Betrachten wir zunächst das Common Knowledge Game. Hier gehen wir davon aus, dass jeder Spieler θ perfekt beobachten kann. Eine reine Strategie ist eine Funktion $s^i : \mathbb{R} \to \{0, 1\}$ mit der Interpretation, dass i im Zustand θ investiert, wenn $s^i(\theta) = 1$. Eine gemischte Strategie ist eine Funktion $s^i : \mathbb{R} \to [0, 1]$ mit der Bedeutung, dass Spieler i im Zustand θ mit Wahrscheinlichkeit $s^i(\theta)$ investiert. Der erwartete Payoff des Spielers i ist nun

$$U^i(\theta, s) = s^i(\theta)[\theta + s^j(\theta) - 1] \qquad j \neq i.$$

Ein Nash–Gleichgewicht dieses Spiels ist eine Strategiekombination $s = (s^1, s^2)$, mit der Eigenschaft, dass es sich für keinen einzelnen Spieler lohnt, von dieser Kombination abzuweichen, d.h.

$$U^i(\theta, s^i, s^j) \geq U^i(\theta, \tilde{s}^i, s^j) \qquad \forall\theta, \quad \forall\tilde{s}^i, \quad \forall i, \quad j \neq i.$$

Die Menge der Gleichgewichte dieses Spiels (vgl. Abb. 2) wird beschrieben durch sämtliche Strategiekombinationen s, bei denen gilt:

$$\begin{aligned} s^1(\theta) &= s^2(\theta) = 0 && \text{falls} \quad \theta < 0, \\ s^1(\theta) &= s^2(\theta) \in \{0, 1-\theta, 1\} && \text{falls} \quad 0 \leq \theta \leq 1, \\ s^1(\theta) &= s^2(\theta) = 1 && \text{falls} \quad \theta > 1. \end{aligned}$$

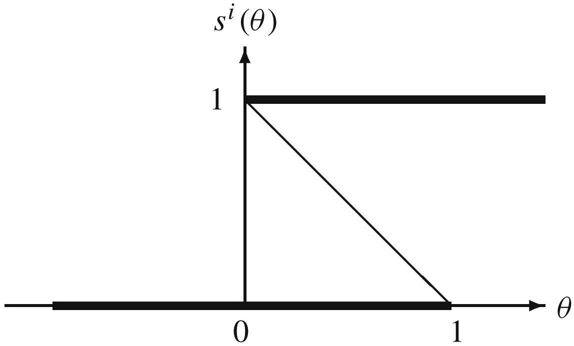

Abb. 2 Nash–Gleichgewichte des Investitionsspiels mit common knowledge über den Zustand der Welt

Wenn $\theta > 0$ und beide Spieler investieren, dann erhalten sie einen positiven Payoff θ, so dass sich die Investition für beide lohnt. Wenn $\theta < 1$ und kein Spieler investiert, dann würde ein einzelner Investor einen negativen Payoff von $\theta - 1$ erhalten. Für $0 < \theta < 1$ gibt es neben den beiden Gleichgewichten in reinen Strategien noch ein Gleichgewicht in gemischten Strategien, bei dem $s^i(\theta) = 1 - \theta$. Wenn ein Spieler mit dieser Wahrscheinlichkeit investiert, dann beträgt der erwartete Payoff des Investierens für den anderen null, so dass in diesem Gleichgewicht beide Spieler indifferent sind.

Für die Ermittlung der Gleichgewichte im Common Knowledge Game spielt es keine Rolle, mit welchen Wahrscheinlichkeiten die verschiedenen Zustände θ eintreten oder ob sie überhaupt einem Zufallsprozess unterliegen.

Im Spiel mit privater Information ist den Spielern der Zustand der Welt nicht bekannt. Sie erhalten statt dessen private Signale x^i, die ihnen Rückschlüsse auf den Zustand der Welt und die Signale anderer Spieler erlauben. Eine Strategie ist nun eine Funktion $s^i : \mathbb{R} \to [0, 1]$ mit der Bedeutung, dass Spieler i beim Signal x^i mit Wahrscheinlichkeit $s^i(x^i)$ investiert. Der erwartete Payoff des Spielers i ist

$$U^i(x^i, s) = s^i(x^i) \; \mathrm{E}\big(\theta + s^j(x^j) - 1 \mid x^i\big) \qquad j \neq i.$$

Der Trick, mit dem wir hier vorgehen, besteht in der Annahme, dass der Auszahlungsparameter θ eine Zufallsvariable mit stetiger Verteilungsfunktion und hinreichend großem Träger ist. Die privaten Signale x^i sind ebenfalls Zufallsvariablen. Für alle θ möge gelten: Die auf θ bedingten Verteilungen der privaten Signale x^i sind eindeutig, stetig, identisch und unabhängig mit positiver und endlicher Varianz und endlichem Erwartungswert. Über die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen besteht common knowledge.

Sei $h(\theta)$ die Dichtefunktion der Verteilung von θ und $g(x^i|\theta)$ die Dichte der auf θ bedingten Verteilung von x^i. Die kumulative Dichte der auf θ bedingten Verteilung von x^i wird mit $G(x^i \mid \theta)$ bezeichnet. Wir nehmen an, dass $\partial G/\partial\theta < 0$ für alle x^i und θ mit $0 < G(x^i \mid \theta) < 1$. D.h. ein besserer Zustand θ führt dazu, dass die Wahrscheinlichkeit abnimmt, Signale zu erhalten, die schlechter sind als ein festgelegter Referenzwert x^i. Ebenso nehmen wir an, dass die auf x^i bedingte kumulative Verteilung von θ, die wir mit $H(\theta \mid x^i)$ bezeichnen, mit steigendem x^i abnimmt, wenn $0 < H(\theta \mid x^i) < 1$. Dies besagt, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass θ schlechter ist als ein gegebener Referenzwert, um so kleiner ist, je besser das Signal ist.[4] Beide Annahmen implizieren, dass x^i und θ positiv korreliert sind. Aus der zweiten Annahme folgt, dass der bedingte Erwartungswert $\mathrm{E}(\theta \mid x^i)$ mit besseren Signalen zunimmt. Inhaltlich setzen diese Annahmen die Zufallsvariable x^i in eine Beziehung zu θ, die ihren Charakter als Signal für θ rechtfertigt und definiert.

Wenn der Träger von θ hinreichend groß ist und insbesondere das Intervall $[0, 1]$ vollständig einschließt, dann existieren Signale $\underline{x}_0$ und $\bar{x}_0$, mit der Eigenschaft

$$\mathrm{E}(\theta \mid \underline{x}_0) = 0 \qquad \text{und} \qquad \mathrm{E}(\theta \mid \bar{x}_0) = 1.$$

Die Monotonie des bedingten Erwartungswertes hat zur Folge, dass $\mathrm{E}(\theta \mid x^i)$ negativ ist für alle $x^i < \underline{x}_0$. Für solche Signale kann der erwartete Payoff selbst dann nicht positiv werden, wenn der andere Spieler mit Sicherheit investiert. Daher ist es eine dominante Strategie, bei Signalen unterhalb von $\underline{x}_0$ nicht zu investieren. $\mathrm{E}(\theta \mid x^i)$ ist größer als 1 für alle $x^i > \bar{x}_0$. Hier ist der erwartete Payoff einer Investition selbst dann positiv, wenn der andere Spieler nicht investiert. Für diese Signale ist es eine dominante Strategie zu investieren.

Da sich alle Spieler rational verhalten, spielen sie keine dominierten Strategien. Da jeder Spieler weiß, dass sich die anderen rational verhalten, kann er daraus schließen, dass die anderen ebenfalls keine dominierten Strategien spielen. Aufgrund der strategischen Komplementarität, ist es für einen Spieler am besten, wenn der andere bei möglichst vielen Signalen investiert. Das Beste, was ein Spieler nach Elimination der dominierten Strategien erhoffen kann, ist, dass der andere stets investiert, wenn er ein Signal oberhalb von $\underline{x}_0$ erhalten hat. Das Schlechteste, was ein Spieler befürchten muss, ist, dass der andere nur bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_0$ investiert.

Mit I_k bezeichnen wir eine Strategie, bei der der Spieler genau dann investiert, wenn sein Signal mindestens k beträgt:[5]

[4] Eine andere Beschreibung dieser Annahmen besteht darin, dass die bedingte Verteilung von $x^i|\theta$ diejenige von $x^i|\theta'$ für $\theta' < \theta$ stochastisch dominiert, und entsprechend für $\theta|x^i$.

[5] Für den erwarteten Payoff ist das Verhalten der Spieler in einem singulären Ereignis irrelevant. Daher spielt es fast sicher keine Rolle, ob die Spieler bei $x^i = k$ investieren oder nicht.

$$I_k(x^i) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x^i \geq k \\ 0 & \text{falls } x^i < k. \end{cases}$$

Wenn der andere Spieler die Strategie I_k spielen würde, dann wäre der erwartete Payoff einer Investition durch Spieler i

$$\begin{aligned} U(x^i, I_k) &= \mathrm{E}(\theta \mid x^i) + \mathrm{prob}(x^j \geq k \mid x^i) - 1 \\ &= \mathrm{E}(\theta \mid x^i) - \mathrm{prob}(x^j < k \mid x^i). \end{aligned} \tag{1}$$

Offensichtlich ist $U(x^i, I_k)$ nicht steigend in k. Die beste Strategie, auf die Spieler i hoffen darf, wenn der andere rational ist, ist $I_{\underline{x}_0}$, die schlechteste, die er befürchten muss, ist $I_{\bar{x}^0}$.

Lemma 1 *Die Funktion $U(x^i, I_k)$ steigt streng monoton in x^i.*

Mit steigendem Signal x^i nimmt auch die Wahrscheinlichkeit für $\theta \geq k$ zu. Somit steigt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler investiert. Dadurch steigt der erwartete Payoff einer Investition. Der formale Beweis des Lemmas findet sich im Anhang. Aufgrund von Lemma 1 existieren eindeutige Signale $\underline{x}_1 \geq \underline{x}_0$ und $\bar{x}_1 \leq \bar{x}_0$, so dass

$$U(x, I_{\underline{x}_0}) < 0 \quad \forall x < \underline{x}_1 \qquad \text{und} \qquad U(x, I_{\bar{x}_0}) > 0 \quad \forall x > \bar{x}_1.$$

Gegeben, dass der andere Spieler bei Signalen unterhalb $\underline{x}_0$ nicht investiert, lohnt sich die Investition auch bei Signalen unter $\underline{x}_1$ nicht. Entsprechend lohnt sich die Investition bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_1$, weil der andere Spieler mit Sicherheit investiert, wenn er ein Signal über $\bar{x}_0$ erhält.

Entsprechend können wir nun die iterative Elimination dominierter Strategien fortsetzen: Da der andere Spieler bei Signalen unterhalb von $\underline{x}_n$ nicht investiert, lohnt sich die Investition auch bei Signalen unterhalb von $\underline{x}_{n+1}$ nicht, wobei $\underline{x}_{n+1}$ definiert ist durch $U(\underline{x}_{n+1}, I_{\underline{x}_n}) = 0$. Da der andere Spieler bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_n$ mit Sicherheit investiert, lohnt sich die Investition auch bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_{n+1}$, definiert durch $U(\bar{x}_{n+1}, I_{\bar{x}_n}) = 0$.

Weil die Folge $(\underline{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ aufsteigend und $(\bar{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ absteigend ist, existieren Grenzwerte $\underline{x}^* = \lim_{n\to\infty} \underline{x}_n$ und $\bar{x}^* = \lim_{n\to\infty} \bar{x}_n$. Für diese Werte gilt

$$\underline{x}^* = \min\{x \mid U(x, I_x) = 0\} \qquad \text{und} \qquad \bar{x}^* = \max\{x \mid U(x, I_x) = 0\}.$$

Die Switching–Strategien $I_{\underline{x}^*}$ und $I_{\bar{x}^*}$ sind Nash–Gleichgewichte des Spiels mit privater Information. Von Milgrom und Roberts (1990) wissen wir, dass in allen Spielen mit strategischer Komplementarität die Menge der Strategien, die die iterative Elimination dominierter Strategien überleben, durch Nash–Gleichgewichte beschränkt werden. Umgekehrt können Nash–Gleichgewichtsstrategien niemals eliminiert werden. Somit sind $I_{\underline{x}^*}$ und $I_{\bar{x}^*}$ die extremsten Nash–Gleichgewichte dieses Spiels.

Wenn $\underline{x}^* = \bar{x}^*$, dann gibt es ein eindeutiges Signal x^*, ab dem im Gleichgewicht investiert wird. Die Werte $\underline{x}^*$ und $\bar{x}^*$ sind die kleinste und die größte Lösung der Gleichung

$$U(x, I_x) = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathrm{E}(\theta \mid x^i = x) = \mathrm{prob}(x^j < x \mid x^i = x). \tag{2}$$

Um die Frage nach der Eindeutigkeit des Gleichgewichts zu beantworten, betrachten wir diese Gleichung etwas genauer: Der auf das Signal x bedingte Erwartungswert von θ steigt annahmegemäß mit besser werdenden Signalen. $\mathrm{prob}(x^j < x \mid x^i = x)$ ist die auf das eigene Signal bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler ein schlechteres Signal bekommen hat als man selbst. Wie sich diese Wahrscheinlichkeit mit steigendem Signal x verändert, hängt von der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen ab.

Wenn $\theta \in \mathbb{R}$ der Gleichverteilung unterliegt und die privaten Signale identisch und unabhängig um θ verteilt sind, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler ein schlechteres Signal hat als man selbst bei jedem Signal genau $1/2$. In diesem Fall ist die rechte Seite der Gleichung (2) unabhängig von x und es gibt genau eine Lösung x^*, die durch $\mathrm{E}(\theta \mid x^*) = 1/2$ charakterisiert ist. Wenn die privaten Signale darüber hinaus erwartungstreu sind, d.h. $\mathrm{E}(\theta \mid x^i) = x^i \quad \forall x^i$, dann ist $x^* = 1/2$.

In diesen Fällen kann das gleichgewichtige Verhalten der Spieler des Investitionsspiels fast sicher vorhergesagt werden. Bei Signalen oberhalb von x^* würden die Spieler investieren, bei Signalen unterhalb von x^* jedoch nicht. Erhält ein Spieler genau das Signal x^*, so ist er im Gleichgewicht indifferent und sein Verhalten unbestimmt. Dies ist jedoch ein Ereignis mit Wahrscheinlichkeit null.

Im nächsten Kapitel wird gezeigt, dass andere Verteilungsannahmen zu multiplen Gleichgewichten führen können. Zuvor soll allerdings noch erwähnt werden, dass das hier für zwei Spieler beschriebene Investitionsspiel in gleicher Weise auch für eine beliebige Zahl von Spielern definiert werden kann, wobei sich die Vorhersagen nicht von denen des Zwei–Personen–Spiels unterscheiden.

Sei $\mathbb{I}$ die Menge der Spieler. Wir nehmen an, dass $\mathbb{I}$ messbar ist. Strategien werden wie im Zwei–Personen–Spiel durch Funktionen $s^i : \mathbb{R} \to [0, 1]$ dargestellt, wobei Spieler $i \in \mathbb{I}$ mit Wahrscheinlichkeit $s^i(x^i) = 1$ investiert. Da $\mathbb{I}$ messbar ist, können wir für jede Strategiekombination s und für jede Kombination privater Signale den zu erwartenden Anteil aller Spieler außer i definieren, die sich für eine Investition entscheiden. Diesen erwarteten Anteil bezeichnen wir mit α^{-i}.

Wenn wir beispielsweise überabzählbar unendlich viele Spieler berücksichtigen wollen, können wir dies durch die Annahme $\mathbb{I} = [0, 1]$ umsetzen. Die Spielermenge entspricht also dem Einheitsintervall. Nun ist $\alpha^{-i} = \int_0^1 s^j(x^j)\,\mathrm{d}j$.

Der erwartete Payoff des Spielers i mit Signal x^i ist

$$U(x^i, s) = s^i(x^i)\ \mathrm{E}(\theta + \alpha^{-i}(s) - 1 \mid x^i).$$

Die dominierten Strategien hängen definitionsgemäß nicht vom Verhalten der Mitspieler ab. Da die Signale der Spieler unabhängig voneinander sind, gleicht der erwartete Anteil derjenigen, die ein Signal oberhalb eines Wertes k erhalten, der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein einzelner Spieler solch ein Signal bekommt:

$$\mathrm{E}(\alpha^{-i}(I_k) \mid x^i) = \mathrm{prob}(x^j \geq k \mid x^i) \quad \text{für } j \neq i.$$

Hierdurch wird die formale Analogie zum Zwei–Personen–Spiel wieder hergestellt. Die einzelnen Stufen der iterativen Elimination können nun in der gleichen Weise definiert werden wie im Zwei–Personen–Spiel und führen zu denselben Grenzwerten, die wiederum durch die kleinste und die größte Lösung der Gleichung (2) charakterisiert werden.

Ein Vorteil bei der Betrachtung einer unendlichen Zahl von Spielern besteht in der einfacheren Darstellung des aggregierten Investitionsverhaltens für verschiedene Werte von θ. Bei endlicher Zahl von Spielern ist die Anzahl derjenigen, die Signale über x^* erhalten und deshalb investieren, eine Zufallsvariable. Somit ist auch die Gesamtzahl der Investoren in einem Zustand θ unsicher, sofern die Signale in diesem Zustand größer oder kleiner als x^* sein können. Sie unterliegt der Binomialverteilung: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im Zustand θ eine Anzahl m von den insgesamt n Spielern investiert, beträgt

$$\binom{n}{m} (\text{prob}(x^i > x^* \,|\, \theta))^m \, (1 - \text{prob}(x^i > x^* \,|\, \theta))^{n-m}.$$

Mit wachsender Zahl von Spielern konvergiert diese gegen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein einzelner Spieler im Zustand θ ein Signal oberhalb von x^* erhält. Bei unendlicher Zahl von Spielern gleicht der Anteil der Spieler, die im Zustand θ investieren, fast sicher der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein einzelner Spieler investiert, also $\text{prob}(x^i > x^* \,|\, \theta)$. Da sich dieser Wert direkt aus der Verteilung der privaten Informationen ergibt, erlaubt eine unendliche Zahl von Spielern eine besonders einfache Berechnung des aggregierten Investitionsverhaltens: Der Anteil der Investitionen im Zustand θ beträgt fast sicher $1 - G(x^* \,|\, \theta)$. Die Binomialverteilung konvergiert für zunehmende Spielerzahl relativ schnell, so dass die Ergebnisse für unendlich viele Spieler einen guten Referenzwert für die Lösung von Spielen mit großer endlicher Spielerzahl bieten.

4 Öffentliche und private Information

Das größte methodische Problem bei der Auswahl von Gleichgewichten durch private Information liegt in der Annahme, dass der Auszahlungsparameter θ der Gleichverteilung unterliegt. Diese Annahme führt dazu, dass jeder Spieler glaubt, der andere könne mit gleicher Wahrscheinlichkeit ein besseres oder ein schlechteres Signal haben als er selbst, so dass die entscheidende Gleichung (2) eine eindeutige Lösung besitzt. Die Gleichverteilung von θ ist hinreichend für eine eindeutige Lösung aber keineswegs notwendig. Dennoch ist leicht einzusehen, dass andere Verteilungen zu multiplen Gleichgewichten führen können. Wir folgen hier Morris und Shin (1999b) und demonstrieren dies am Beispiel der Normalverteilung.

Sei θ normalverteilt mit Erwartungswert y und Varianz τ^2. Die privaten Signale sind $x^i = \theta + \epsilon^i$, wobei ϵ^i ebenfalls normalverteilt ist mit Erwartungswert null und Varianz σ^2. Die Störterme ϵ^i und ϵ^j seien unabhängig für $i \neq j$.

Common knowledge der gemeinsamen Verteilungsfunktion führt nun dazu, dass auch der a–priori–Erwartungswert y common knowledge ist. Morris und Shin (1999b) bezeichnen ihn als öffentliche Information über θ.

Unter Ausnutzung einiger Standardresultate für die multivariate Normalverteilung, die in Lütkepohl (1993, Anhang B.1, S. 480f.) zusammengefasst sind, erhalten wir als Erwartungswert und Varianz der bedingten Verteilungen

$$\mathrm{E}(\theta \,|\, x^i) = \mathrm{E}(x^j \,|\, x^i) = \frac{\sigma^2\, y + \tau^2\, x^i}{\sigma^2 + \tau^2}, \tag{3}$$

$$\mathrm{V}(\theta \,|\, x^i) = \frac{\sigma^2\, \tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} \tag{4}$$

und

$$\mathrm{V}(x^j \mid x^i) = \frac{\sigma^2\,(\sigma^2 + 2\,\tau^2)}{\sigma^2 + \tau^2}. \tag{5}$$

Bei ihrer Erwartungsbildung über θ gewichten die Spieler ihr privates Signal x^i und die öffentliche Information y entsprechend den Varianzen, die zwischen diesen Informationsarten und θ bestehen. Je geringer die Varianz zwischen θ und y, desto stärker ist das Gewicht der öffentlichen Information. Im Extremfall, für $\tau/\sigma \to 0$, wird das private Signal nicht mehr für die Erwartungsbildung verwendet.

Da $x^j|x^i$ normalverteilt ist, gilt

$$\mathrm{prob}(x^j < x^i \mid x^i) = \Phi\left(\frac{x^i - \mathrm{E}(x^j|x^i)}{\sqrt{\mathrm{V}(x^j|x^i)}}\right), \tag{6}$$

wobei Φ die kumulative Dichtefunktion der Standardnormalverteilung ist. Die Gleichgewichtsbedingung (2) ist somit äquivalent zu

$$\frac{\sigma^2\,y + \tau^2\,x}{\sigma^2 + \tau^2} = \Phi\left(\frac{\sigma\,(x - y)}{\sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)\,(\sigma^2 + 2\,\tau^2)}}\right). \tag{7}$$

Da beide Seiten der Gleichgewichtsbedingung stetig sind und wir außerdem wissen, dass $U(x, I_x)$ für sehr kleine Werte von x negativ und für große Werte positiv ist, ist die Ableitung der Funktion $U(x, I_x)$ nach x in den äußeren Gleichgewichten $\underline{x}^*$ und $\bar{x}^*$ positiv. Multiple Gleichgewichte existieren genau dann, wenn es eine dazwischen liegende Lösung $\tilde{x}$ der Gleichung (7) gibt, mit $\frac{\mathrm{d}U(x,I_x)}{\mathrm{d}x}\Big|_{\tilde{x}} < 0$. Die Ableitung der Funktion $U(x, I_x)$ nach x ist genau dann negativ, wenn

$$\frac{\mathrm{dE}(\theta \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x} < \frac{\mathrm{d\,prob}(x^j < x \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x}. \tag{8}$$

Aus den Gleichungen (3), (5) und (6) erhalten wir

$$\frac{\mathrm{dE}(\theta \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} > 0$$

und

$$\frac{\mathrm{d\,prob}(x^j < x \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)\,(\sigma^2 + 2\,\tau^2)}} \times \phi\left(\frac{\sigma\,(x^i - y)}{\sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)\,(\sigma^2 + 2\,\tau^2)}}\right) > 0,$$

wobei ϕ die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung ist.

Anders als im Fall der Gleichverteilung von θ nimmt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere Spieler ein schlechteres Signal hat als man selbst, zu, je besser das eigene Signal ist. Grund ist die öffentliche Information y. Die auf das eigene Signal bedingte Verteilung für das Signal des anderen Spielers streut um den bedingten Erwartungswert von θ. Liegt die private Information über der öffentlichen, $x^i > y$, so liegt $\mathrm{E}(\theta|x^i)$ dazwischen. Folglich erwartet der Spieler, dass der andere wahrscheinlich ein schlechteres Signal erhalten hat als er selbst. Je besser das eigene Signal gegenüber der öffentlichen Information, desto wahrscheinlicher ist das Signal des anderen schlechter als das eigene. Darum steigt $\text{prob}(x^j < x \mid x^i = x)$ mit steigendem x. Dieser Effekt ist um so stärker, je weniger informativ die privaten Signale sind. Bei relativ großer Varianz der privaten Signale hat das eigene Signal keinen großen Einfluss auf das erwartete θ und somit auch nicht auf das erwartete Signal des anderen Spielers.

Im Extremfall, für $\tau/\sigma \to 0$, steigt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der andere ein schlechteres Signal hat, mit der Rate $\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{x-y}{\sigma}\right) > 0$, während $\mathrm{E}(\theta \mid x)$ konstant ist. Hier existieren multiple Gleichgewichte.

Wie bereits erwähnt, existieren multiple Gleichgewichte genau dann, wenn es ein x gibt, das sowohl (7) als auch (8) erfüllt. Betrachten wir zunächst Ungleichung (8). Da die Dichte der Standardnormalverteilung ihr Maximum an der Stelle null annimmt, ist die rechte Seite von (8) am größten, wenn $x = y$. Die folgenden Ungleichungen sind daher eine notwendige Voraussetzung für (8).

$$
\begin{aligned}
(8) \quad \Rightarrow \quad & \frac{\mathrm{dE}(\theta \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x} < \left.\frac{\mathrm{d\,prob}(x^j < x \mid x^i = x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=y} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} < \frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma^2 + \tau^2)\,(\sigma^2 + 2\,\tau^2)}}\,\phi(0) \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\sigma^2}{\tau^4}\;\frac{\sigma^2 + \tau^2}{\sigma^2 + 2\,\tau^2} > 2\,\pi \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\sigma^2}{\tau^2} > \pi\,\tau^2 - \frac{1}{2} + \sqrt{4\,\pi\,\tau^2 + \left(\pi\,\tau^2 - \frac{1}{2}\right)^2} > 0. \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Morris und Shin (1999b) haben eine entsprechende Bedingung ihres Modells näher untersucht. Man beachte zunächst, dass die rechte Seite von (9) positiv ist und mit steigendem τ^2 zunimmt. Für jedes $\tau^2 > 0$ gilt: Wenn die Varianz der privaten Signale hinreichend klein ist, dann ist (9) verletzt und es kann keine multiplen Gleichgewichte geben. Wenn die Varianz der privaten Signale zunimmt, wird die öffentliche Information zunehmend wichtiger und Bedingung (9) erfüllt. Das bedeutet jedoch nicht, dass immer dann, wenn die privaten Signale einer im Verhältnis zur Verteilung von θ großen Streuung unterliegen, multiple Gleichgewichte existieren. Nehmen wir an, σ^2 und τ^2 haben einen Wert, der (9) gerade eben erfüllt. Dann gilt (8) für Signale x in einer kleinen Umgebung von y. Außerdem müssen x und y aber auch die Gleichgewichtsbedingung (7) erfüllen. Für $x \approx y$ impliziert diese Bedingung $y \approx \Phi(0) = 1/2$. Mit anderen Worten: multiple Gleichgewichte existieren nur dann, wenn die öffentliche Information y in einer kleinen Umgebung von $1/2$ liegt.

Wenn τ^2 noch kleiner oder σ^2 entsprechend größer wird, dann vergrößert sich das Intervall der a–priori–Erwartungswerte, für die multiple Gleichgewichte existieren. Bezeichnen wir dieses Intervall mit $[\underline{y}(\sigma, \tau), \bar{y}(\sigma, \tau)]$. Dieses Intervall ist stets eine Teilmenge von $[0, 1]$. Für jeden Wert $y \in [\underline{y}, \bar{y}]$ existieren drei Gleichgewichte, so dass das Verhalten der Spieler nicht eindeutig bestimmt ist. Die Abbildungen 3–5 illustrieren diese Zusammenhänge. Sie stellen die Funktionen $\mathrm{E}(\theta \mid x^i)$ und $\text{prob}(x^j < x^i \mid x^i)$ in Abhängigkeit von x^i für verschiedene Verteilungsfunk-

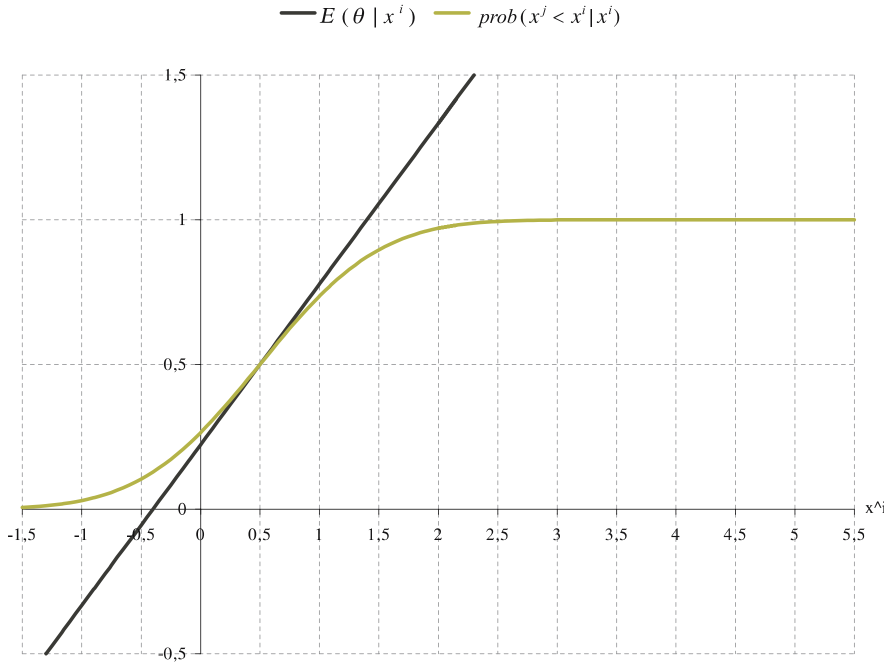

Abb. 3 Für $\sigma^2 = 0{,}08$ und $\tau^2 = 0{,}1$ ist Bedingung (9) verletzt. Daher existiert für alle y ein eindeutiges Gleichgewicht. Für $y = 0{,}5$ liegt es bei $x^* = E(\theta|x^*) = 0{,}5$

tionen dar. Schnittpunkte dieser beiden Funktionen sind Gleichgewichte des Spiels mit privater Information.

Bei größerem σ^2/τ^2 existieren multiple Gleichgewichte auch für solche y–Werte, die weiter von $1/2$ entfernt liegen. Im Extremfall, für $\sigma^2 \to \infty$ oder $\tau^2 \to 0$, hängt das Verhalten der Spieler nur von y ab. Hier gibt es für alle $y \in (0, 1)$ drei Gleichgewichte. Da das private Signal uninformativ ist, nimmt der Parameter y, über den common knowledge besteht, die Rolle von θ in dem Ausgangsmodell mit common knowledge über θ ein. Die Werte $\underline{x}^*$ und $\bar{x}^*$ wandern ins Unendliche und $\tilde{x}$ entspricht dem gemischten Gleichgewicht. Die Wahrscheinlichkeit für Signale über $\tilde{x}$ beträgt $1 - y$, so dass die Spieler indifferent sind.

So löst sich auch das Rätsel um den stetigen Übergang zwischen common knowledge und privater Information. Das Spiel mit common knowledge ließe sich ja ebenso als ein Spiel mit privater Information aufschreiben, in dem die private Information mit θ sicher übereinstimmt. Eine Varianz von null in den privaten Informationen würde zu der großen Zahl von Gleichgewichten des Spiels mit common knowledge führen. Eine kleine aber positive Varianz der privaten Informationen führt hingegen zu einem eindeutigen Gleichgewicht. Das zugrundeliegende Modell ist aber in jeder Hinsicht stetig. Woher kommt diese scheinbare Unstetigkeit in der Lösungsmenge?

Hellwig (2002) zeigt, dass die Antwort im Übergang zwischen privater und öffentlicher Information liegt. Die auf öffentliche Informationen bedingte Verteilung von θ ist common knowledge. Common knowledge ist aber von grundsätzlich anderer Qualität als private Information. Das Spiel mit common knowledge

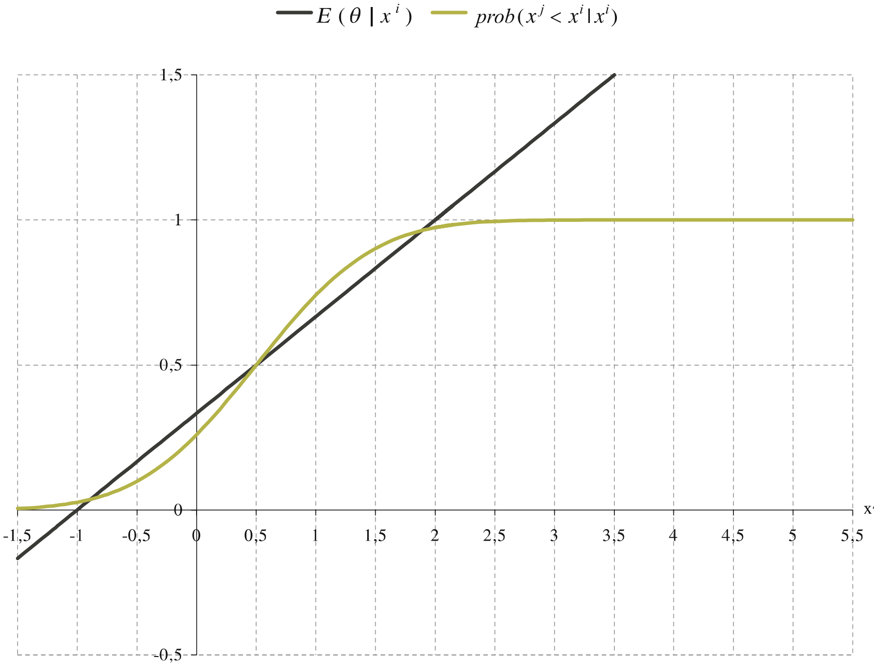

Abb. 4 Für $\sigma^2 = 0{,}2$ und $\tau^2 = 0{,}1$ ist Bedingung (9) erfüllt. Daher existieren für $y = 0{,}5$ drei Gleichgewichte. Sie liegen hier bei $\underline{x}^* = -0{,}891$, $\tilde{x} = 0{,}5$ und $\bar{x}^* = 1{,}891$. Die zugehörigen bedingten Erwartungswerte für den Auszahlungsparameter sind $E(\theta|\underline{x}^*) = 0{,}036$, $E(\theta|\tilde{x}) = 0{,}5$ und $E(\theta|\bar{x}^*) = 0{,}964$. Wenn die privaten Signale relativ ungenau sind, dann werden die Spieler u.U. auch bei negativen Signalen investieren, wenn die öffentliche Information hinreichend gut und präzise ist. Der bedingte Erwartungswert von θ ist stets in [0, 1] enthalten

über θ ist ein Extremfall, das Spiel mit privater Information und gleichverteiltem θ der andere. Dazwischen liegen die Spiele mit beiden Informationsarten. Der Übergang liegt in der relativen Bedeutung der beiden Informationsarten für die Erwartungsbildung, d.h. im Verhältnis ihrer Varianzen. Je präziser die öffentliche Information ist und je mehr sie die Erwartungsbildung dominiert, desto stärker nähern wir uns dem Ergebnis des Spiels mit common knowledge über θ. In der anderen Richtung, in der private Informationen dominieren, gelangen wir zum Modell von Carlsson und van Damme (1993a). In diesem Übergang verändert sich auch die Menge der öffentlichen Informationen y, für die multiple Gleichgewichte existieren, stetig. Bei relativ kleinem σ^2 gibt es für alle y ein eindeutiges Gleichgewicht. Steigt σ^2 an, so dass (9) erfüllt ist, entsteht ein wachsendes Intervall von y–Werten mit multiplen Gleichgewichten, das sich für $\sigma^2 \to \infty$ an [0, 1] annähert.

Die Extremformen dieses Spiels sind beide fragwürdig: Wenn es keine privaten Informationen gibt, wie wählt ein Spieler dann seine Aktion im gemischten Gleichgewicht? Er investiert mit Wahrscheinlichkeit $1 - \theta$. Doch wodurch erreicht sein Entscheidungsprozess diesen Wert? Mit der Interpretation, dass Spieler in einem gemischten Gleichgewicht ihre Aktion „auswürfeln“, also durch einen eigens dafür durchgeführten Zufallsprozess bestimmen, konnten sich bisher nur wenige Spieltheoretiker anfreunden. Da in einem gemischten Gleichgewicht beide Aktionen

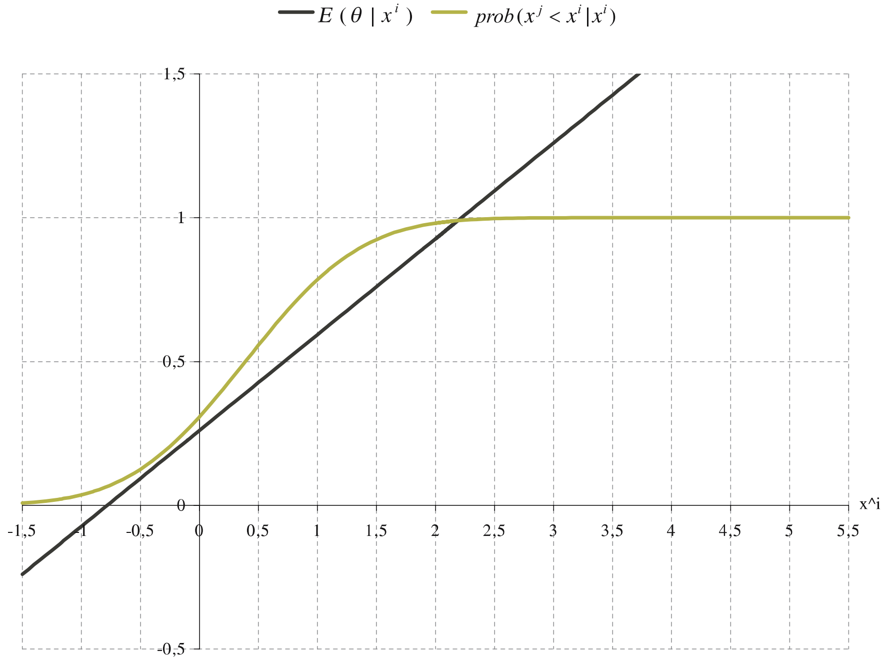

Abb. 5 Wie in der vorangegangenen Abbildung sind $\sigma^2 = 0{,}2$ und $\tau^2 = 0{,}1$. Da $y = 0{,}39$ weit genug von $1/2$ entfernt ist, ist das Gleichgewicht dennoch eindeutig. Es liegt bei $x^* = 2{,}19$ mit $E(\theta|x^*) = 0{,}990$

denselben Payoff erwarten lassen, besteht kein Grund, eigens einen Zufallsprozess zu kreieren, um zu einer Entscheidung zu kommen. Jede arbiträre Entscheidung böte schließlich denselben erwarteten Ertrag. Solange private Signale einen gewissen Informationswert haben, werden sie natürlich in den Entscheidungsprozess einbezogen. Geht ihr Informationswert bezüglich θ gegen null (entweder weil sie unkorreliert sind mit θ oder weil öffentliche Information vorliegt, durch die private Informationen redundant werden), dann übernehmen die unabhängigen Signale die Rolle eines Zufallsprozesses, mit dessen Hilfe die Spieler ihre Aktion im gemischten Gleichgewicht auswählen. Es muss sich dabei keineswegs um einen mit θ unkorrelierten Zufallsprozess handeln. Wenn common knowledge über θ besteht, dann kann jeder Zufallsprozess, also auch mit θ korrelierte aber ansonsten voneinander unabhängige Signale, die Entscheidung herbeiführen. So können private Informationen über θ für einen Spieler auch dann entscheidungsrelevant sein, wenn er θ bereits aus öffentlichen Informationen kennt.

In realen ökonomischen Entscheidungssituationen wird nie common knowledge über die exakten Werte der Auszahlungsfunktion bestehen. Dafür werden immer private Signale existieren, die einen gewissen positiven Informationswert haben, mit dem sie zur Erwartungsbildung über die Auszahlungsfunktion beitragen. Folglich werden die privaten Signale mit dem größten Informationsgehalt zur Entscheidungsfindung herangezogen. Dies gilt auch dann, wenn die öffentliche Information fast perfekt ist, und die privaten Signale wenig mehr leisten als die Wahrscheinlichkeit einer Aktion im gemischten Gleichgewicht herbeizuführen.

Auf der anderen Seite ist auch die Annahme, es gäbe keine öffentliche Information, fragwürdig. Dazu müsste θ in der Menge der reellen Zahlen gleichverteilt sein, also über einen unendlichen Träger. Morris und Shin (2003) sprechen hier von einer „improper probability distribution“. In einem derartigen Zufallsprozess würden Werte im Intervall [0, 1] mit Wahrscheinlichkeit null auftreten, so dass unser Multiplizitätsproblem fast sicher irrelevant wäre. Tatsächlich wird in jedem realen ökonomischen Problem ein allen Entscheidungsträgern gemeinsames Vorwissen über die Auszahlungsparameter existieren. Eine Lösung, die allein auf der Gleichverteilung oder dem Prinzip des unzureichenden Grundes beruhte, stünde auf schwachem Fundament und wäre kaum geeignet zur Vorhersage.

Wenn sich die öffentliche Information y verändert und Bedingung (9) erfüllt wird, können plötzlich multiple Gleichgewichte entstehen, sobald y in das Intervall $[\underline{y}, \bar{y}]$ eintritt. Die bedingten Erwartungen, für die individuelles Verhalten unvorhersagbar ist, decken dann gleich einen großen Teil des Intervalls ab, in dem das Verhalten auch unter common knowledge von θ unbestimmt ist. Dies zeigt sich beispielsweise daran das die bedingten Erwartungen $E(\theta|\underline{x}^*)$ und $E(\theta|\bar{x}^*)$ in Abbildung 4 nahe bei 0 bzw. 1 liegen. Weitere Simulationen mit anderen Parameterwerten[6] bestätigen diesen Eindruck. Verantwortlich dafür sind grundlegende Eigenschaften der Normalverteilung, insbesondere die Tatsache, dass die Normalverteilung eine Standardabweichung vom Erwartungswert entfernt am stärksten gekrümmt ist. Es ist also nicht so, dass individuelles Verhalten zunächst nur in einer kleinen Region von Erwartungwerten unbestimmt ist. Sobald y in das Intervall mit multiplen Gleichgewichten eintritt, können große Sprünge aufgrund sich selbst erfüllender Erwartungsänderungen auftreten.

Anders verhält sich das Modell bei Variationen der Varianzen. Wenn σ^2/τ^2 ansteigt und $y \approx 1/2$, so öffnet sich, sobald Bedingung (9) erfüllt wird, zunächst ein kleines Intervall multipler Gleichgewichte in der Umgebung des zuvor eindeutigen Gleichgewichts. Dieses Intervall wächst aber sehr schnell an, so dass es auch hier schnell zu unvorhersagbaren Sprüngen großen Ausmaßes kommen kann. Liegt y weiter von $1/2$ entfernt, so ist für Multiplizität ein größeres Verhältnis σ^2/τ^2 erforderlich. Wird es jedoch erreicht, öffnet sich schlagartig ein großes Intervall von Werten für die das Investitionsverhalten unbestimmt ist.

Ohne Kenntnis der Informationsmechanismen und der aus ihnen resultierenden Varianzen öffentlicher und privater Informationen ist es aus diesen Gründen kaum möglich das Investitionsverhalten vorherzusagen. Zugleich zeigt die extreme Abhängigkeit der Gleichgewichtsmenge von den Informationen, dass interessierte Parteien Informationen bewusst lancieren können, um das Gleichgewicht zu ihren Gunsten zu beeinflussen. Erste Untersuchungen dieser Art konzentrieren sich auf Modelle spekulativer Attacken.

5 Spekulative Attacken

Ein Land, das seine Währung in einem festen Verhältnis an eine andere Währung oder einen Währungskorb bindet, kann unter Druck geraten seine Währung abzu-

[6] Heinemann (2001) ermöglicht die Berechnung und grafische Darstellung der Gleichgewichte für verschiedene Parameterwerte.

werten. Wenn zum fixierten Kurs das Angebot die Nachfrage nach der betreffenden Währung übersteigt, muss die Zentralbank des Landes die Differenz aufkaufen um den Kurs zu stützen. Endliche Devisenreserven beschränken allerdings die Fähigkeit der Zentralbank zu solchen Interventionen.

Einerseits zieht das Land einen Nutzen aus dem festen Wechselkurs. Der mag in der geld– und finanzpolitischen Glaubwürdigkeit und in der Stabilität von Preiserwartungen liegen.[7] Darum ist die Zentralbank bemüht, den festen Kurs zu verteidigen. Wenn der Druck des Marktes aber zu groß wird, übersteigen die Kosten der Stützungskäufe den Nutzen aus der Wechselkursstabilität. Dann wertet die Zentralbank ihre Währung ab.

Die ersten Modelle spekulativer Attacken (Krugman 1979; Flood und Garber 1984) kamen zu dem Ergebnis, dass bei sich im Zeitablauf verringernden Devisenreserven ein eindeutig bestimmter Zeitpunkt existiert, ab dem eine Abwertung rational vorhersehbar ist. Obstfeld (1996a) hat gezeigt, dass die Entscheidung abzuwerten von den Erwartungen der Marktteilnehmer über eben diese Entscheidung abhängt, wodurch multiple Gleichgewichte entstehen können.[8] Wenn Finanzmarktakteure erwarten, dass eine Währung abgewertet wird, dann verkaufen sie diese Währung und erhöhen damit den Abwertungsdruck. Es sind jedoch nicht allein Spekulanten auf internationalen Finanzmärkten für multiple Gleichgewichte verantwortlich sondern auch heimische Unternehmen und Gewerkschaften. Erwarten diese eine Abwertung, so werden sie Kreditverträge mit höheren Zinsen und Arbeitsverträge mit höheren Löhnen vereinbaren. Ohne Abwertung kommt es zu einem Anstieg der Arbeitslosigkeit und einem Rückgang des Produktionspotenzials, wodurch sich der Abwertungsdruck erhöht. Steigende Zinsen verteuern den Schuldendienst des Staates und schaffen einen zusätzlichen Anreiz zur Abwertung.

Obstfeld (1996a) zeigt, dass es, je nach Lage der Fundamentaldaten, ein eindeutiges oder multiple Gleichgewichte geben kann. Sind die Fundamentaldaten sehr gut, so kann die Erwartung einer Abwertung den Abwertungsdruck zwar erhöhen, aber nicht weit genug, um die Zentralbank zur Aufgabe des festen Kurses zu bringen. Die Abwertungserwartung ist inkonsistent und es existiert ein eindeutiges Gleichgewicht mit festem Wechselkurs. Sind die Fundamentaldaten sehr schlecht, wird eine Abwertung auch dann unvermeidlich, wenn die Akteure sich so verhalten, als würde es keine Abwertung geben. Auch hier gibt es ein eindeutiges Gleichgewicht, in dem die Währung abgewertet wird. In einem Zwischenbereich können sich beide Erwartungen erfüllen: Erwarten die Marktteilnehmer stabile Kurse, so bleibt der Abwertungsdruck gering und die Zentralbank stützt den Kurs. Erwarten die Marktteilnehmer aber eine Abwertung, so wächst der Druck des Marktes und die Zentralbank entscheidet sich für eine Abwertung.

Fukao (2003) und Morris und Shin (1998) haben unabhängig voneinander Koordinationsspiele zur Modellierung von spekulativen Attacken entwickelt, die bei common knowledge der Parameterwerte multiple Gleichgewichte besitzen, bei privater Information aber ein eindeutiges Gleichgewicht aufweisen. Während Fukao (2003) bereits 1994 als Arbeitspapier erschien, jedoch lange unveröffentlicht und daher weitgehend unbemerkt blieb, hat Morris und Shin (1998) große Aufmerk-

[7] Für eine übersichtliche Darstellung der verschiedenen Wechselkursregimes siehe Frankel (1999). Die Glaubwürdigkeit der verschiedenen Regimes und ihre Wirkung auf die Preiserwartungen sind von Illing (1997) beschrieben worden.

[8] Zur Debatte, ob spekulative Attacken durch Fundamentaldaten eindeutig bestimmbar sind, siehe Krugman (1996), Obstfeld (1996b) und Krugman (1999).

samkeit erregt und eine stark wachsende Literatur zu Anwendungen der Theorie globaler Spiele von Carlsson und van Damme (1993a,b) angeregt. Eine Besonderheit im Vergleich zum oben dargestellten Investitionsspiel liegt in der Unstetigkeit der Auszahlungsfunktion, die daher rührt, dass eine Abwertung vorgenommen wird, wenn das spekulative Kapital eine kritische Masse übersteigt. Derartige Unstetigkeiten sind auch für andere Koordinationsspiele mit realwirtschaftlicher Interpretation bedeutsam.

Im Modell von Morris und Shin (1998) bezeichnet θ den Zustand der Volkswirtschaft. Der Wechselkurs ist ursprünglich auf e^* fixiert. Wird der Wechselkurs freigegeben, so erreicht er ein Niveau $f(\theta) \leq e^*$. Die Funktion $f(\theta)$ ist stetig und nicht abnehmend in θ, so dass wir hohe Werte von θ als „gute" Zustände der Ökonomie interpretieren können.

Es gibt ein Kontinuum von Spielern $i \in [0, 1]$. Die Spieler entscheiden unabhängig voneinander, ob sie sich an einer spekulativen Attacke beteiligen oder nicht. Die Beteiligung an einer spekulativen Attacke verursacht Transaktionskosten $t > 0$. Wenn eine Abwertung vorgenommen wird, erhält jeder Spieler, der sich an der Attacke beteiligt hat, eine Auszahlung

$$R(\theta) = e^* - f(\theta), \qquad R' \leq 0.$$

Wir nehmen an, dass ein $\bar{\theta}$ existiert, für das gilt $R(\bar{\theta}) = t$. Damit lohnt sich eine spekulative Attacke bei Zuständen $\theta > \bar{\theta}$ auch dann nicht, wenn die Währung abgewertet wird.

Die Regierung des betrachteten Landes entscheidet über eine Abwertung durch Vergleich von Nutzen und Kosten einer Verteidigung des Kurses. Der Nutzen aus der Wechselkursbindung ist $v > 0$. Die Kosten hängen ab vom Zustand der Ökonomie und vom Anteil der Spieler, die sich an einer spekulativen Attacke beteiligen. Letzteren bezeichnen wir mit α. Die Kosten sind gegeben durch eine stetige Funktion $C(\theta, \alpha)$, wobei C mit steigendem θ fällt und mit steigendem α steigt. Der Wechselkurs wird freigegeben, wenn $C(\theta, \alpha) \geq v$. Wir nehmen an, dass $C(\theta, 1) \geq v \quad \forall \theta$, so dass eine Abwertung auf jeden Fall erfolgt, wenn alle Spieler attackieren. Weiterhin nehmen wir an, dass ein $\underline{\theta}$ existiert, mit $C(\underline{\theta}, 0) = v$, so dass die Währung bei Zuständen $\theta < \underline{\theta}$ selbst dann abgewertet wird, wenn kein Spieler attackiert. Sei $a(\theta)$ definiert durch

$$C(\theta, a(\theta)) = v.$$

Zu einer Abwertung kommt es genau dann, wenn der Anteil der Spieler, die sich an einer spekulativen Attacke beteiligen, mindestens $a(\theta) \in [0, 1]$ beträgt. Aufgrund unserer Annahmen ist $a(\theta)$ eine nichtfallende Funktion mit $a(\theta) = 0$ für alle $\theta \leq \underline{\theta}$.

Es möge gelten $\underline{\theta} < \bar{\theta}$. Wenn $\theta \leq \underline{\theta}$ lohnt sich die Attacke für einen einzelnen Spieler selbst dann, wenn er als einziger attackiert. Für $\theta > \bar{\theta}$ lohnt es sich auch dann nicht zu attackieren, wenn alle anderen Spieler attackieren würden. Im Bereich dazwischen, für $\theta \in (\underline{\theta}, \bar{\theta})$ lohnt sich eine spekulative Attacke genau dann, wenn mindestens ein Anteil $a(\theta)$ aller Spieler attackiert. Folglich gibt es in diesem Bereich multiple Gleichgewichte bei common knowledge von θ.

Wie im Investitionsspiel nehmen wir nun an, dass die Spieler den Zustand θ nicht kennen, sondern statt dessen private Signale x^i erhalten. Die zugehörigen

Dichtefunktionen seien $h(\theta)$ und $g(x^i|\theta)$ und unterliegen denselben Annahmen, die wir im Abschnitt 3 für das Investitionsspiel getroffen haben.

Eine Strategie ist eine Funktion $s^i : \mathbb{R} \to [0, 1]$ mit der Interpretation, dass Spieler i beim Signal x^i mit Wahrscheinlichkeit $s^i(x^i)$ auf eine Abwertung spekuliert. Für eine Strategiekombination $s = (s^i)_{i\in[0,1]}$ beträgt der Anteil der Spieler, die bei einem Signal x attackieren

$$\pi(x) = \int_0^1 s^i(x)\, \mathrm{d}i.$$

Da die individuellen Signale unabhängig sind, ist der Anteil der Spieler, die sich an einer spekulativen Attacke beteiligen, im Zustand θ fast sicher

$$\alpha(\theta, s) = \int_{\mathbb{R}} \pi(x)\; g(x\,|\,\theta)\; \mathrm{d}x.$$

Somit ist eine spekulative Attacke fast sicher erfolgreich, wenn $\alpha(\theta, s) \geq a(\theta)$.

$$A(s) = \{\theta\,|\,\alpha(\theta, s) \geq a(\theta)\}$$

ist die Menge aller Zustände, in denen der Wechselkurs fast sicher freigegeben wird. Der erwartete Payoff einer Attacke für einen Spieler mit Signal x^i ist der Kursgewinn in den Zuständen, in denen es zur Abwertung kommt, gewichtet mit der bedingten Wahrscheinlichkeit für diese Zustände, abzüglich der Transaktionskosten:

$$U(x^i, s) = \int_{A(s)} R(\theta)\, h(\theta\,|\,x^i)\, \mathrm{d}\theta - t. \tag{10}$$

Die iterative Elimination dominierter Strategien funktioniert hier nach demselben Schema wie im Investitionsspiel. Um sie beginnen zu können, brauchen wir Signale, die so schlecht [gut] sind, dass Attackieren [Nicht–Attackieren] bei diesen Signalen eine dominante Strategie ist. Wir nehmen daher an, dass die Träger der Wahrscheinlichkeitsverteilungen groß genug sind, damit Signale auftreten können, bei denen der erwartete Payoff einer Attacke durch einen einzelnen Spieler positiv ist, aber auch solche, bei denen der erwartete Payoff einer Attacke, an der sich alle Spieler beteiligen, negativ ist. Dann existieren Signale $\underline{x}_0, \bar{x}_0 \in \mathbb{R}$ mit

$$U(\underline{x}_0, 0) = \int_{-\infty}^{\underline{\theta}} R(\theta)\, h(\theta\,|\,\underline{x}_0)\, \mathrm{d}\theta - t = 0$$

und

$$U(\bar{x}_0, 1) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\theta)\, h(\theta\,|\,\bar{x}_0)\, \mathrm{d}\theta - t = 0.$$

Heinemann und Illing (2002) zeigen, dass $U(x^i, 0)$ und $U(x^i, 1)$ mit steigendem x^i abnehmen, so dass Attackieren für alle Signale $x^i < \underline{x}_0$ eine dominante Strategie ist, während Nicht–Attackieren eine dominante Strategie ist für Signale $x^i > \bar{x}_0$.

Sei

$$I_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < k \\ 0 & \text{if } x \geq k \end{cases}.$$

I_k ist die Strategie, bei der ein Spieler genau dann attackiert, wenn er ein Signal unterhalb von k erhält. Wenn alle Spieler die Strategie I_k spielen, dann gleicht der Anteil der attackierenden Spieler im Zustand θ der Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner Spieler im Zustand θ ein Signal unterhalb von k erhält, d.h.

$$\alpha(\theta, I_k) = G(k \mid \theta).$$

Da $G(k|\theta)$ in θ nicht steigt und $a(\theta)$ nicht fällt, existiert ein eindeutiger Wert

$$\hat{\theta}(k) = \max\{\theta \mid a(\theta) = \alpha(\theta, I_k)\}$$

und die Währung wird fast sicher abgewertet, wenn $\theta \leq \hat{\theta}(k)$. Somit ist

$$A(I_k) = (-\infty, \hat{\theta}(k)].$$

Je höher k ist, desto größer ist auch die Menge der Zustände, in denen die Währung abgewertet wird. Da jeder Spieler weiß, dass keine dominierten Strategien gespielt werden, ist die beste [schlechteste] Strategie, die ein attackierender Spieler von seinen Mitspielern erhoffen darf [befürchten muss], $I_{\bar{x}_0}$ [$I_{\underline{x}_0}$]. Folglich lohnt sich eine Attacke wenn $U(x^i, I_{\underline{x}_0}) > 0$, sie lohnt sich nicht, wenn $U(x^i, I_{\bar{x}_0}) < 0$.

Heinemann und Illing (2002) zeigen, dass die Funktion $U(x^i, I_k)$ in x^i streng monoton fällt und somit zwei Folgen $(\underline{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(\bar{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eindeutig definiert werden durch

$$U(\underline{x}_{n+1}, I_{\underline{x}_n}) = 0 \qquad \text{und} \qquad U(\bar{x}_{n+1}, I_{\bar{x}_n}) = 0. \tag{11}$$

Gegeben, dass die Spieler bei Signalen unterhalb von $\underline{x}_n$ die Währung attackieren, lohnt sich eine Attacke auch bei Signalen unterhalb von $\underline{x}_{n+1}$. Wenn die Spieler bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_n$ mit Sicherheit nicht attackieren, dann lohnt sich eine Attacke bei Signalen oberhalb von $\bar{x}_{n+1}$ ebenfalls nicht. Weil die Folge $(\underline{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ aufsteigend und $(\bar{x}_n)_{n\in\mathbb{N}}$ absteigend ist, existieren Grenzwerte $\underline{x}^* = \lim_{n\to\infty} \underline{x}_n$ und $\bar{x}^* = \lim_{n\to\infty} \bar{x}_n$, für die gilt

$$\underline{x}^* = \min\{x \mid U(x, I_x) = 0\} \qquad \text{und} \qquad \bar{x}^* = \max\{x \mid U(x, I_x) = 0\}. \tag{12}$$

Die Switching–Strategien $I_{\underline{x}^*}$ und $I_{\bar{x}^*}$ sind die extremsten Nash–Gleichgewichte des Spiels um spekulative Attacken. $\underline{x}^*$ und $\bar{x}^*$ sind die kleinste und die größte Lösung der Gleichung $U(x, I_x) = 0$ und jede Lösung dieser Gleichung ist ein Nash–Gleichgewicht. Zu jedem Switching–Signal x^* gehört ein Zustand $\theta^* = \hat{\theta}(x^*)$ mit der Eigenschaft, dass für alle $\theta < \theta^*$ die Währung fast sicher abgewertet und für $\theta > \theta^*$ der feste Wechselkurs fast sicher verteidigt wird, wenn alle Spieler die Strategie I_{x^*} spielen. Der Anteil der Spieler, die im Zustand θ attackieren, ist dann $G(x^* \mid \theta^*)$. Es gilt

$$\begin{aligned} & U\big(x^*, I_{x^*}\big) = 0 \qquad \text{und} \qquad \theta^* = \hat{\theta}(x^*) \\ \Leftrightarrow \quad & \int_{-\infty}^{\theta^*} R(\theta)\, h(\theta \mid x^*)\, \mathrm{d}\theta = t \qquad \text{und} \qquad a(\theta^*) = G(x^* \mid \theta^*). \end{aligned} \tag{13}$$

Diese beiden Gleichungen beschreiben die Gleichgewichtswerte x^* und θ^*. Wenn es nur ein Gleichgewicht gibt, dann ist auch θ^* eindeutig und die Wahrscheinlichkeit für eine Abwertung der Währung ist $H(\theta^*)$.

Morris und Shin (1998) zeigen, dass $U(x, I_x)$ mit zunehmendem x fällt, wenn die Zufallsvariablen der Gleichverteilung unterliegen. Unter dieser Verteilungsannahme existiert somit ein eindeutiges Gleichgewicht x^*. Morris und Shin (1999a) analysieren das Modell für normalverteilte Zufallsvariablen und weisen nach, dass es ein eindeutiges Gleichgewicht gibt, wenn die Varianz der privaten Information hinreichend klein ist.

Frankel et al. (2003) zeigen, dass $\underline{x}^*$ und $\bar{x}^*$ für alle Verteilungen gegen den gleichen Grenzwert θ_0^* konvergieren, wenn die Varianz der privaten Signale gegen null geht. Heinemann (2000) korrigiert das fehlerhafte Theorem 2 in Morris und Shin (1998) und zeigt, dass dieser Grenzwert durch die Lösung der Gleichung

$$R\big(\theta_0^*\big)\ \big(1 - a\big(\theta_0^*\big)\big) = t \tag{14}$$

charakterisiert wird. Im Grenzwert stimmen x^* und θ^* überein. Der Kursgewinn $R(\cdot)$, multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Attacke Erfolg hat, $1 - a(\cdot)$, stimmt mit den Kosten einer Attacke t überein.

Die Eindeutigkeit des Gleichgewichtes, die zumindest für $\mathrm{V}(x \mid \theta) \to 0$ garantiert ist, erlaubt nicht nur eine bessere Vorhersage spekulativer Attacken sondern auch komparativ–statische Analysen der Gleichgewichtsbedingung. So zeigt Heinemann (2000), dass bei kleiner Varianz der privaten Informationen Kapitalverkehrskontrollen oder die Einführung einer Tobin–Steuer die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken reduzieren.

6 Informationspolitik

Die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken wird nicht nur von regulierenden Eingriffen in Finanztransaktionen bestimmt, sondern auch von Informationsmechanismen. Die Gleichgewichte hängen von der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zustands θ und der privaten Informationen x^i ab. Informationsmechanismen regeln die Möglichkeiten der Informationsübermittlung zwischen den Akteuren. Im betrieblichen Kontext stellt sich die Frage, welche Informationen ein Unternehmen veröffentlichen soll, um die Wahrscheinlichkeit eines Abzugs von Krediten zu minimieren. Im Modell spekulativer Attacken können sowohl die Zentralbank als auch die privaten Akteure an der Weitergabe ihrer Informationen interessiert sein. Die Informationspolitik beeinflusst die Verteilungsfunktionen, so dass die Verteilungsparameter als Parameter der Informationspolitik interpretiert werden können. Existiert ein eindeutiges Gleichgewicht, so können wir die Auswirkungen der Verteilungsparameter mit den Mitteln komparativer Statik analysieren und einen optimalen Informationsmechanismus ableiten, der Strategien der Informationsübermittlung induziert, die mit einem Gleichgewicht verbunden sind, welches (second best) optimale Eigenschaften besitzt.

Heinemann und Illing (2002) zeigen, dass für gleichverteilte Zufallsvariablen die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken mit sinkender Varianz der privaten Informationen abnimmt. Heinemann und Illing gehen davon aus, dass die Regierung sowohl θ als auch den Umfang spekulativen Verhaltens perfekt beobachten kann.[9] Sie greifen exemplarisch einen Fall heraus, bei dem x^i in einer ϵ–Umgebung von θ gleichverteilt ist. θ unterliegt ebenfalls der Gleichverteilung, wobei der Träger von θ hinreichend groß ist, um die Eindeutigkeit des Gleichgewichts zu gewährleisten. Der Parameter ϵ steht für die Streuung der privaten Informationen. Heinemann und Illing zeigen, dass θ^* positiv von ϵ abhängt, wenn $R' < 0$.

Um die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken zu minimieren, sollte ϵ demnach möglichst klein, die privaten Signale also möglichst präzise sein. Allerdings sollte ϵ positiv sein, um common knowledge und die damit verbundene Multiplizität von Gleichgewichten zu vermeiden. Sind die Signale hingegen sehr unpräzise, mithin ϵ sehr groß, dann kann das zugehörige θ^* größer sein als $\bar{\theta}$, eine Abwertung also sogar in solchen Zuständen nötig werden, in denen sie bei common knowledge in keinem Gleichgewicht durchgeführt würde.

Diese Resultate gelten tendenziell auch für andere Verteilungsfunktionen, sofern die Funktionen R und a im relevanten Bereich hinreichend steil verlaufen. Interpretiert man die Streuung der privaten Informationen als Maß für die Transparenz der Zentralbank, so kann man aus diesen Resultaten schließen, dass die Zentralbank eines Landes mit festem Wechselkurs Informationsmechanismen einrichten sollte, die zu größtmöglicher Transparenz führen.

Morris und Shin (1999a, 2004) untersuchen das Verhalten des Modells für normalverteilte Zufallsvariablen. Vereinfachend gehen sie davon aus, dass der Kursgewinn im Falle einer Abwertung nicht von θ abhängt, also $R' = 0$. Dies entspricht weniger einer Freigabe des Wechselkurses als vielmehr einer Abwertung um einen festen Betrag, der nicht vom Zustand der Ökonomie abhängt. Unter dieser Annahme sind die Gleichgewichtsbedingungen (13) äquivalent zu

$$R\, H(\theta^* \,|\, x^*) = t \qquad \text{und} \qquad a(\theta^*) = G(x^* \,|\, \theta^*). \tag{15}$$

Da $H(\cdot)$ mit steigendem θ^* zu- und mit x^* abnimmt, definiert die erste Gleichung implizit eine Funktion $\theta^* = \tilde{\theta}(x^*)$. Die Funktion $\tilde{\theta}(x)$ bezeichnet den Zustand, bis zu dem abgewertet werden muss, damit sich eine Attacke beim Signal x gerade noch lohnt. Die zweite Gleichung ist äquivalent zu $\theta^* = \hat{\theta}(x^*)$. Die Funktion $\hat{\theta}(x)$ bezeichnet den Zustand bis zu dem abgewertet *wird*, wenn die Spieler bis zum Signal x attackieren. Die Schnittpunkte beider Funktionen sind die Gleichgewichte des Modells. Beide Funktionen sind stetig und monoton steigend. Für kleine x–Werte ist $\tilde{\theta}(x) < \hat{\theta}(x)$, für große Werte gilt $\tilde{\theta}(x) > \hat{\theta}(x)$. Multiple Gleichgewichte existieren genau dann, wenn es einen Wert $\tilde{x}$ gibt mit $\tilde{\theta}(\tilde{x}) = \hat{\theta}(\tilde{x})$ und $\frac{d\tilde{\theta}}{dx}|_{\tilde{x}} < \frac{d\hat{\theta}}{dx}\Big|_{\tilde{x}}$.

Unter Ausnutzung der Eigenschaften der Normalverteilung und der Gleichungen (3) und (4) ist (15) äquivalent zu

[9] Die Entscheidung zur Abwertung trifft die Zentralbank aufgrund ihrer Informationen. Folglich sollte die Hürde $a(\cdot)$ von den Informationen der Zentralbank über θ abhängen. Wenn der Umfang einer Abwertung ebenfalls von der Zentralbank festgelegt wird, dann wird auch die Auszahlung $R(\cdot)$ von den Informationen der Zentralbank bestimmt. In diesem Fall können wir θ als Information der Zentralbank interpretieren und die Annahme von Heinemann und Illing (2002) bedeutet keine Einschränkung. Wenn die Zentralbank den Wechselkurs frei gibt, so hängt der Payoff allerdings von den Einschätzungen des Marktes ab. In iesem Fall kann die Zentralbank den Umfang der Abwertung nicht exakt vorhersagen.

$$R\,\Phi\left(\frac{\tilde{\theta}(x^*) - \mathrm{E}(\theta \mid x^*)}{\sqrt{\mathrm{V}(\theta \mid x^*)}}\right) = t \quad \text{und} \quad a(\theta^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mathrm{E}(x^i \mid \hat{\theta}(x^*))}{\sqrt{\mathrm{V}(x^i \mid \hat{\theta}(x^*))}}\right).$$

$$\Leftrightarrow \quad R\,\Phi\left(\frac{\sigma^2\,(\tilde{\theta} - y) + \tau^2(\tilde{\theta} - x^*)}{\sigma\,\tau\,\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}}\right) = t \quad \text{und} \quad a(\hat{\theta}) = \Phi\left(\frac{x^* - \hat{\theta}}{\sigma}\right).$$

Totale Differentiation dieser beiden Gleichungen ergibt

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\theta}}{\mathrm{d}x} = \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} \qquad \text{und} \qquad \frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}x} = \frac{\phi\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)}{\sigma\,a'(\theta) + \phi\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)}.$$

Somit gilt

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\theta}}{\mathrm{d}x} < \frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \tau^2\,a'(\theta) < \sigma\,\phi\left(\frac{x - \theta}{\sigma}\right).$$

Da die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung nach oben beschränkt ist durch $\phi(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, ist eine notwendige Bedingung für diese Ungleichungen und damit für multiple Gleichgewichte

$$\sigma > \tau^2\,a'(\theta)\,\sqrt{2\pi}.$$

Wenn diese Bedingung für kein θ erfüllt wird, dann kann es keine multiplen Gleichgewichte geben. Ähnlich dem Investitionsspiel, besitzt das Modell zu spekulativen Attacken ein eindeutiges Gleichgewicht, wenn die Varianz der privaten Informationen σ^2 hinreichend klein oder die Varianz der öffentlichen Information τ^2 hinreichend groß ist. Anderenfalls ergibt sich ein Intervall $[\underline{y}, \bar{y}]$ so dass multiple Gleichgewichte existieren, wenn sich der a–priori–Erwartungswert von θ in diesem Intervall befindet. Hellwig (2002) zeigt, dass dieses Intervall für $\tau^2/\sigma^2 \to 0$ gegen $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ konvergiert.

Diese Eigenschaften gelten qualitativ auch dann, wenn $R' < 0$, so dass die bestehenden Resultate einige Rückschlüsse auf die optimale Informationspolitik erlauben. Transparenz im Sinne möglichst präziser privater Informationen hilft multiple Gleichgewichte zu vermeiden. Ist das Gleichgewicht eindeutig, so reduziert Transparenz die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken. Präzise öffentliche Informationen bergen hingegen die Gefahr multipler Gleichgewichte und können somit erwartungsgetriebene Sprünge zwischen verschiedenen Gleichgewichten hervorrufen.

Sbracia und Zaghini (2001) argumentieren, die Zentralbank solle ihre Informationspolitik vom Zustand der Ökonomie abhängig machen. Für $\theta > \theta_0^*$ könnten spekulative Attacken durch möglichst präzise private Informationen vermieden werden. Wenn $\theta \leq \theta_0^*$ und das Gleichgewicht eindeutig ist, dann ist eine Abwertung unvermeidbar. In derart schlechten Zuständen solle die Zentralbank den Zustand öffentlich bekannt geben. Diese öffentliche Information würde multiple Gleichgewichte erzeugen und damit eine Koordination auf das Gleichgewicht ohne Abwertung ermöglichen. Da die Spieler an einer Abwertung interessiert sind, ist aber eher zu vermuten, dass sie Koordinationsmöglichkeiten, die ihnen eingeräumt werden, zur koordinierten Attacke nutzen.

Die Ergebnisse dieses Kapitels und die Diskussion im Kapitel 4 zeigen, dass private Informationen in Koordinationsspielen einen stabilisierenden Einfluss ausüben, weil sie zur Eindeutigkeit des Gleichgewichts beitragen. Öffentliche Informationen bewirken das Gegenteil. Sie können ein ökonomisches System destabilisieren, weil sie common knowledge erzeugen und es den Akteuren ermöglichen, ihre Aktionen auf die öffentliche Information zu koordinieren. Risikoabwägungen verlieren dabei an Gewicht und sich selbst erfüllende Erwartungen gewinnen als Bestimmungsfaktor des Verhaltens an Bedeutung. Dies hat zur Folge, dass an sich unbedeutende öffentliche Verlautbarungen einen großen Effekt ausüben können, nur weil die Spieler an diesen Effekt glauben.

Aus dem Umstand, dass öffentliche Informationen destabilisierend wirken können, könnte man schließen, dass die Zentralbank ihre Informationen besser zurückhalten sollte. Öffentliche Verlautbarungen allseits bekannter Tatsachen können die Koordination auf ein anderes Gleichgewicht auslösen und Verhaltenssprünge herbeiführen. So stellt sich die Frage, wie möglichst präzise private Informationen erzeugt werden können, ohne allzu präzise öffentliche Information zu schaffen.

Wenn die Zentralbank den Zustand der Ökonomie θ sehr genau kennt, dann gibt es eine offensichtliche Antwort: Die Zentralbank kann common knowledge vermeiden, indem sie ihre Daten und Prognosen nicht *öffentlich* bekannt gibt. Dennoch kann sie die privaten Informationen verbessern, indem sie jedem Akteur *individuell* Auskunft über θ bzw. über Daten und Prognosen erteilt. Diese Auskunft sollte jedoch nicht mit der tatsächlichen Prognose der Zentralbank übereinstimmen, sondern durch einen ideosynkratischen Zufallsprozess mit geringer Varianz verzerrt werden. Dadurch erhält jeder Spieler ein recht präzises privates Signal über θ und erwartet, dass die anderen Spieler mit gleicher Wahrscheinlichkeit bessere oder schlechere Signale erhalten. Unter diesen Bedingungen gibt es ein eindeutiges Gleichgewicht mit einem kritischen Zustand θ^* nur wenig oberhalb von θ_0^*.

Wenn die Zentralbank θ nicht genau kennt, dann kann sie allenfalls private Informationen anbieten, die um ihre eigene unsichere Prognose streuen. Erhalten die Spieler neben diesen Informationen der Zentralbank, weitere private oder öffentliche Informationen aus anderen Quellen, hängt die Vorteilhaftigkeit der Informationsweitergabe durch die Zentralbank davon ab, wie gut die verschiedenen Informationsarten sind. Tendenziell scheint eine transparente Informationspolitik immer dann sinnvoll zu sein, wenn die Informationen der Zentralbank besser sind als die Informationen anderer Quellen.

Neben der Zentralbank können sich aber auch private Wirtschaftssubjekte an der Konstruktion von Informationsmechanismen beteiligen. Corsetti, Dasgupta, Morris und Shin (2004) analysieren ein asymmetrisches Modell spekulativer Attacken mit einem großen Spieler und zeigen zunächst, dass die Existenz eines großen Spielers das kritische Signal x^*, bis zu dem sich kleine Spieler an einer Attacke beteiligen, nach oben verschiebt. Die Existenz eines großen Spekulanten erhöht die Aggressivität der kleinen um so mehr, je besser der große über θ informiert ist. Wenn der große Spieler besser informiert ist als die kleinen, dann liegt es in seinem Interesse, den anderen Spielern sein Verhalten vorab zu signalisieren. Wenn die Differenz in der Informationsqualität hinreichend groß ist, werden ihm die kleinen Spieler blind folgen. Dadurch wird das Koordinationsproblem beseitigt und die Wahrscheinlichkeit spekulativer Attacken maximiert.

Bannier und Heinemann (2005) analysieren den Einfluss der Präzision privater Information in Abhängigkeit von den jeweiligen a–priori–Erwartungen der

Spieler. Das von ihnen analysierte Spiel lässt sich sowohl als Modell spekulativer Attacken als auch als Modell der Refinanzierung eines illiquiden Unternehmens interpretieren. Unternehmen, bei denen die a–priori–Erwartungen eine Refinanzierung lohnend erscheinen lassen, sollten nicht riskieren, diese guten Erwartungen durch ex–post Informationen zu ändern. Ihre optimale Informationspolitik besteht in einer minimalen Präzision der vom Unternehmen veröffentlichten Daten. Unternehmen, bei denen die a–priori–Wahrscheinlichkeit für schlechte Nachrichten sehr hoch ist, sollten sich hingegen von vorne herein darauf festlegen, ihre Kreditgeber jeweils präzise über aktuelle Entwicklungen zu informieren. Dies führt zwar im wahrscheinlichen Falle schlechter Daten zur einer Liquidierung. Diese ist jedoch auch bei Zurückhaltung schlechter Neuigkeiten nicht zu vermeiden. Im Falle einer positiven Unternehmensentwicklung kann die Publikation von Rechnungsweseninformationen eine Liquidierung jedoch vermeiden. Eine asymmetrische Politik, etwa nur gute Neuigkeiten zu veröffentlichen, ist nicht zu empfehlen, weil die Kreditgeber aus den fehlenden Informationen entsprechende Rückschlüsse ziehen würden. Ein *commitment* zu präzisen Informationen minimiert gerade bei Unternehmen mit hohem Risiko vorzeitiger Liquidation die Wahrscheinlichkeit, dass es tatsächlich zur Liquidierung kommt.

7 Robustheit und weitere Anwendungen

Die von Carlsson und van Damme (1993a,b) und Morris und Shin (1998) entwickelte Theorie der globalen Spiele hilft, multiple Gleichgewichte durch Einführung privater Information über payoff–relevante Parameter zu vermeiden. Sie überzeugt durch ihre Plausibilität und durch die Aussagekraft der Resultate, die mit ihrer Hilfe gewonnen werden. Sie erlaubt eindeutige Vorhersagen und komparative Statik in Modellen, die ansonsten unterbestimmt sind. Darüber hinaus ist sie auf eine große Klasse von Entscheidungssituationen und ökonomischen Theorien anwendbar.

Die Bedingungen, die ein Spiel erfüllen muss, damit die Modellierung privater Information über einen payoffrelevanten Parameter $\theta \in \mathbb{R}$ zu einer Reduktion der Gleichgewichtsmenge führt, sind

1. eindeutige Gleichgewichte, möglichst in dominanten Strategien, für kleine und große Werte von θ,
2. strategische Komplementarität zwischen den Aktionen der Spieler sowie zwischen ihren Aktionen und θ: Zustände und Aktionen der Spieler sollten so geordnet werden können, dass höhere Aktionen eines Spielers um so vorteilhafter werden, je höher die Aktionen der anderen Spieler sind und je größer θ ist.

Strategische Komplementarität ist nicht unbedingt erforderlich aber eine große Hilfe bei der Ermittlung der Gleichgewichte. Die genannten Annahmen werden von zahlreichen Koordinationsspielen mit verschiedensten Interpretationsmustern erfüllt.

Frankel et al. (2003) und Morris und Shin (2003) zeigen, dass bei hinreichend kleiner Varianz der privaten Information alle Gleichgewichte in einem beliebig kleinen Intervall liegen. Diese Aussage gilt unabhängig von der gewählten a–priori–Verteilung. Konvergiert die Varianz der privaten Informationen gegen null, so konvergieren alle Gleichgewichte gegen einen gemeinsamen Grenzwert, der nicht von der exakten Form der Verteilungsfunktion (ihren höheren Momenten) abhängt. Dies erlaubt eine einfache Berechnung des Grenzwerts und zeigt, wie robust die Methode ist.

Anwendungen konzentrieren sich bisher auf Fragestellungen im Bereich der Finanzmarkttheorie. Hubert und Schäfer (2002) betrachten ein Modell, in dem ein Unternehmen bei mehreren Gläubigern verschuldet ist. Sie zeigen, dass das Koordinationsproblem zwischen den Gläubigern dazu führt, dass solvente aber illiquide Unternehmen in den Konkurs getrieben werden, der bei einer koordinierten Umschuldung vermeidbar wäre. Eine empirische Untersuchung von Brunner und Krahnen (2000) zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Umschuldung illiquider Unternehmen signifikant größer ist, wenn die Gläubiger einen *creditor pool* zur Lösung des Koordinationsproblems bilden.

Morris und Shin (2004) analysieren, welchen Einfluss die Endogenität von Kreditausfallrisiken auf die Bewertung der Forderungen hat. Während traditionelle Bewertungsmodelle des *value at risk* von effizienten Unternehmensliquidationen ausgehen, ermöglicht das Koordinationsproblem ineffiziente Liquidationen. Die Wahrscheinlichkeit für ineffiziente Konkurse ist um so größer, je niedriger die Rentabilität des Unternehmens aufgrund öffentlicher Informationen eingeschätzt wird. Traditionelle Bewertungsmodelle unterschätzen daher das Kreditausfallrisiko gerade bei Unternehmen, bei denen dieses Risiko verhälnismäßig hoch ist.

Goldstein und Pauzner (2005) betrachten das Modell zur Erklärung systemischer Liquiditätskrisen von Diamond und Dybvig (1983). Ihr Modell ist methodisch in zweierlei Hinsicht interessant. Zum einen sind die Entscheidungen der Spieler nicht immer strategische Komplemente. Dennoch können Goldstein und Pauzner ein eindeutiges Gleichgewicht nachweisen. Zum anderen fehlt in ihrem Modell die obere Dominanzregion. Auch das solideste Finanzsystem bricht zusammen, wenn ihm kein Anleger mehr vertraut. Goldstein und Pauzner lösen das Problem durch die Annahme eines Investors, der von der Liquiditätskrise nicht betroffen ist, und die in Zahlungsschwierigkeiten befindlichen Unternehmen aufkaufen würde, wenn ihre Rentabilität hoch genug ist. Damit ist ihr Modell streng genommen keine Beschreibung weltweiter systemischer Krisen. Anders als bei einzelnen illiquiden Unternehmen gibt es bei systemweiten Liquiditätskrisen neben Schuldnern und Gläubigern keine dritten Spieler, die hochproduktiven Unternehmen die benötigte Liquidität privatwirtschaftlich zur Verfügung stellen könnten. Eine Übernahme der Liquiditätsforderungen durch Investoren von außen kann allenfalls regionale oder branchenspezifische Krisen lösen. Man kann jedoch das Verhalten von Zentralbanken, die solventen aber illiquiden Banken kurzfristig Liquidität zur Verfügung stellen, als Eingriff eines stets liquiden Investors auffassen. Rochet und Vives (2004) nehmen an, dass der Liquidationswert der Banken in besonders guten Zuständen die Summe der Einlagen übersteigt, so dass sie selbst dann keinen Konkurs anmelden brauchen, wenn alle Einleger ihr Kapital abziehen. Diese Lösung ist wesentlich eleganter, da solche Situationen als extrem gute Zustände der Welt möglich sind. Zwar werden Liquiditätskrisen nur auftreten, wenn die Liquidationserlöse nicht ausreichen, um die Einlagen auszuzahlen, aber für ein eindeutiges Gleichgewicht im globalen Spiel reicht die Existenz solch extrem guter Zustände mit positiver Wahrscheinlichkeit. Goldstein (2004) benutzt die Methode globaler Spiele um den Zusammenhang von Banken- und Währungskrisen zu analysieren.

Dönges und Heinemann (2000) betrachten den Wettbewerb zwischen klassischen *dealer markets* und elektronischen *crossing networks*. Ihr Modell ist in gleicher Weise auch für den Wettbewerb zwischen traditionellem Zwischenhandel und elektronischem Handel via Internet anwendbar. Sie zeigen, dass Produkte, bei denen die Marktteilnehmer an schnellen Abschlüssen interssiert sind oder für die verhältnismäßig wenig potenzielle Käufer und Verkäufer existieren, auf dem traditionellen Weg gehandelt werden, während Produkte, bei denen die Wartekosten gering sind und die Marktliquidität hoch ist, auf elektronischen Börsen gehandelt werden, wo Anbieter und Nachfrager einander direkt zugeordnet werden.

Fukao (2003) betrachtet ein Modell mit technologischen Netzwerkexternalitäten, formuliert hinreichende Bedingungen für ein eindeutiges Gleichgewicht und weist die Ineffizienz des Gleichgewichts nach. Wenn eine neue Produktionstechnologie Netzwerkexternalitäten aufweist, dann kann ein Eingriff zur Lösung des Koordinationsproblems erforderlich sein. Da hier alle Spieler von der Koordination profitieren, kann es reichen, common knowledge herzustellen und ihnen die Möglichkeit zu geben, ihr Verhalten zu koordinieren. Finanzielle Anreize oder staatliche Investitionslenkung sind zur Beseitigung der Ineffizienz nicht unbedingt erforderlich. Voraussetzung ist aber die Bildung eines Investorenpools, der vergleichbar dem Gläubigerpool bei Brunner und Krahnen (2000) die Aktivitäten der einzelnen Investoren koordiniert.

Karp (2000) betrachtet ein Zwei–Sektoren Modell mit steigenden Skalenerträgen in einem der Sektoren und zeigt, dass bei hinreichend kleiner Varianz der privaten Informationen über die Produktivität ein eindeutiges Gleichgewicht existiert. Er analysiert, wie dieses Gleichgewicht von den exogenen Parametern abhängt, und diskutiert die Rolle von Steuern auf die Faktorallokation.

Weitere Anwendungen sind überall dort bedenkenswert, wo common knowledge der Auszahlungsfunktion mit multiplen Gleichgewichten verbunden ist. Besonders erfolgversprechend sind sie dann, wenn die Aktionen der Spieler strategische Komplementaritäten aufweisen. Neben der Bestimmung eindeutiger Gleichgewichte ist aber auch die Frage zu stellen, wie die Informationsstrukturen in den jeweils abgebildeten ökonomischen Situationen beschaffen sind.

In allen erwähnten Modellen hängt die Zahl der Gleichgewichte entscheidend von der Struktur privater und öffentlicher Informationen ab. Für hinreichend kleine Varianz der privaten Information ist das Gleichgewicht eindeutig und im Grenzwert unabhängig von anderen Verteilungsparametern, in diesem Sinne also robust. Die genaue Lage des Gleichgewichts kann jedoch von allen Momenten der gemeinsamen Verteilung des payoff–relevanten Parameters und der privaten Informationen beeinflusst werden. So können verschiedene Informationsmechanismen zu verschiedenen Gleichgewichten führen, die sich nach dem Pareto–Kriterium ordnen lassen. Hier stellt sich die Frage nach optimalen Informationsmechanismen, deren Beantwortung allerdings erschwert wird durch die potenzielle Multiplizität von Gleichgewichten. Zwar kann Multiplizität generell als problematisch gelten, weil sie erwartungsgetriebene Sprünge in den Daten ermöglicht. Andererseits lässt sich die Häufigkeit solcher Sprünge nicht voraussagen. Damit besteht auch keine Möglichkeit, die durch multiple Gleichgewichte erzeugte Instabilität zu bewerten.

Neben der Effizienz sind auch einzelwirtschaftliche Interessen bei der Konstruktion von Informationsmechanismen zu beachten. Wirtschaftssubjekte, die über Informationen aus eigenen Quellen verfügen oder sich Informationen durch eigene Forschung beschaffen, können diese Informationen privat oder öffentlich weiter-geben oder vermarkten und üben dabei einen strategischen Einfluss auf das ökonomische Gleichgewicht aus. Die zeitliche Reihenfolge des Agierens verschieden informierter Spieler kann die Lage des Gleichgewichts ebenfalls beeinflussen, da die Aktionen vorangehender Spieler Signalcharakter haben und in die Informationsmenge später agierender Spieler eingehen. Konstruktion und Analyse von Informationsmechanismen, gehören daher zu den spannendsten und wichtigsten Aufgaben weiterer Forschung zu *global games*.

Die bisherigen Analysen beschränken sich zumeist auf statische Koordinationsspiele, in denen alle Akteure gleichzeitig entscheiden. Die Anwendungsbeispiele erinnern aber eher an dynamische Spiele mit sequentiellen Entscheidungen. So müssen nicht alle Firmen gleichzeitig entscheiden, ob sie eine Netzwerktechnologie adaptieren. Das Koordinationsproblem ist vor allem in der Anfangsphase bedeutsam. Simulationen dynamischer Modelle mit exogen vorgegebener Reihenfolge der Entscheidungen zeigen, dass das Ergebnis eines dynamischen Koordinationsspiels entscheidend davon abhängt, welche Signale die jeweils ersten Entscheidungsträger erhalten haben (Costain 2003). Sobald sich eine hinreichend große Mehrheit für oder gegen eine neue Netzwerktechnologie entschieden hat, folgen die übrigen Spieler in herdenhaftem Verhalten der jeweiligen Mehrheit. Erfolg oder Misserfolg einer Netzwerktechnologie oder einer spekulativen Attacke sind umso besser vorhersagbar, je weniger die Akteure über die vorangengenen Entscheidungen ihrer Mitspieler informiert sind.

Die Annahme einer vorgegebenen Reihenfolge der Entscheidungen ist zweifellos unrealistisch. Realistischer ist ein Szenario, in dem die Beteiligten frei entscheiden können, wann sie ein Netzwerkgut kaufen oder auf die Abwertung einer Währung spekulieren. Im Kontext sequentieller Entscheidungen haben die Akteure einerseits einen Anreiz ihre Entscheidung früh zu treffen, um damit anderen zu signalisieren, dass das Netzwerk bzw. die Attacke aus ihrer Sicht erfolgreich sein wird. Andererseits besteht ein Anreiz die eigene Entscheidung zurückzustellen, um Informationen über das Verhalten der Mitspieler zu erlangen. Leider gibt es hierzu bislang weder theoretische noch experimentelle Befunde, die sich verallgemeinern ließen. Die Analyse dynamischer Koordinationsspiele gehört zu den großen Herausforderungen für künftige Forschungsarbeiten.

Anhang: Beweis zu Lemma 1

Im Investitionsspiel ist der erwartete Payoff des Spielers i, wenn alle anderen die Switching–Strategie I_k spielen, gegeben durch

$$U(x^i, I_k) = \mathrm{E}(\theta \mid x^i) - \mathrm{prob}(x^j < k \mid x^i) = \int_{-\infty}^{\infty} [\theta - G(k \mid \theta)]\, h(\theta \mid x^i)\, \mathrm{d}\theta.$$

Sei $R(\theta) = \theta - G(k \mid \theta)$. Da $G(k \mid \theta)$ nicht steigt in θ, ist R streng monoton steigend. Folglich existiert eine Inverse R^{-1} und es gilt

$$U(x^i, I_k) = \int_{R(-\infty)}^{R(\infty)} \mathrm{prob}\big(\theta \geq R^{-1}(y) \mid x^i\big)\, \mathrm{d}y = \int_{R(-\infty)}^{R(\infty)} \big[1 - H(R^{-1}(y) \mid x^i)\big]\, \mathrm{d}y.$$

Da $H(\theta \mid x^i)$ nicht steigt in x^i und für eine positive Masse von θ–Werten fällt, ist $\mathrm{d}U(x^i, I_k)/\mathrm{d}x^i > 0$. □

Literatur

Bannier C, Heinemann F (2005) Optimal transparency and risk taking to avoid currency and liquidity crises. J Inst Theor Econ, 161:374–391

Brunner A, Krahnen JP (2000) Corporate debt restructuring: Evidence on coordination risk in financial distress. Center for Financial Studies, Frankfurt

Carlsson H, van Damme E (1993a) Global games and equilibrium selection. Econometrica 61:989–1018

Carlsson H, van Damme E (1993b) Equilibrium selection in stag hunt games. In: Binmore K, Kirman A, Tani P (eds) Frontiers of Game Theory. MIT Press, Cambridge, MA

Corsetti G, Dasgupta A, Morris S, Shin HS (2004) Does one Soros make a difference? A theory of currency crises with large and small traders. Rev Econ Stud 71:87–114

Costain JS (2003) A herding perspective on global games and multiplicity. Univ. Carlos III Economics Working Paper 03-29

Diamond DW, Dybvig PH (1983) Bank runs, deposit insurance and liquidity. J Polit Econ 91:401–419

Dönges J, Heinemann F (2000) Competition for order flow as a coordination game. Discussion paper, Universität Frankfurt

Flood RP, Garber P (1984) Collapsing exchange–rate regimes: Some linear examples. J Int Econ 17:1–13

Frankel D, Morris S, Pauzner A (2003) Equilibrium selection in global games with strategic complementarities. J Econ Theory 108:1–44

Frankel JA (1999) No single currency regime is right for all countries or at all times. Essays Int Finance 215

Fukao K (2003) Coordination failures under incomplete information and global games. Hitotsubashi J Econ 44:59–73

Goldstein I (2004) Strategic complementarities and the twin crises. Econ J 115:368–390

Goldstein I, Pauzner A (2005) Demand deposit contracts and the probability of bank runs. J Finance 60:1293–1328

Harsanyi JC, Selten R (1988) A general theory of equilibrium selection in games. MIT Press

Heinemann F (1995) Rationalisierbare Erwartungen: Eine entscheidungstheoretische Fundierung ökonomischer und spieltheoretischer Gleichgewichtskonzepte. Physica, Heidelberg

Heinemann F (2000) Unique equilibrium in a model of self–fulfilling currency attacks: Comment. Am Econ Rev 90:316–318

Heinemann F (2001) Berechnung und grafische Darstellung von Gleichgewichten des Investitionsspiels. Excel-file, available at http://www.sfm.vwl.uni-muenchen.de/heinemann/publics/global-games.htm [14.11.2005]

Heinemann F, Illing G (2002) Speculative attacks: Unique sunspot equilibrium and transparency. J Int Econ 58:429–450

Heinemann F, Nagel R, Ockenfels P (2004a) The theory of global games on test: Experimental analysis of coordination games with public and private information. Econometrica 72:1583–1599

Heinemann F, Nagel R, Ockenfels P (2004b) Measuring strategic uncertainty in coordination games. CESifo Working Paper 1364

Hellwig C (2002) Public information, private information, and the multiplicity of equilibria in coordination games. J Econ Theory 107:191–222

Hubert F, Schäfer D (2002) Coordination failure with multiple source lending: The cost of protection against a powerful lender. J Inst Theor Econ 158:256–275

Illing G (1997) Theorie der Geldpolitik. Springer, Berlin u.a.

Karp L (2000) Fundamentals versus beliefs under almost common knowledge. Working paper, revised version, University of California at Berkeley

Krugman P (1979) A model of balance of payments crises. J Money Credit Banking 11:311–325

Krugman P (1996) Are currency crises self–fulfilling? In: Bernanke BS, Rotemberg JJ, NBER Macroeconomic Annual. MIT Press, Cambridge, MA, S 345–378

Krugman P (1999) Balance sheets, the transfer problem, and financial crises. Available at http://web.mit.edu/krugman/www [14.11.2005]

Lütkepohl H (1993) Introduction to multiple time series analysis, 2. Aufl. Springer, Berlin

Milgrom P, Roberts J (1990) Rationalizability, learning, and equilibrium in games with strategic complementarities. Econometrica 58:1255–1277

Morris S, Shin HS (1998) Unique equilibrium in a model of self–fulfilling currency attacks. Am Econ Rev 88:587–597
Morris S, Shin HS (1999a) A theory of the onset of currency attacks. In: Agenor, Vines und Weber (Hrsg) Asian financial crisis: Causes, contagion and consequences. Cambridge University Press
Morris S, Shin HS (1999b) Private versus public information in coordination games. mimeo
Morris S, Shin HS (2004) Coordination risk and the price of debt. Eur Econ Rev 48:133–153
Morris S, Shin HS (2003) Global games: Theory and applications, in advances in economics and econometrics. Proceedings of the Eighth World Congress of the Econometric Society, Dewatripont M, Hansen L, Turnovsky S (eds). Cambridge University Press, Cambridge, England
Obstfeld M (1996a) Models of currency crisis with self–fulfilling features. Eur Econ Rev 40:1037–1047
Obstfeld M (1996b) Are currency crises self–fulfilling? Comment. In: Bernanke BS, Rotemberg JJ, NBER Macroeconomic Annual. MIT Press Cambridge, MA, S 393–403
Rochet, J-C, Vives X (2004) Coordination failures and the lender of last resort: Was Bagehot right after all? J Eur Econ Assoc 2:1116–1147
Sbracia M, Zaghini A (2001) Expectations and information in second generation currency crises models. Econ Model 18:203–222