Univ. Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V
Lehrstuhl für Kontinuumsmechanik und
Materialtheorie - LKM, Sekr. MS 2
Einsteinufer 5, 10587 Berlin

(b) Bestimmen Sie die alle Auflager- und Gelenkreaktionen in den Punkten A, B und C.
Hinweis: $\int_A^B x\sin(ax)\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{a^2}\sin(ax) - \frac{x}{a}\cos(ax)\right]_A^B$

(c) Bestimmen Sie die Querkraft $Q(x)$ und das Biegemoment $M(x)$ im rechten Balken ($x = [L, 2L]$) mit Hilfe des elementaren Schnittprinzips.

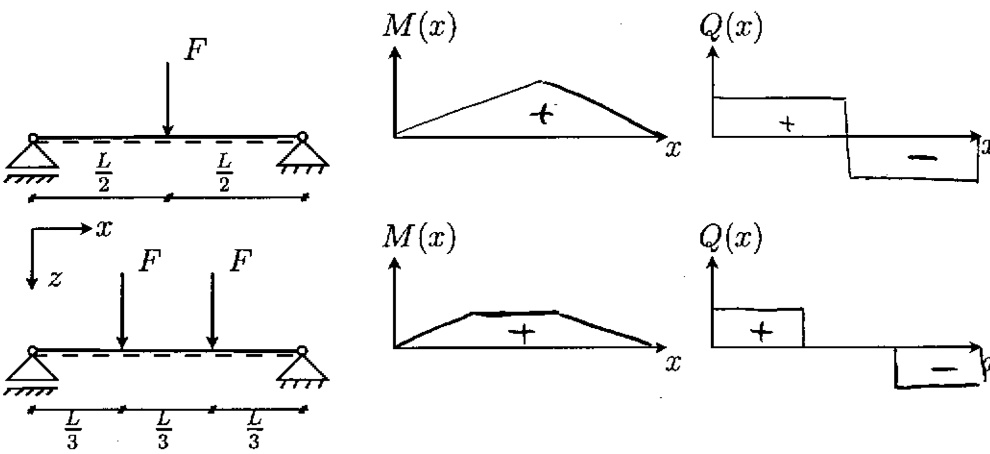
(d) Bestimmen Sie die Querkraft $Q(x)$ und das Biegemoment $M(x)$ im linken Balken ($x = [0, L]$) durch Integration der Schnittlastendifferentialgleichungen. Benutzen Sie dazu geeignete Randbedingungen.

Geg.: L, q_0

Muster-Lösung

Theorieaufgaben

1.

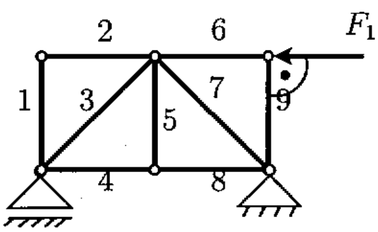


Zeichnen Sie den qualitativ richtigen Verlauf der Querkraft und des Biegemomentes inklusive Vorzeichen.

Geg.: F, L

(2 Punkte)

2.

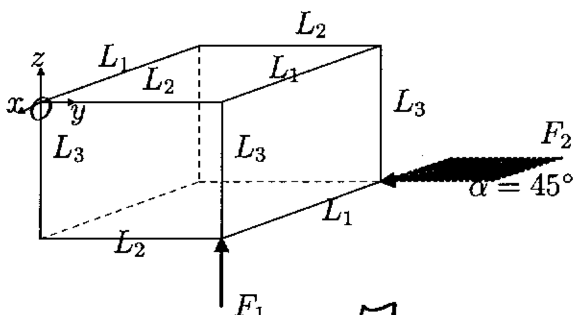


Kreuzen Sie die richtige Antwort an.

- [ ] Nur die Stäbe 1 und 2 sind Nullstäbe.
- [ ] Nur die Stäbe 1, 2 und 9 sind Nullstäbe.
- [x] Nur die Stäbe 1, 2, 5 und 9 sind Nullstäbe.

(1 Punkt)

3.



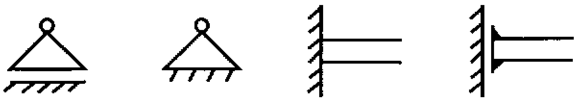
Ein Quader mit den Kantenlängen L_1, L_2 und L_3 ist durch die Kräfte F_1 und F_2 belastet. Bestimmen Sie per Kreuzprodukt das reultierende Moment um den Ursprung O.

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^{2} \underline{x}_i \times \underline{F}_i = \begin{pmatrix} M_x^{(0)} \\ M_y^{(0)} \\ M_z^{(0)} \end{pmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} F_1 L_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 L_3 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} F_2 L_3 \\ L_1 \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 L_2 \end{pmatrix}$$

(1 Punkt)

Univ. Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V
Lehrstuhl für Kontinuumsmechanik und
Materialtheorie - LKM, Sekr. MS 2
Einsteinufer 5, 10587 Berlin

4. 

Geben Sie die Wertigkeiten der Lager an

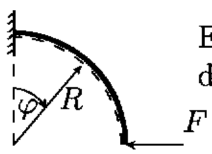
1	2	3	2

(1 Punkt)

5. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **ausschließlich** in den Einheiten 1, kg, m , s und N an:

Streckenlast $q(x)$	$\frac{N}{m}$
Biegemoment $M(x)$	Nm

(1 Punkt)

6. 

Ein halbkreisförmiger Balken wird durch eine Kraft F belastet. Bestimmen Sie den Verlauf des Biegemomentes

$M(\varphi) = -FR\cos(\varphi)$

(1 Punkt)

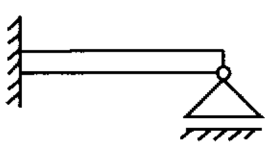
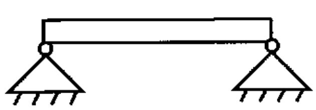
7. Auf einen Körper wirken 3 Kräfte:
$\underline{F}_1 = a\underline{e}_x + b\underline{e}_z$
$\underline{F}_2 = a\underline{e}_x - a\underline{e}_y$
$\underline{F}_3 = a\underline{e}_x + a\underline{e}_y + b\underline{e}_z$

Berechnen Sie die resultierende Kraft: $\underline{R} = \begin{pmatrix} 3a \\ 0 \\ 2b \end{pmatrix}$ **(1 Punkt)**

8. Wie groß ist $Q(x)$ in einem Balken, wenn $M(x) = M_0 \frac{x}{L} \cos(2\frac{x}{L})$ bekannt ist.

$Q(x) = \frac{M_0}{L} \cos\left(2\frac{x}{L}\right) - M_0 \frac{2x}{L^2} \sin\left(2\frac{x}{L}\right)$ **(1 Punkt)**

9.

	statisch bestimmt	statisch unbestimmt
	☐	☒
	☐	☒

Kreuzen Sie an, ob die beiden Systeme jeweils statisch bestimmt oder unbestimmt sind.

(1 Punkt)

Musterlösung 1. Klausur Mechanik 1
WS 11/12

A1

a)

	A_i	y_{Fi}	$y_{Fi}\,A_i$	
I	$\frac{R^2\pi}{2}$	$\frac{R}{4} - \frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$	$\frac{(3\pi-16)}{24}R^3$	1
II	$\frac{R^2}{4}$	R	$\frac{R^3}{4}$	1
III	$\frac{R^2}{2}$	$\frac{R}{2}$	$\frac{R^3}{4}$	1
IV	$\frac{R^2}{8}$	$\frac{5}{12}R$	$\frac{5}{96}R^3$	1
V	$\frac{R^2}{8}$	$\frac{5}{12}R$	$\frac{5}{96}R^3$	1
VI	$-\frac{R^2\pi}{64}$	$\frac{R}{2}$	$-\frac{R^3\pi}{128}$	1
VII	$-\frac{R^2\pi}{64}$	$\frac{R}{2}$	$-\frac{R^3\pi}{128}$	

b)

$$y_F = \frac{\left(\frac{3\pi-16}{24}\right)R^3 + \frac{R^3}{2} + \frac{10}{96}R^3 - \frac{R^3\pi}{64}}{\frac{R^2\pi}{2} + R^2 - \frac{R^2\pi}{32}} \qquad 2$$

c)

$$y_S = \frac{\varrho_1\left(\frac{3\pi-16}{24}\right)R^3 + \varrho_2\left(\frac{R^3}{2} + \frac{10}{96}R^3 - \frac{R^3\pi}{64}\right)}{\varrho_1\frac{R^2\pi}{2} + \varrho_2\left(R^2 - \frac{R^2\pi}{32}\right)} \qquad 2$$

d) Bedingung: $y_S = 0$ 1

$$\Rightarrow \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{-\left(\frac{3\pi-16}{24}\right)R^3}{\left(\frac{R^3}{2} + \frac{10}{96}R^3 - \frac{R^3\pi}{64}\right)} \qquad 1$$

A2

a) $2k = s + r$

$2 \cdot 14 = 25 + 3$ ✓ 1

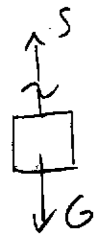
b) Nullstäbe: 5, 20, 18 (unbelastete Knoten, 3 Stäbe, 2 in gleiche Richtung)

(erst wenn 20, 22 = 0)

1 für je 2 richtig

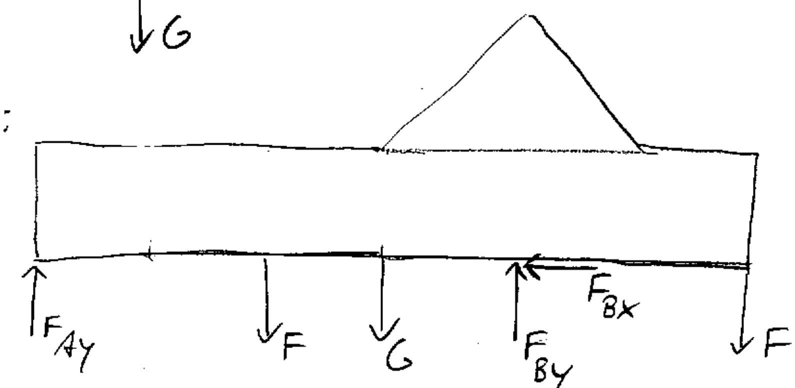
22, 25 (unbelastete Knoten, 2 Stäbe, unterschiedliche Richtung)

4 (2 Stäbe, Kraft in Richtung des einen Knotens)

c) 

$S = G$ 1

FS:



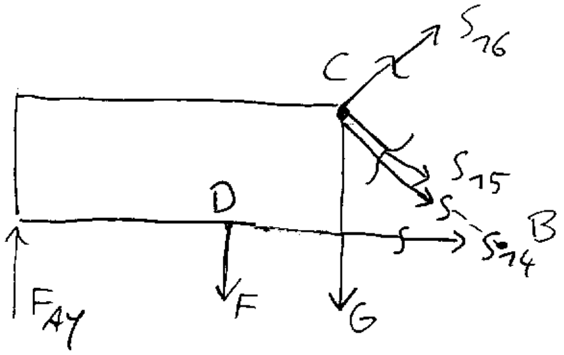
$\sum F_x = 0: \boxed{F_{Bx} = 0}$ 1

$\sum M^{(A)} = 0: -F2a - G3a + F_{By}4a - F6a = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{By} = 2F + \frac{3}{4}G}$ 1

$\sum M^{(B)} = 0: -F_{Ay}4a + F2a + Ga - F2a = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{Ay} = \frac{G}{4}}$ 1 d)



$$\sum M^{(D)}=0:$$

$$-F_{Ay}\,2a - G a - S\sqrt{2}\,a - S_{15}\sqrt{2}\,a = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{15} = -\frac{3+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,G} \quad ①$$

(Druck)

$$\sum M^{(C)}=0: \; -F_{Ay}\,3a + Fa + S_{14}\,a = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{14} = -F + \frac{3}{4}G} \quad ①$$

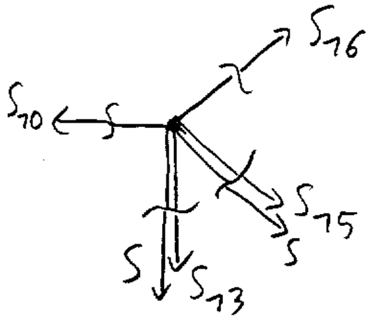
(Druck)

$$\sum M^{(B)}=0: \; -S_{16}\sqrt{2}\,a + Ga + F\,2a - F_{Ay}\,4a = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{16} = \frac{2}{\sqrt{2}}F} \quad ①$$

(Zug)

e)



$$\sum F_x=0: \; -S_{10} + S_{16}\frac{\sqrt{2}}{2} + S_{15}\frac{\sqrt{2}}{2} + S\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(S_{16} + S_{15} + G\right)} \quad ①$$

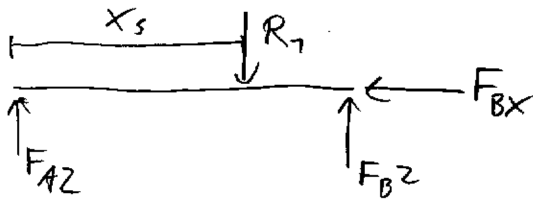
$$\sum F_y=0: \; -S - S_{13} + S_{16}\frac{\sqrt{2}}{2} - S_{15}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}S = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{13} = -\frac{2+\sqrt{2}}{2}G + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(S_{16} - S_{15}\right)} \quad ①$$

A3

a) $q(x) = q_0 \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right)$ 1

b) linkes Teilsystem



$$R_1 = \int_0^L q_0 \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) dx = \frac{2L}{\pi} q_0$$

$$x_s = \frac{\int_0^L q_0 x \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) dx}{R_1} = \frac{2L}{\pi}$$

1

$\sum F_x = 0$: $\boxed{F_{Bx} = 0}$ 1

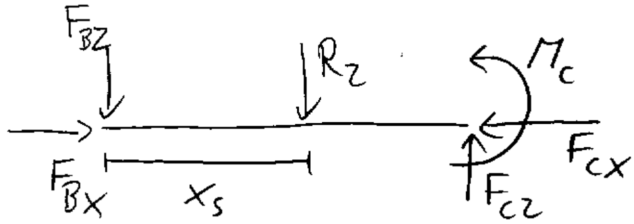
$\sum M^{(A)} = 0$: $-\frac{2Lq_0}{\pi} \cdot \frac{2L}{\pi} + F_{Bz} \cdot L = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{Bz} = \frac{4Lq_0}{\pi^2}}$ 1

$\sum F_z = 0$: $-F_{Az} + R_1 - F_{Bz} = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{Az} = -\frac{4Lq_0}{\pi^2} + \frac{2Lq_0}{\pi}}$ 1

rechtes Teilsystem



$$R_2 = q_0 L, \quad x_s = \frac{L}{2}$$

1

$\sum F_x = 0$: $\boxed{F_{cx} = 0}$ 1

$\sum F_z = 0$: $F_{Bz} + q_0 L - F_{cz} = 0$

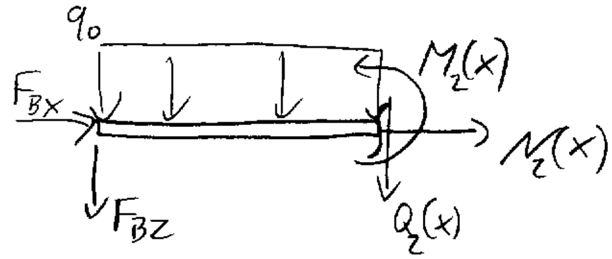
$\Rightarrow \boxed{F_{cz} = \frac{4Lq_0}{\pi^2} + q_0 L}$ 1

$\sum M^{(c)} = 0$: $q_0 L \frac{L}{2} + \frac{4L^2 q_0}{\pi^2} - M_c = 0$

$\Rightarrow \boxed{M_c = q_0 \frac{L^2}{2} + \frac{4L^2 q^0}{\pi^2}}$ 1

c) [Einführen eines lokalen Koordinatensystems ist o.k.]

FS:



$\sum F_z = 0: \quad F_{Bz} + q_0 (x-L) + Q_2(x) = 0$

$\Rightarrow Q_2(x) = -\frac{4 L q_0}{\pi^2} - q_0 (x-L)$ 1

$\sum M^{(S)} = 0: \quad F_{Bz} (x-L) + M_2(x) + q_0 (x-L) \frac{(x-L)}{2}$

$\Rightarrow M_2(x) = -\frac{4 L q_0}{\pi^2} (x-L) - q_0 \frac{(x-L)^2}{2}$ 1

d)

$Q_1(x) = -\int q(x)\, dx$

$= q_0 \frac{2L}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + C_1$ 1

$M_1(x) = \int Q_1(x)\, dx$

$= q_0 \frac{4L^2}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + C_1 x + C_2$ 1

mit $M_1(x=0) = 0$:

$\Rightarrow C_2 = 0$ 1

mit $M_1(x=L) = 0$:

$\Rightarrow C_1 = -q_0 \frac{4L}{\pi^2}$ 1