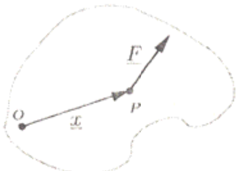
Kurzfragen

1. **(2 Punkte)** Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **ausschließlich** in den Einheiten N, kg und m bzw. Vielfachen davon an:

Streckenlast (Linienlast) q	N/m
Massendichte ρ	kg/m^3
Linienmittelpunkt x_c	m
Bogenlänge L	m

2. **(1 Punkt)** An einem Körper greift wie skizziert im Punkt P eine Kraft $\underline{F} = (5\,\text{kN}, 2\,\text{kN}, -1\,\text{kN})$ an. Ermitteln Sie das resultierende (Kraft-)Moment bezüglich des Punktes O, wenn der Abstandsvektor vom Punkt O zum Punkt P durch $\underline{x} = (2\,\text{m}, -5\,\text{m}, 3\,\text{m})$ gegeben ist (**Maßeinheiten nicht vergessen!**).



$$\underline{M}^{(O)} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ 2 & -5 & 3 \\ 5 & 2 & -1 \end{vmatrix} kNm = \underline{\underline{(-1kNm, 17kNm, 29kNm)}}$$

3. **(2 Punkte)** Die **Abbildung 1** zeigt einen Mann mit dem Gewicht G, welcher durch eine zweite Person im Gleichgewicht gehalten wird. In **Abbildung 2** hält sich der Mann selbst im Zustand der Ruhe. Berechnen Sie für beide Anordnungen die Haltekraft im Punkt A, wobei der Sitz sowie die Seile und Umlenkrollen als masselos angesehen werden sollen.

Abbildung 1

$|\underline{F}_A| = G$

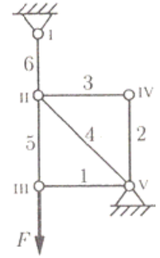
Abbildung 2

$|\underline{F}_A| = \frac{2}{3} G$

4. **(2 Punkte)** Geben Sie die Wertigkeiten (Anzahl der möglichen Reaktionen, welche übertragen werden können) der folgenden Lagerungen für den ebenen Fall an.

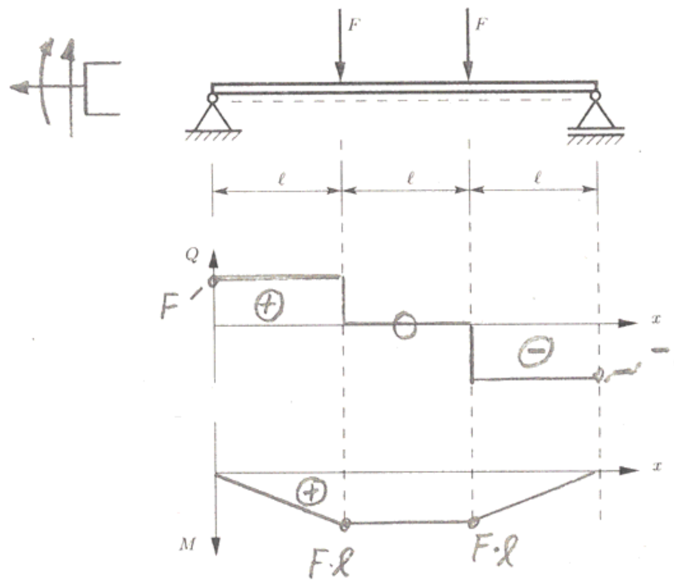
$\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$

5. **(1 Punkt)** Identifizieren Sie alle Nullstäbe des skizzierten ebenen Fachwerks (**Stabnummern angeben!**).



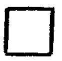
Nullstäbe: 1, 2, 3, 4

6. **(2 Punkte)** Skizzieren Sie vorzeichenrichtig (**Vorzeichen angeben!**) die Querkraft- und Momentenfläche für die gegebene Vierpunktbiegeprobe. Dabei sind markante Punkte durch F und ℓ auszudrücken.



Aufgabe 1:

(a) Tabellenverfahren

Profil	ρ_i	x_{si}	y_{si}	A_i	$\rho_i A_i$	$\rho_i x_{si} A_i$	$\rho_i y_{si} A_i$
	ρ_2	0	$\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\pi R^2$	$\frac{1}{2}\rho_2 \pi R^2$	0	$\frac{2}{3}\rho_2 R^3$
	ρ_1	0	$-\frac{4R}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\pi R^2$	$\frac{1}{2}\rho_1 \pi R^2$	0	$-\frac{2}{3}\rho_1 R^3$
 $\ominus$	ρ_2	$-c$	$\frac{4b}{3\pi}$	$-\frac{1}{2}\pi b^2$	$-\frac{1}{2}\rho_2 \pi b^2$	$\frac{1}{2}\rho_2 \pi c b^2$	$-\frac{2}{3}\rho_2 b^3$
 $\ominus$	ρ_1	$-c$	$-\frac{4b}{3\pi}$	$-\frac{1}{2}\pi b^2$	$-\frac{1}{2}\rho_1 \pi b^2$	$\frac{1}{2}\rho_1 \pi c b^2$	$\frac{2}{3}\rho_1 b^3$
 $\ominus$	ρ_2	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$	$-a^2$	$-\rho_2 a^2$	$-\rho_2 \frac{a^3}{2}$	$-\rho_2 \frac{a^3}{2}$
Σ					α	β	γ

$$\alpha = (\rho_1+\rho_2)\cdot\frac{1}{2}\pi(R^2-b^2) - \rho_2 a^2$$

$$\beta = (\rho_1+\rho_2)\cdot\frac{1}{2}\pi c b^2 - \rho_2 \frac{a^3}{2}$$

$$\gamma = (\rho_2-\rho_1)\cdot\frac{2}{3}(R^3-b^3) - \rho_2 \frac{a^3}{2}$$

Koordinaten des Flächenschwerpunktes: $x_S := \frac{\Sigma \rho_i x_{si} A_i}{\Sigma \rho_i A_i}$

$$x_S = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{(\rho_1+\rho_2)\cdot\frac{1}{2}\pi c b^2 - \rho_2\frac{a^3}{2}}{(\rho_1+\rho_2)\frac{1}{2}\pi(R^2-b^2)-\rho_2 a^2}$$

$$y_S = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{(\rho_2-\rho_1)\cdot\frac{2}{3}(R^3-b^3)-\rho_2\frac{a^3}{2}}{(\rho_1+\rho_2)\cdot\frac{1}{2}\pi(R^2-b^2)-\rho_2 a^2}$$

(b) Forderung: $y_S \overset{!}{=} 0$ Vorgaben: $a=\frac{1}{2}R$, $b=\frac{1}{4}R$

$$\Rightarrow (\rho_2-\rho_1)\cdot\frac{2}{3}(R^3-b^3)-\rho_2\frac{a^3}{2} \overset{!}{=} 0$$

$$(\rho_2-\rho_1)\cdot\frac{2}{3}\,\frac{63}{64}R^3 - \rho_2\cdot\frac{1}{16}R^3 = 0$$

$$\frac{19}{32}\rho_2 R^3 = \frac{21}{32}\rho_1 R^3 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{19}{21}$$

Aufgabe 2:

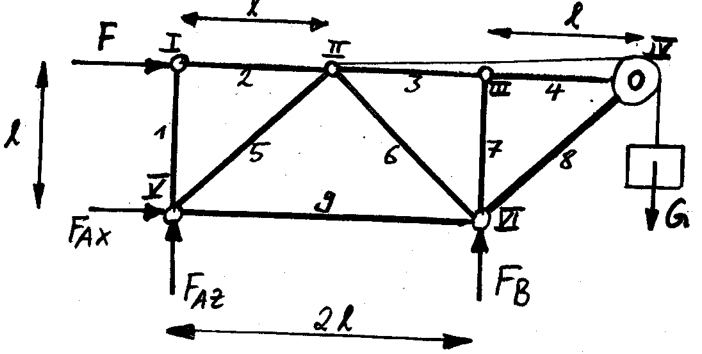
(a) Notwendige Bedingung für statische Bestimmtheit

$2 \cdot K = r + s$ mit K: Knotenanzahl
r: Anzahl der Auflagerreaktionen
s: Anzahl der Stabkräfte

Hier: $K = 6$; $r = 3$; $s = 9$

$$2 \cdot 6 = 3 + 9 \checkmark$$

(b) Freischnitt des Gesamtsystems:



Gleichgewichtsbedingungen:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{F_{Ax} = -F}}$

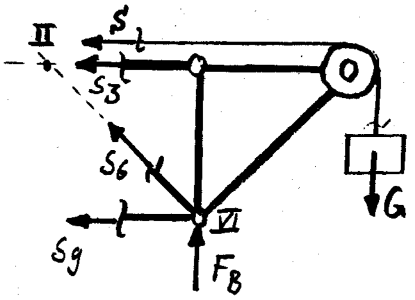
$\sum M^{(A)} = 0 \Rightarrow F_B \cdot 2l - F \cdot l - G \cdot 3l = 0$

$\underline{\underline{F_B = \frac{1}{2}(F + 3G)}}$

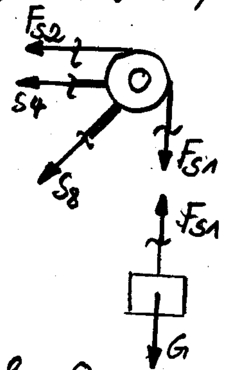
$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_{Az} + F_B - G = 0$

$\underline{\underline{F_{Az}}} = G - F_B = \underline{\underline{-\frac{1}{2}(F+G)}}$

(c) Ritterschnitt durch Stäbe 3, 6, 9 (und Seil)



Zur Seilkraft:



$\sum M^{(IV)} = 0 \Rightarrow \underline{F_{S1} = F_{S2} =: S}$

$\sum F_z = 0 \Rightarrow \underline{F_{S1} = G}$

$\Rightarrow \underline{\underline{S = G}}$

$\sum M^{(II)} = 0 \Rightarrow -G \cdot 2l + F_B \cdot l - S_9 \cdot l = 0$

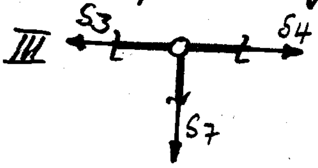
$S_9 = F_B - 2G = \underline{\underline{\frac{1}{2}(F - G)}}$

$\sum M^{(VI)} = 0 \Rightarrow (S + S_3) \cdot l - G \cdot l = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_3 = 0}}$

$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_B - G + S_6 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_6}} = \sqrt{2}(G - F_B) = \underline{\underline{-\frac{1}{\sqrt{2}}(F+G)}}$

(d) Knotenpunktverfahren:

III



$\sum F_x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_4}} = S_3 = \underline{\underline{0}}$

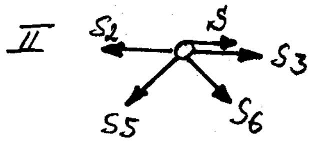
IV siehe oben!

$\sum F_z = 0$

$\Rightarrow -S - \frac{1}{\sqrt{2}} S_8 = 0$

$\underline{\underline{S_8 = -\sqrt{2}\, G}}$

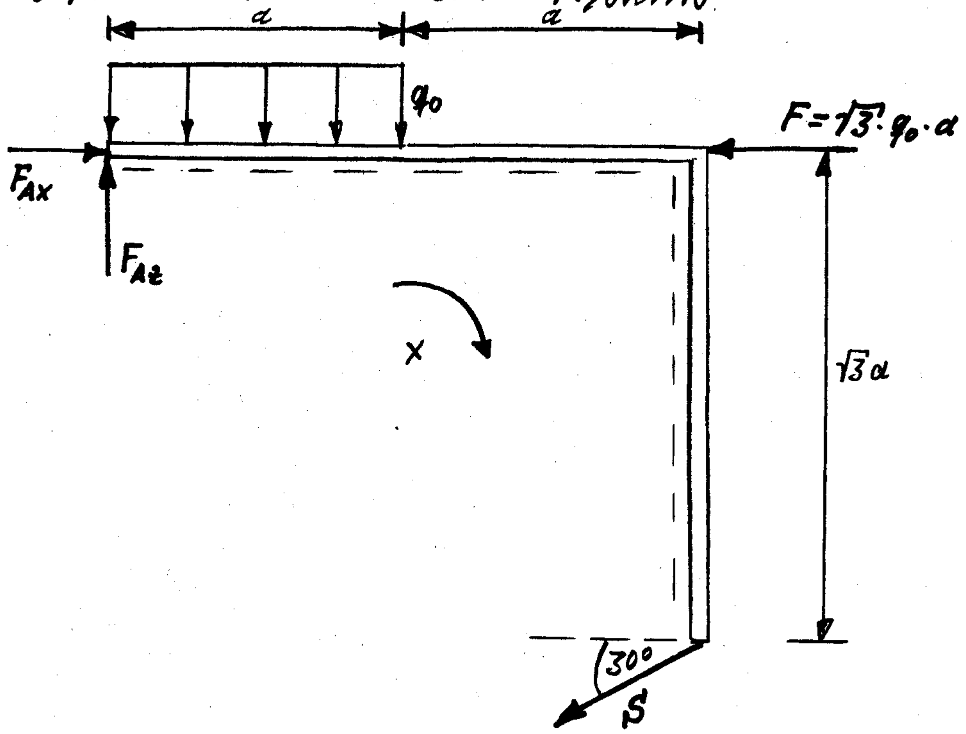
II



$\sum F_z = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_5}} = -S_6 = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}(F+G)}}$

Aufgabe 3:

(a) Freischnitt des Gesamtsystems



Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Sigma M^{(A)}=0 \Rightarrow -q_0\frac{a^2}{2}-S\cos 30^\circ\cdot\sqrt{3}a-S\sin 30^\circ\cdot 2a=0$$

$$-q_0\frac{a^2}{2}-S\left(\frac{3}{2}+1\right)a=0 \Rightarrow \underline{\underline{S=-\frac{1}{5}q_0 a}}$$

$$\Sigma F_v=0 \Rightarrow -F_{Az}+q_0 a+S\sin 30^\circ=0 \Rightarrow F_{Az}=q_0 a-\frac{1}{10}q_0 a$$

v: vertikal

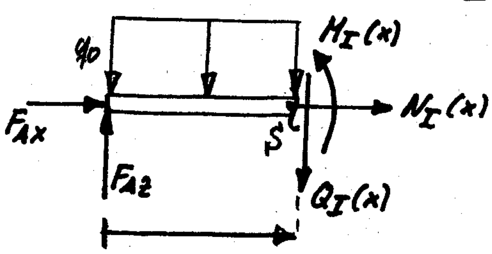
$$\underline{\underline{F_{Az}=\frac{9}{10}q_0 a}}$$

$$\Sigma F_h=0 \Rightarrow F_{Ax}-F-S\cos 30^\circ=0 \Rightarrow F_{Ax}=\sqrt{3}q_0 a-\frac{1}{5}q_0 a\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

h: horizontal

$$\underline{\underline{F_{Ax}=\frac{9}{10}\sqrt{3}q_0 a}}$$

(b) Schnitt im Bereich I: $0\le x\le a$



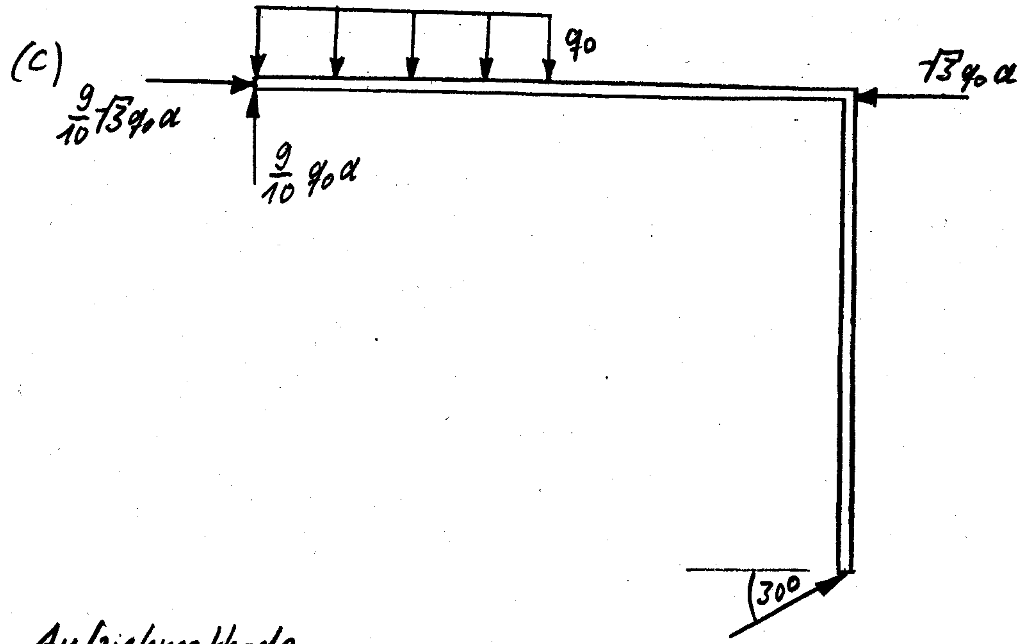
Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Sigma F_x=0 \Rightarrow \underline{\underline{N_I(x)}}=-F_{Ax}=\underline{\underline{-\frac{9}{10}\sqrt{3}q_0 a}}$$

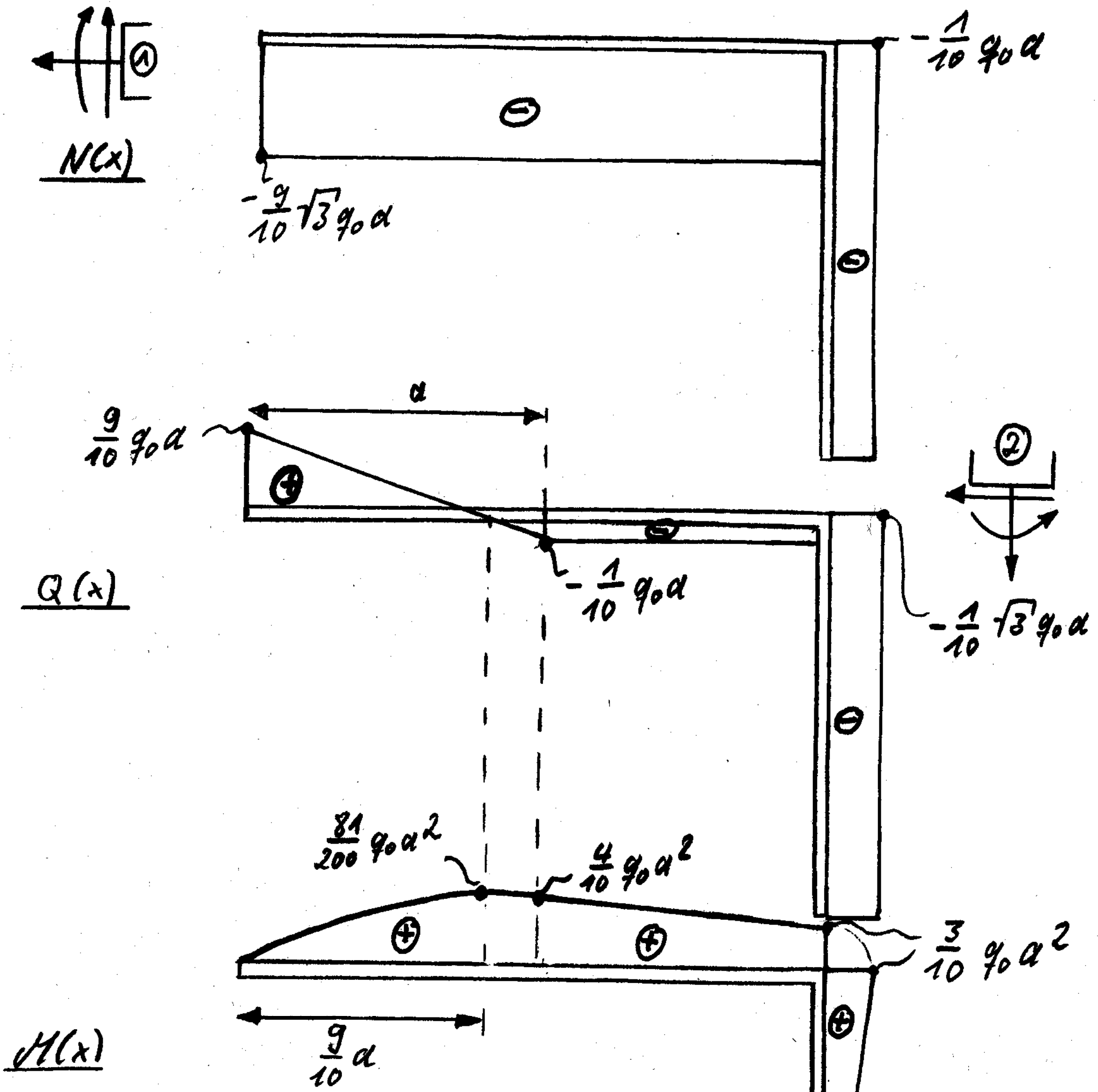
$$\Sigma F_z=0 \Rightarrow -F_{Az}+Q_I(x)+q_0\cdot x=0$$

$$\underline{\underline{Q_I(x)=-q_0 x+\frac{9}{10}q_0 a}}$$

$$\Sigma M^{(S)}=0 \Rightarrow M_I(x)-F_{Az}\cdot x+q_0\frac{x^2}{2}=0 \Rightarrow \underline{\underline{M_I(x)=-q_0\frac{x^2}{2}+\frac{9}{10}q_0 a x}}$$



Aufziehmethode



Anmerkung: Das relative Extremum von $M_I(x)$ liegt bei $x = \frac{9}{10}a$ und hat den Wert $\frac{81}{200}\,q_0 a^2$!