Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Klausur – Statik und elementare Festigkeitslehre WS 2015/16

Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

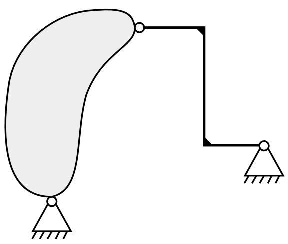
Ich bestätige meine Prüfungsfähigkeit (Unterschrift):

◯ Studienbegleitende Prüfung (Bachelor/Master)
◯ Übungsscheinklausur (ohne Theorieteil)

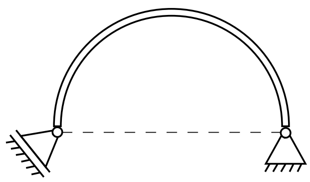
T	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Σ	

Theorieteil

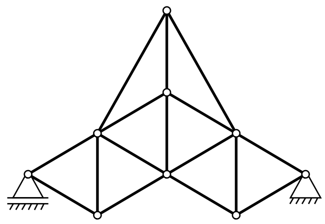
1. Für welche Systeme, bestehend aus Scheiben und/oder Stäben ist die *notwendige* Bedingung für statische Bestimmtheit erfüllt? Kreuzen Sie an (mehrere Kreuze möglich). **(1 Punkt)**



☐

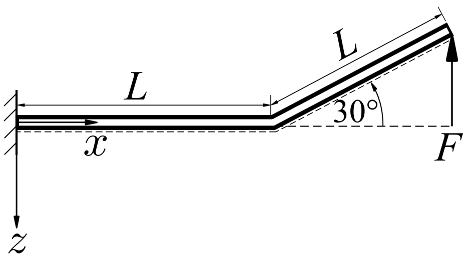


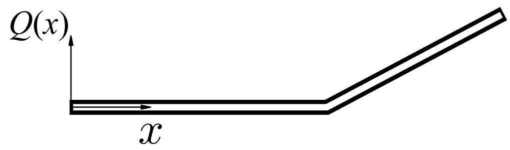
☐



☐

2. Ein einseitig fest eingespannter Träger ist an seinem freien Ende mit der Punktkraft F belastet. Ziehen Sie den Querkraftsverlauf $Q(x)$ über dem nebenstehend gezeichneten Träger auf und geben Sie markante Punkte und Vorzeichen an. **(1 Punkt)**
Geg.: F, L, $\alpha = 30°$





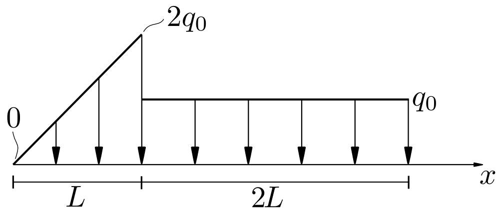
3. Geben Sie die Maßeinheiten der folgend aufgeführten Größen **ausschließlich** in den Einheiten 1, N, kg, m, s und K an: **(1 Punkt)**

Größe	Einheit
Schubspannung τ	
Deviationsmoment I_{xy}	
Wärmeausdehnungskoeffizient α	

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

4. Geben Sie jeweils die Zahl der Lagerwertigkeit an. **(1 Punkt)**

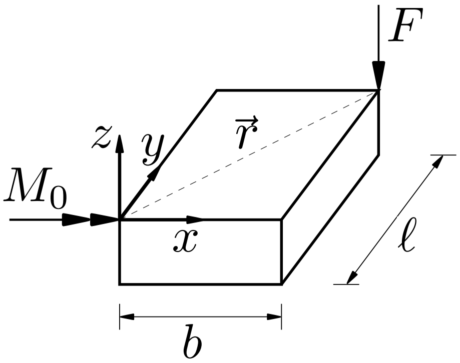
5. Bestimmen Sie den Betrag F_{res} und die Lage x_{res} der aus beiden linearen Streckenlasten resultierenden Kraft. Führen Sie eventuelle Nebenrechnungen auf einem Extrablatt durch. Geg.: q_0, L **(2 Punkte)**



$F_{\mathrm{res}} =$

$x_{\mathrm{res}} =$

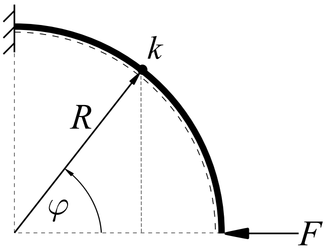
6. Geben Sie das auf den Ursprung wirkende Moment $\vec{M}_{\mathrm{Ges}}$ vektoriell und ausschließlich in den gegebenen Größen an. **(2 Punkte)**



Geg.: b, ℓ, $\vec{F}=-F\,\vec{\mathbf{e}}_z$, $\vec{M}_0=M_0\,\vec{\mathbf{e}}_x$

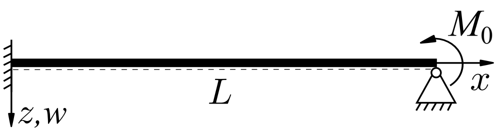
$$\vec{M}_{\mathrm{Ges}} = \vec{r} \times \vec{F} + \vec{M}_0 =$$

7. Geben Sie den Verlauf des Biegemoments M als Funktion des Winkels φ an. *Hinweis:* Betrachte die Momente im Punkt k mithilfe des elementaren Schnittverfahrens oder der Aufziehmethode. Geg.: F, R **(1 Punkt)**



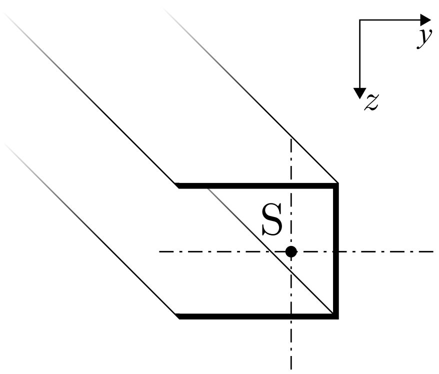
$M(\varphi) =$

8. Kreuzen Sie die für den dargestellten Balken die gültigen Randbedingungen für die Biegeliniendifferentialgleichung $EIw^{IV}(x)$=$q(x)$ an. (mehrere Kreuze möglich) Geg.: L, M_0



☐ $w'''(0) = \frac{M_0}{L}$	☐ $w(L) = 0$
☐ $EIw'(0) = 0$	☐ $w''(L) = -M_0$
☐ $w(0) = 0$	☐ $-EIw''(L) = M_0$
☐ $EIw^{IV}(0) = q_0$	☐ $EIw'(L) = 0$
(1 Punkt)	**(1 Punkt)**

9.



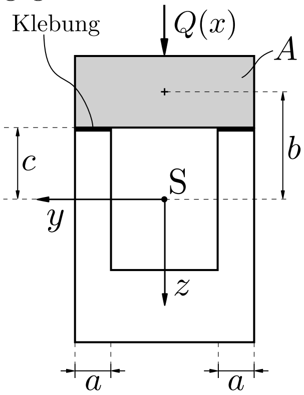
Wie heißt der Punkt im Profil eines Biegeträgers, in dem die Querkraft angreifen muss, sodass das Profil sich nicht verdreht?

____

Zeichnen Sie diesen Punkt mit der Bezeichnung M qualitativ in die nebenstehende Skizze ein, wobei von einer Querkraft in die z-Richtung auszugehen ist.

(zusammen 1 Punkt)

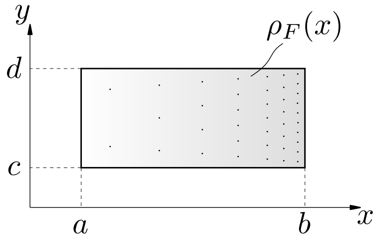
10. Ergänzen Sie die fehlenden Terme für die Schubspannungsberechnung des abgebildeten Biegeträgerprofils in gegebenen Größen. **(1 Punkt)**



Geg.: a, b, c, A

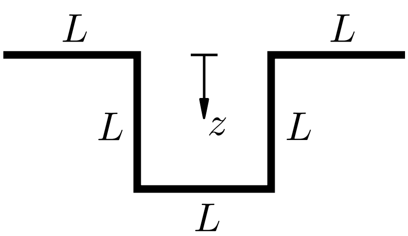
$$|\tau(x,z{=}{-}c)| = \frac{Q(x)\cdot(\qquad\qquad)}{I_{yy}\cdot(\qquad)}$$

11. Die dargestellte Fläche besitzt die Massendichteverteilung $\rho_F(x)$. Ergänzen Sie die fehlenden Terme zur Bestimmung der Komponente x_{S_F} des Massenmittelpunktes. Geg.: a, b, c, d, $\rho_F(x)$ **(1 Punkt)**



$$x_{S_F} = \frac{\int_{y=\square}^{y=\square}\int_{x=\square}^{x=\square}(\qquad\qquad)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\int_{y=\square}^{y=\square}\int_{x=\square}^{x=\square}(\qquad\qquad)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}$$

12. Bestimmen Sie den Linienmittelpunkt z_{S_L} der Gesamtlinie, bestehend aus fünf Einzellinien der Längen L. **(1 Punkt)**

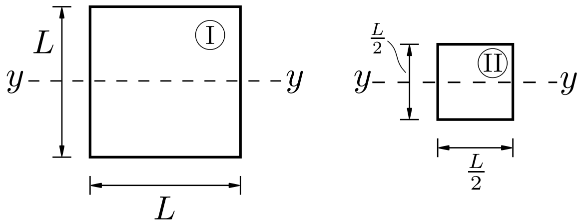


Geg.: L

$z_{S_L} =$

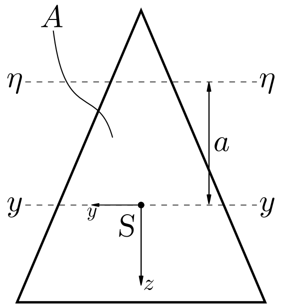
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

13. Wie groß ist das Flächenträgheitsmoment I_{yy}^{II} des kleineren Profils? Kreuzen Sie an. **(1 Punkt)**
Geg.: $I_{yy}^{\mathrm{I}} = 160\,\mathrm{cm}^4$



- ☐ $I_{yy}^{\mathrm{II}} = 80\ \mathrm{cm}^4$
- ☐ $I_{yy}^{\mathrm{II}} = 10\ \mathrm{cm}^4$
- ☐ $I_{yy}^{\mathrm{II}} = 20\ \mathrm{cm}^4$

14. a) Notieren Sie das Flächenträgheitsmoment $I_{\eta\eta}$ in Abhängigkeit der gegebenen Größen. **(1 Punkt)**

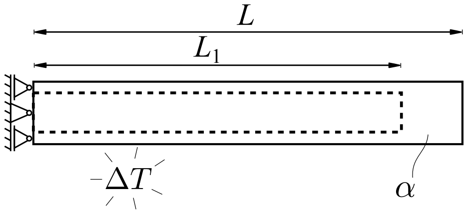


Geg.: A - Gesamtfläche des Dreicks,
a - Exzenterabstand,
I_{yy} - Flächenträgheitsmoment

$$I_{\eta\eta} =$$

b) Zeichnen Sie eine zusätzliche horizontale $\alpha\alpha$-Achse in die oben stehende Skizze ein, bezüglich der auch das Flächenträgheitsmoment $I_{\eta\eta}$ gilt. Bemaßen Sie. ($I_{\alpha\alpha} = I_{\eta\eta}$). **(1 Punkt)**

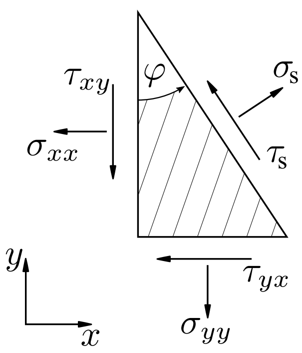
15. Der dargestellte Balken kreisförmigen Querschnitts wird um die Temperaturdifferenz ΔT abgekühlt. Geben Sie die Längenänderung ΔL in Abhängigkeit der gegebenen Größen an. **(1 Punkt)**

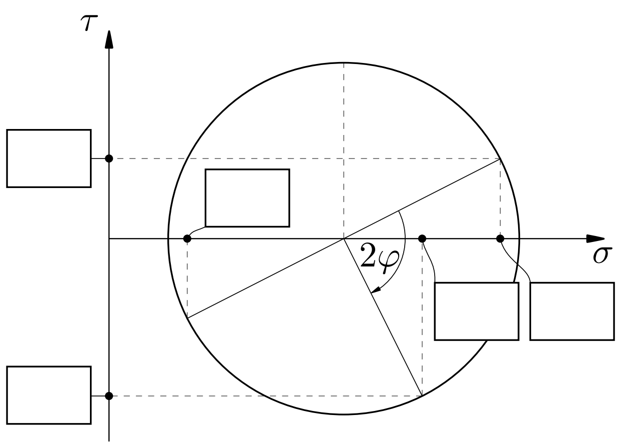


Geg.: α, $\Delta T < 0$, L

$$\Delta L = L_1 - L =$$

16. Eine Scheibe befindet sich im ebenen Spannungszustand. Ordnen Sie fünf der Größen aus dem Schnitt (s) unter dem Winkel φ dem nebenstehenden Mohrschen Kreis zu, wobei die Relation gilt: $\sigma_{xx} > \sigma_{yy}$. **(1 Punkt)**





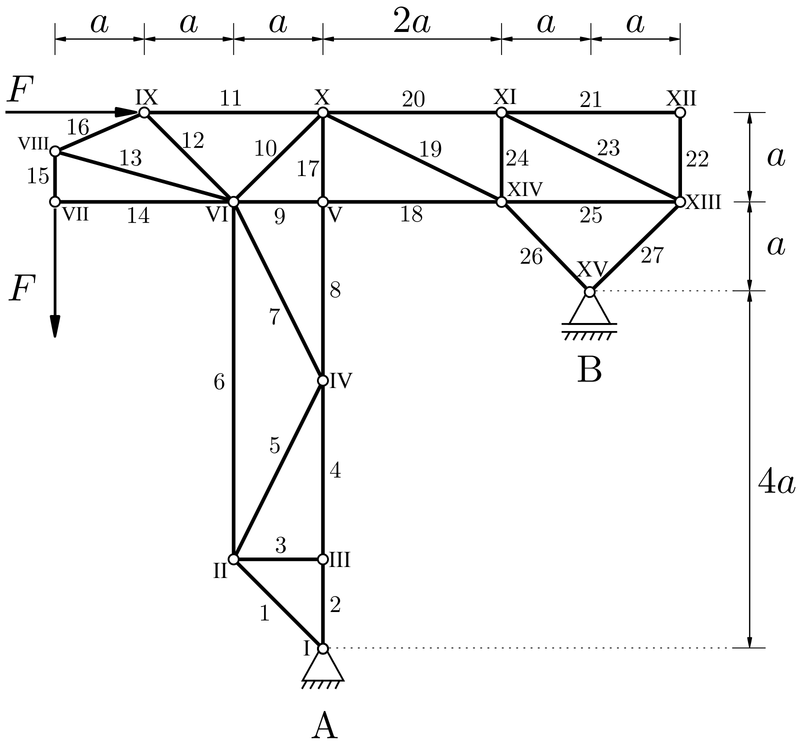
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

Rechenteil

Allgemeiner Hinweis: Haben Sie einen Aufgabenteil nicht gelöst, rechnen Sie mit Symbolen dafür weiter. Verwenden Sie ausschließlich die gegebenen Größen.

1 Fachwerk **(10 Punkte)**

Gegeben ist das folgende ebene Stabwerk:



a) Beurteilen Sie die statische Bestimmtheit anhand der notwendigen Bedingung ebener Stabwerke. **(1P)**

b) Geben Sie gemäß der Nullstabsregeln die Nullstäbe an. **(1P)**

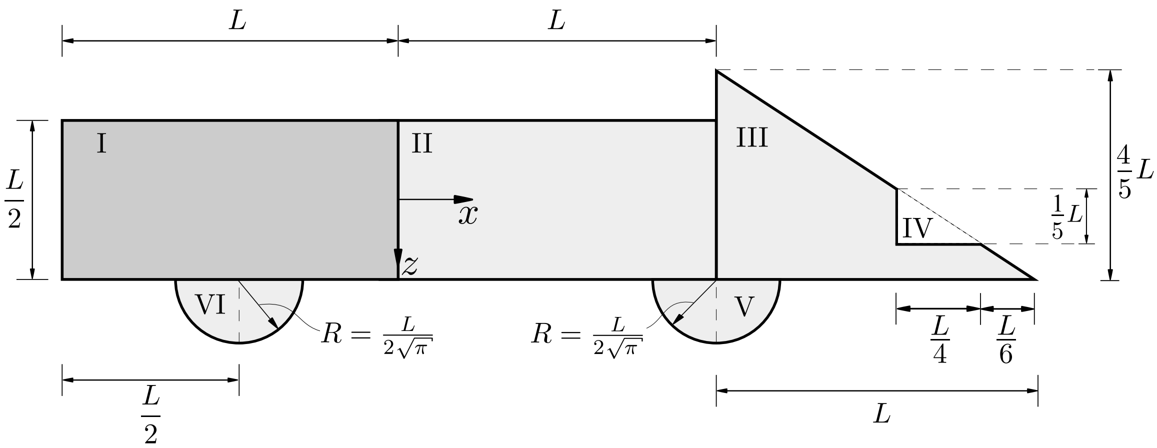
c) Fertigen Sie einen Freischnitt des Gesamtsystems an und bestimmen Sie die Lagerreaktionen in A und B. **(4P)**

d) Bestimmen Sie die Stabkräfte der Stäbe 18, 19 und 20 mithilfe des RITTERschen Schnittverfahrens und identifizieren Sie jeweils, ob es sich um einen Zug- oder Druckstab handelt. **(4P)**

Geg.: a, F

2 Flächenmittelpunkt, Schwerpunkt **(10 Punkte)**

Die gezeigte Fläche besteht aus 6 Teilflächen, wobei die Fläche IV eine dreiecksförmige Aussparung darstellt.



a) Bestimmen Sie die Koordinate x_{F} des Flächenmittelpunktes der Gesamtfläche, bezogen auf das eingezeichnete Koordinatensystem. Nutzen Sie das Tabellenverfahren. **(5P)**

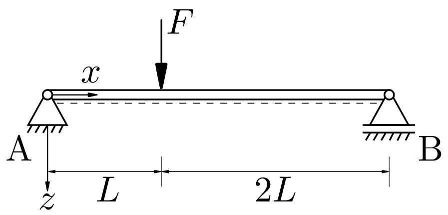
b) Nur die Fläche I hat die Massendichte ρ_1. Der Rest der Gesamtfläche hat die Massendichte ρ_2. Bestimmen Sie die Komponente des Massenmittelpunkts x_{S} der Gesamtfläche. **(3P)**

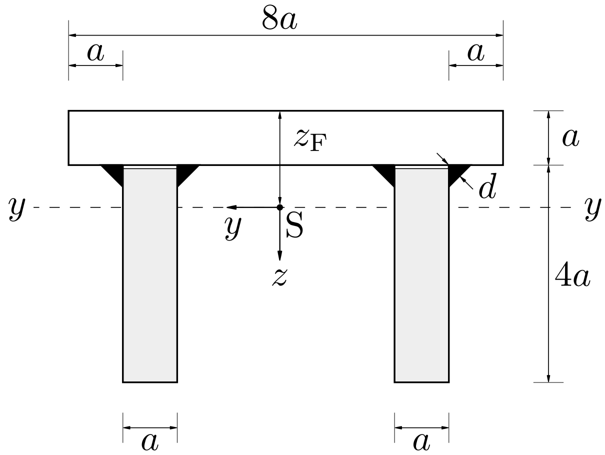
c) Wie müsste das Dichteverhältnis $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ gewählt werden, damit x_{S} genau im Ursprung der x-Achse liegt? **(2P)**

Geg.: L, ρ_1, ρ_2, $R = \frac{L}{2\sqrt{\pi}}$

3 Flächenträgheitsmoment, Spannungsnachweis (13 Punkte)

Ein beidseitig gelenkig gelagerter Balken symmetrischen Querschnitts ist wie dargestellt mit einer Einzelkraft F belastet. Stege und Flansch sind miteinander verschweißt.





a) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in A und B. Zeichnen Sie die Querkrafts- und Momentenflächen gleich welchen Verfahrens und geben Sie markante Punkte an. **(4P)**

b) Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment I_{yy} mithilfe des Tabellenverfahrens. *Anmerkung*: Gehen Sie vom gegebenen Flächenmittelpunkt S aus, welcher um $z_\mathrm{F} = \frac{7}{4}a$ entfernt vom Obergurt des Profils liegt. **(4P)**

Hinweis: Nehmen Sie im Weiteren I_{yy} als eine gegebene Konstante an.

c) Geben Sie im Bauteil den maximalen Schubspannungsbetrag $|\tau|_\mathrm{max}$ in Höhe der vier Schweißnähte an. **(2P)**

d) Geben Sie ebenfalls die im Bauteil herrschenden maximalen Biegespannungen im Ober- sowie im Untergurt $\sigma_\mathrm{max,o}$ und $\sigma_\mathrm{max,u}$ an. Identifizieren Sie Zug- und Druckspannungen. **(3P)**

Geg.: L, F, a, d, $z_\mathrm{F} = \frac{7}{4}a$

4 Biegeliniendifferentialgleichung (17 Punkte)

Der abgebildete schlanke Balken ist rechts fest eingespannt und links über ein Loslager an die Umgebung gekoppelt. Der Balken wird durch eine lineare Streckenlast $q(x)$ und die Kraft F belastet.

a) Wie lautet die Differentialgleichung vierter Ordnung für die Durchsenkung $w(x)$? Geben Sie $q(x)$ an. **(2P)**

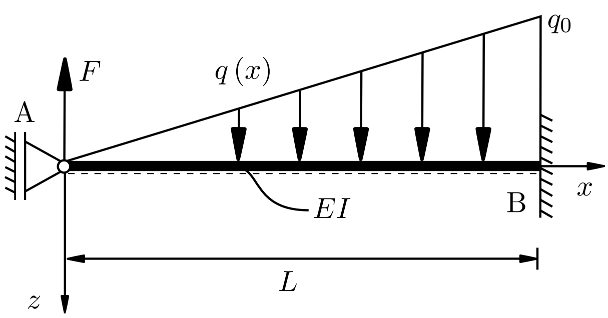
b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Biegeliniendifferentialgleichung unter dieser Streckenlast. **(4P)**

c) Wie lauten die Randbedingungen des abgebildeten Systems? **(2P)**

d) Bestimmen Sie die unbekannten Konstanten aus b) und geben Sie die Biegelinie an. **(5P)**

e) Bestimmen Sie den Biegewinkel φ_A im Lager A. **(2P)**

f) Wie muss die Kraft F gewählt werden, damit die Durchbiegung im Lager A Null ist. **(2P)**

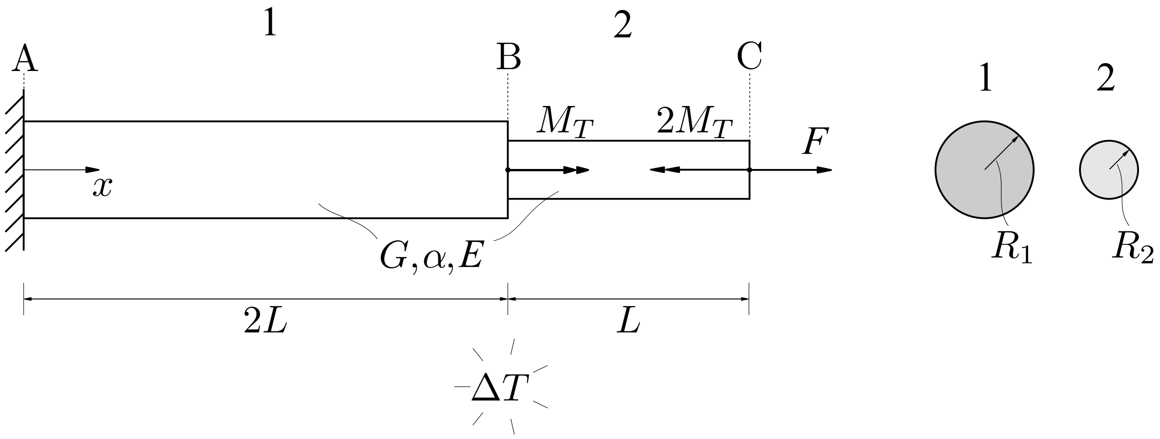


Geg.: q_0, L, EI, F

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

5 Torsion, Thermospannung (13 Punkte)

Gegeben ist eine einseitig fest eingespannte Welle mit zwei unterschiedlich starken Vollkreisprofilen des selben Materials. Am Übergang B und am freien Ende bei C greifen die Torsionsmomente M_T und $2M_T$ an. In C wird zudem eine Zugkraft F eingeleitet. Beide Bereiche der Welle erfahren die Temperaturänderung ΔT.



a) Stellen Sie den Verlauf des Torsionsmomentes $M_T(x)$ dar, gleich welchen Verfahrens. Geben Sie $M_T(x)$ bereichsweise an. **(2P)**

b) Bestimmen Sie bereichsweise den Verlauf des Verdrehwinkels $\varphi(x)$ infolge der Torsion unter der Randbedingung: $\varphi_A = 0$. Geben Sie den Verdrehwinkel bei C an. **(4P)**

c) Wie groß müsste das Verhältnis der Radien $\frac{R_1}{R_2}$ gewählt werden, damit die Schubspannungen $\tau_{1,2}$ in den Bereichen 1 und 2 am Außenbereich gleich groß sind? **(3P)**

d) Wie lautet das Hookesche Gesetz inklusive thermischer Dehnung in jedem Bereich? Geben Sie die jeweilige Längenänderung ΔL_1 und ΔL_2 in gegebenen Größen an. **(3P)**

e) Wie müsste die Temperaturänderung ΔT gewählt werden, damit sich eine Gesamtlängenänderung von Null, $\Delta L_{\text{Ges}} = 0$, ergibt? **(1P)**

Geg.: G, E, α, L, M_T, $F > 0$, R_1, R_2, ΔT

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang H. Müller
Technische Universität Berlin
Fakultät V – Institut für Mechanik
Fachgebiet für Kontinuumsmechanik und Materialtheorie
Sekretariat MS 2, Einsteinufer 5, 10587 Berlin

6 Träger, Streckenlast, Schnittlasten (17 Punkte)

Der dargestellte Träger in Form des Berliner Fernsehturms ist mit einem Lager A im Boden verankert. Die Turmkugel soll als Punktmasse M betrachtet werden. Der senkrecht stehende Träger hat ein Hohlkreisprofil, dessen Radius $r(x)$ sich linear in der Höhe (x-Koordinate) ändert. Der Turm ist in Querrichtung mit einer sinusförmigen Windlast der Form: $q(x) = q_0 \sin(\frac{\pi}{2h}x)$ beaufschlagt. In x-Richtung wird er durch sein Eigengewicht und die Einzelkraft der Kugel belastet.

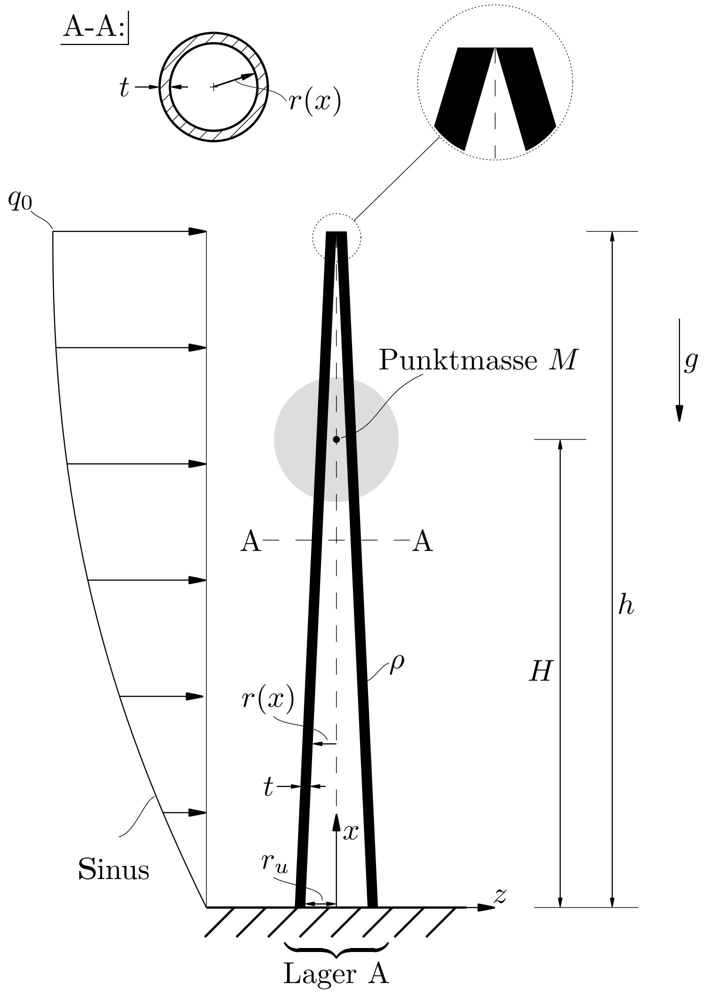
a) Berechnen Sie die Größe F_{res} und Lage x_{res} der Resultierenden der Windlast. **(3P)**
Hinweis: Nutzen Sie ggf. den Zusammenhang bei der partiellen Integration:
$$\int_0^h xq(x)\mathrm{d}x = \left[-x\frac{2q_0h}{\pi}\cos(\tfrac{\pi}{2h}x)\right]_0^h + \int_0^h \frac{2q_0h}{\pi}\cos(\tfrac{\pi}{2h}x)\mathrm{d}x$$

b) Fertigen Sie einen Freischnitt des Trägers an und bestimmen Sie nur die Horizontalkraft F_{A_z} und das Moment M_{A} im Lager A. **(3P)**

c) Bestimmen Sie die Gleichungen für den Querkrafts- und Momentenverlauf $Q(x)$ und $M(x)$ unter Nutzung der Schnittlast-Differentialgleichungen. Bestimmen Sie die Integrationskonstanten. **(5P)**

d) Geben Sie die Gleichungen für die Innenradien $r(x)$ und die Querschnittsflächen $A(x)$ an. **(2P)**

e) Wie lautet die Schnittlast-Differentialgleichung der Normalkraft? Welcher Ordnung sind die Polynome $n(x) = -\rho g A(x)$ und $N(x)$? Stellen Sie den Normalkraftsverlauf qualitativ über x dar.
Anmerkung: Berücksichtigen Sie die Punktmasse M der Kugel. **(4P)**



Geg.: r_u, t, h, H, M, ρ, g, $q(x) = q_0 \sin(\frac{\pi}{2h}x)$