Modellierung von Nichtlinearitäten in Lautsprechern mit Methoden des Maschinellen Lernens

Masterarbeit für die Prüfung zum Master of Science
im Studiengang Audiokommunikation und -technologie
an der Technischen Universität Berlin,
Fakultät I - Geistes- und Bildungswissenschaften

von **B. Sc. Martin Damian Trochowski**

[redacted]

Berlin, den 16. Juli 2018

Eidesstattliche Versicherung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und eigenhändig sowie ohne unerlaubte fremde Hilfe und ausschließlich unter Verwendung der aufgeführten Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Berlin, den

(M. Trochowski)

Zusammenfassung

Verschiedene Maße der Nichtlinearität eines Lautsprechers beschreiben die Symptome, aber nicht die Ursachen der Nichtlinearitäten. Nichtlineare Modelle hingegen können die Ursachen der Nichtlinearitäten beschreiben. Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Lautsprecher (Adam A7 und Fostex 6301B) mit nichtlinearen Modellen beschrieben, welche aus einer seriellen und parallelen Anordnung von Filtern und Polynomen bestehen. Die Parameter dieser Modelle werden mit einer modifizierten Variante des „Backpropagation Through Time“ Verfahrens aus dem Bereich der Künstlichen Neuronalen Netze angepasst, welches eine effizientere Form des Gradientenabstiegsverfahrens ist. Verschiedene Anwendungsmöglichkeiten der nichtlinearen Modelle, wie beispielsweise die Präkompensation nichtlinearer Verzerrungen, werden demonstriert. Die Lautsprecher konnten nur bedingt modelliert werden, wobei mögliche Gründe hierfür identifiziert und beschrieben werden.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung.....5
2. Stand der Forschung.....8
3. Methode.....12
3.1. Überblick.....12
3.2. Modelle.....13
3.3. Gradientenabstiegsverfahren.....17
3.4. Modifiziertes Backpropagation Through Time Verfahren.....24
3.5. Behandlung lokaler Fehlerminima.....32
3.6. Anregungssignale.....36
4. Modellierung Adam A7.....40
4.1. Anregungssignal und Aufnahme der Antwort.....40
4.2. Nachverarbeitung der Lautsprecherantwort.....43
4.3. Training und Ergebnisse.....45
4.4. Auswertung.....51
5. Modellierung Fostex 6301B.....56
5.1. Anregungssignal und Aufnahme der Antwort.....56
5.2. Vorbereitung des Trainings.....57
5.3. Ergebnisse.....58
5.4. Auswertung.....61
6. Anwendungen.....65
7. Fazit.....71
8. Quellen und Referenzen.....74

1. Einleitung

Ein Lautsprecher kann durch verschiedene Merkmale charakterisiert werden. Das wichtigste Merkmal ist der Frequenzgang, da er maßgeblich dafür verantwortlich ist, was umgangssprachlich als „Klang“ des Lautsprechers beschrieben wird. Der Frequenzgang kann wiederum von weiteren Faktoren wie beispielsweise dem Abstand zum Lautsprecher und Winkel von der Frontalachse abhängen. Die Abhängigkeit des Frequenzgangs vom Winkel zur Frontalachse wird als Richtcharakteristik bezeichnet und ist ein zweites Merkmal des Lautsprechers. Weitere Merkmale sind der Wirkungsgrad beziehungsweise die Leistungsaufnahme sowie die Leistungsfähigkeit, wozu auch der maximale Schalldruckpegel gehört. Das letzte Merkmal ist die Generierung von nichtlinearen Verzerrungen durch nichtlineares Übertragungsverhalten des Lautsprechers. Dabei handelt es sich um ein Negativmerkmal, wenn die nichtlinearen Verzerrungen des Lautsprechers nicht aus ästhetischen Gründen erwünscht sind.

Für die Messung des Frequenzgangs existieren zwar verschiedene Methoden, letztlich ist das Ziel jeder Methode aber dasselbe. Die Methoden unterscheiden sich lediglich hinsichtlich Messaufwand, Signal-Rausch-Abstand und Störanfälligkeit gegenüber nichtlinearen Verzerrungen. Die vorteilhafteste Methode ist gemäß [1] eine Messung mit exponentiell ansteigenden Sweeps. Die Messung der Richtcharakteristik bedient sich derselben Methoden wie die Messung des Frequenzgangs, da lediglich die Messposition variiert wird. Aus dem Frequenzgang können inverse Filter zur Kompensation der linearen Verzerrungen konstruiert werden [2]. Man kann also sagen, dass die linearen Verzerrungen von Lautsprechern bereits beherrscht werden. Die Leistungsfähigkeit beziehungsweise der maximale Schalldruckpegel des Lautsprechers kann experimentell bestimmt werden. Der Wirkungsgrad kann bestimmt werden, indem bei konstanter Eingangsleistung der Schalldruckpegel gemessen wird.

Während alle im vorherigen Absatz beschriebenen Merkmale zufriedenstellend gemessen werden können, ist dies bei dem nichtlinearen Übertragungsverhalten des Lautsprechers weiterhin problematisch. Hier existieren verschiedene Kennwerte. Der gebräuchlichste Kennwert zur Beschreibung der Nichtlinearität ist gemäß [3] der sogenannte frequenzabhängige Klirrfaktor (Englisch: Total Harmonic Distortion, kurz THD). Dieser beruht auf der Messung der entstehenden Obertöne bei einem Sinussignal. Der Wert für den THD variiert dabei abhängig von der Frequenz des Sinussignals. Für die Berechnung des THD existieren zwei Definitionen [4]. Die in [4] empfohlene Definition setzt die energetisch gemittelte Amplitude der Obertöne ins Verhältnis zur Amplitude des Grundtons. Die entsprechende Berechnungsvorschrift für den THD ist in Gleichung (1) angegeben. Dabei ist A_i die Amplitude der i-ten Harmonischen und N der Index der höchsten Harmonischen, die in Betracht gezogen wird beziehungsweise die digital erfasst werden kann.

$$\mathrm{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{N} A_i^2}}{A_1} \tag{1}$$

$$\mathrm{THD}_{\%} = 100 \cdot \mathrm{THD} \tag{2}$$

$$\mathrm{THD}_{\mathrm{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\mathrm{THD}) \tag{3}$$

Der Term in Gleichung (1), der unter der Wurzel steht, ist dabei die summierte Energie der Obertöne. Durch die Wurzel wird die summierte Energie in eine Amplitude überführt. Gleichung (2) und (3) sind andere übliche Darstellungsweisen derselben Größe. Die Amplituden der Harmonischen werden üblicherweise über die Fouriertransformation bestimmt.

Ein Problem des THD besteht darin, dass die Amplitude des Grundtons abhängig von der Frequenz bereits stark variieren kann. Ein anderes Problem besteht darin, dass die Abstrahlung der Harmonischen spektral unterschiedlich stark ist [3]. Liegt der Grundton in einem Bereich schwacher Abstrahlung während die Obertöne stärker abgestrahlt werden, so steigt dadurch auch der THD. Eine Bestrebung, dieses Problem zu lösen, besteht darin, das Ergebnis der Messung zunächst durch ein inverses Filter zu filtern, bevor es ausgewertet wird. Die erhaltenen Kennwerte werden dann als äquivalente totale harmonische Eingangsverzerrung bezeichnet (Englisch: Equivalent Total Harmonic Input Distortion, kurz ETHD) [3]. Obwohl diese Herangehensweise vernünftig erscheint, kann diese kritisiert werden, da hier die implizite Annahme besteht, dass die unterschiedlich starke Abstrahlung aller Harmonischen mit dem Frequenzgang gleichzusetzen ist. Damit wird gesagt, dass bis zum Zeitpunkt der Abstrahlung keine oder nur eine vernachlässigbar geringe spektrale Veränderung geschieht. Dieses Problem soll durch das implizite Modell erklärt werden, wie es in Abbildung 1 dargestellt ist. Es wurde sinngemäß aus [3] übernommen. Es ist nicht klar, ob die nichtlineare Funktion tatsächlich frequenzunabhängig ist und somit ist auch nicht klar, ob jeder Lautsprecher durch solch ein Modell hinreichend beschrieben werden kann. Am Beispiel des ETHD sollte demonstriert werden, wie schwierig eine objektive Quantifizierung des nichtlinearen Übertragungsverhaltens ist.

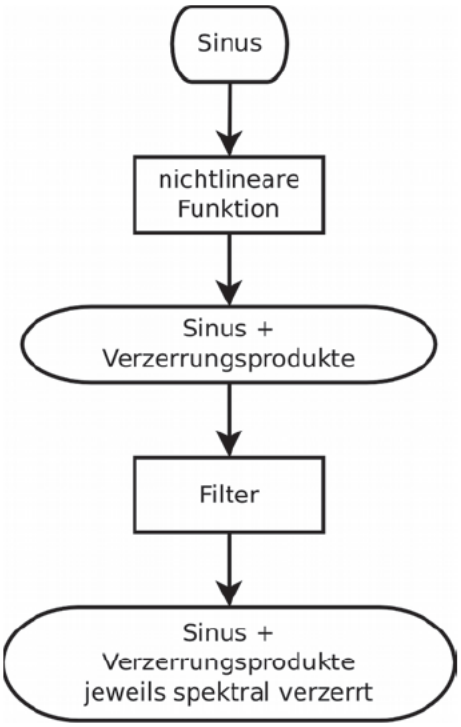

Abb. 1: Implizit angenommenes Ersatzschaltbild der ETHD Messung [3]. Spektrale Verzerrung soll durch inverses Filter rückgängig gemacht werden.

In [3] werden weitere Methoden beschrieben. Diese beschreiben zum Teil andere Symptome wie die Intermodulationsverzerrungen oder die durch die nichtlineare Verzerrung eingeführte Kompression, zum Teil wird die Phase der Verzerrungsprodukte mit einbezogen und zum Teil nutzen sie andere Anregungssignale.

In jedem Fall zeigt sich, dass die Methoden unterschiedliche Ergebnisse liefern und die Ergebnisse nicht zwangsläufig korrelieren müssen. Aus diesem Grund stellt sich die Frage, welche der Größen objektiv die „richtige“ Kenngröße ist. Eine Schwierigkeit aller Messmethoden besteht darin, dass jeweils bestimmte Eingangssignale vorausgesetzt werden. Diesbezüglich kann hinterfragt werden, ob damit die Kennwerte für den allgemeinen Betrieb der Lautsprecher mit verschiedensten Signalen repräsentativ sind. Weitere Schwierigkeiten bei den beschriebenen Methoden bestehen darin, dass der Messaufwand mit zunehmender Anzahl an Frequenzen und Amplituden zunimmt.

In [5] wird diesbezüglich geschrieben, dass durch die beschriebenen messtechnischen Verfahren lediglich die Symptome der Nichtlinearität gemessen werden, aber nicht die Ursachen. Es liege daher nahe, einen Lautsprecher stattdessen durch ein nichtlineares Modell zu beschreiben, welches die Ursachen der Nichtlinearitäten modelliert. Ein nichtlineares Modell kann helfen, die zugrundeliegenden nichtlinearen Funktionen zu identifizieren. Wird ein passendes Modell bestimmt, so kann dieses anschließend analysiert werden. Aus dem Modell können möglicherweise bessere Kennwerte extrahiert werden. Außerdem können für konkrete Eingangssignale die Verzerrungsprodukte am Ausgang separiert und quantifiziert werden. Mit einem Modell kann der zugehörige Lautsprecher simuliert werden und das Modell kann helfen, die nichtlinearen Verzerrungen zu kompensieren. Eine ausführlichere Beschreibung der möglichen Anwendungen folgt in Kapitel 6.

Ziel dieser Arbeit ist daher, Lautsprecher durch nichtlineare Modelle zu beschreiben. In Kapitel 2 werden zunächst bisherige Ansätze zur Modellierung von Lautsprechern erläutert. In Kapitel 3 werden die Modelle beschrieben, die in dieser Arbeit verwendet werden. Es folgt außerdem eine Beschreibung der verwendeten Methode, mit welcher die Modelle auf die zugehörigen Lautsprecher angepasst werden. Im Gegensatz zu den Ansätzen in Kapitel 2, werden die Modelle in dieser Arbeit mit Methoden des maschinellen Lernens trainiert. In Kapitel 4 und 5 wird die Modellierung zweier Lautsprecher erläutert und ausgewertet. Eine übergeordnete Auswertung und Bewertung der verwendeten Methode sowie Diskussion der Ergebnisse der Modellierung beider Lautsprecher erfolgt in Kapitel 7.

2. Stand der Forschung

Frühe Bestrebungen, einen Lautsprecher zu modellieren, bestanden darin, physikalische Modelle auf der Grundlage von Ersatzschaltbildern beziehungsweise einem Satz von Differentialgleichungen anzusetzen. Der Grundansatz ist bei allen Methoden dieser Art ähnlich. Manche Parameter der Ersatzschaltbilder sind konstant oder werden als konstant angenommen und sind von vornherein bekannt oder können zuvor experimentell bestimmt werden. Anderen Größen der Ersatzschaltbilder werden funktionale nichtlineare Zusammenhänge unterstellt, wobei die genauen Funktionen zunächst unbekannt sind. In [6] werden beispielsweise der elektrische Widerstand einer Schwingspule oder die bewegliche Masse als konstant angenommen während Größen wie die Steifheit der Membranaufhängung oder die Induktivität einer Schwingspule nichtlinear von der Membranauslenkung abhängen. Das Ziel der Modellierung eines konkreten Lautsprechers besteht darin, die unbekannten nichtlinearen Funktionen so zu bestimmen, dass der Lautsprecher bestmöglich abgebildet wird. Die Lösungsmethoden unterscheiden sich an dieser Stelle.

In [6] wurden zunächst für die nichtlinearen Funktionen Taylorpolynome zweiter Ordnung angesetzt, wodurch jeweils drei Unbekannte für jede nichtlineare Funktion anfallen. Anschließend wurde die entstehende Differentialgleichung durch eine Volterrareihenentwicklung approximiert. Die unbekannten Parameter wurden durch Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers zwischen Messkurven verschiedener Art und gleichartiger Messkurven des Modells bestimmt.

In [7] wurde das Ersatzschaltbild zunächst in einen Signalflussgraphen umgewandelt, wobei Operationen wie Differentiation und Integration durch Filter realisiert wurden. Eine genaue Beschreibung, wie die nichtlinearen Funktionen parametrisiert werden, ist in [7] nicht angegeben. Anschließend wurde das Modell parallel zum Lautsprecher geschaltet und der mittlere quadratische Fehler einer Zustandsvariable wurde in Echtzeit minimiert.

In [8] wurden die nichtlinearen Funktionen durch ein Taylorpolynom erster Ordnung approximiert und anschließend eine Optimierung hinsichtlich der Antwort des Lautsprechers vorgenommen, wobei weder Optimierungskriterium noch Methode genannt werden.

In [9] wurde das physikalische Ersatzschaltbild mit an dieser Stelle durchweg konstanten Parametern nur insoweit verwendet, dass eine Transferfunktion aufgestellt wurde, mit dessen Hilfe die lineare Auslenkung der Membran berechnet werden sollte. Die Membranauslenkung wird dann durch eine zunächst unbekannte Funktion nichtlinear verzerrt, wodurch alle Nichtlinearitäten in einer Funktion zusammengefasst werden sollten. Bemerkenswert ist hier, dass eine manuelle Anpassung der Parameter eines Taylorpolynoms fünfter Ordnung vorgenommen wurde.

Die Ergebnisse all dieser Modelle können das reale Verhalten der untersuchten Lautsprecher nur bedingt beschreiben. Häufig gilt dies nur für tiefe Frequenzen im Ansatz, da bekannt ist, dass die Ersatzschaltbilder als vereinfachte Modelle nur für tiefe Frequenzen gültig sind [9]. Ein Ersatzschaltbild blendet zu viele relevante Eigenschaften realer Lautsprecher aus, um diese für alle Frequenzen valide modellieren zu können. Somit kann schon das lineare Verhalten nicht richtig beschrieben werden. Weitere Ungenauigkeiten der beschriebenen Modelle kommen dadurch zustande, dass die a priori unbekannten Nichtlinearitäten durch möglicherweise unpassende Funktionen wie zum Beispiel Taylorpolynome mit zu geringer Ordnung approximiert werden. Dasselbe gilt für die Approximation der Differentialgleichungen durch Volterra-Reihen [6, 8] maximal dritter Ordnung. Die geringe Ordnung der Taylorpolynome und Volterra-Reihen hängt vermutlich damit zusammen, dass die entstehenden Gleichungen bei höherer Ordnung analytisch schwer zu handhaben sind oder eine höhere Ordnung für die jeweiligen Zwecke nicht gebraucht wurde. Insgesamt sind die Einsatzgebiete dieser physikalischen Modelle stark begrenzt.

Der Trend in jüngerer Zeit geht aus diesem Grund in Richtung allgemeinerer Modelle mit vollständig unbekannten Größen, was in [5] diskutiert und zusammengefasst wird. Einige dieser Ansätze nutzen Volterra-Reihen, welche als eine Verallgemeinerung von Taylorpolynomen mit Zeitabhängigkeit verstanden werden kann [10]. Andere nutzen sogenannte NARMAX-Modelle, die zusätzlich Rekursion erlauben [11]. Volterra-Reihen haben das grundsätzliche Problem, dass deren Komplexität, genau wie bei NARMAX-Modellen, mit zunehmender Ordnung und mehr vergangenen Abtastwerten, die in Betracht gezogen werden, exponentiell ansteigt. Das Problem des exponentiellen Anstiegs der benötigten Koeffizienten bei Volterra-Reihen führt häufig dazu, dass die Ordnung aus praktischen Gründen auf die dritte Ordnung begrenzt wird [6, 8, 10]. Mit einer Volterra-Reihe dritter Ordnung können allerdings auch nur Systeme modelliert oder approximiert werden, die maximal zwei Obertöne erzeugen. Dies ist im starken Kontrast zu realen Lautsprechern, die deutlich mehr Obertöne erzeugen können. Die Argumentation derjenigen, die Volterra-Reihen verwenden, ist die, dass die ersten beiden Obertöne die dominantesten seien und somit ausreichen würden, um eine gute Approximation des Lautsprechers zu erhalten [6, 8], was jedoch kritisiert werden kann.

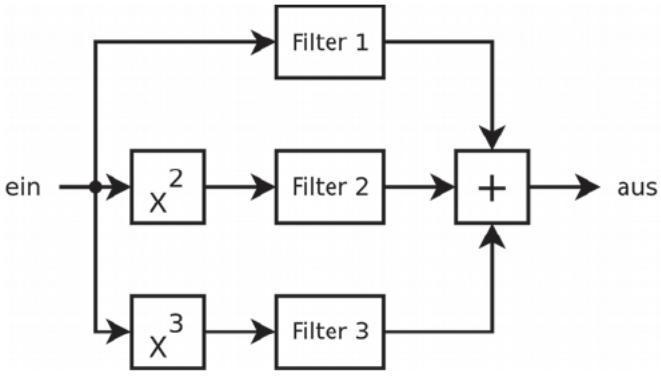

Abb. 2: Modell dritter Ordnung mit parallelen vereinfachten Hammerstein-Modellen [12]. Filter 1 repräsentiert den linearen Frequenzgang.

Wenn also die maximale Ordnung, die benötigt wird, um alle entstehenden Obertöne eines Lautsprechers nachzubilden, dazu führt, dass die Anzahl der Koeffizienten einer Volterra-Reihe oder eines NARMAX-Modells über alle praktischen Grenzen steigt, liegt die Vermutung nahe, dass Volterra-Reihen und NARMAX-Modelle komplexer sind, als dies für die Modellierung von Lautsprechern notwendig wäre. Eine Idee ist daher, einfacher verständliche Blockmodelle aus statischen Nichtlinearitäten und Filtern anzusetzen. Solche Modelle anzusetzen, erscheint auch insofern plausibel, da Lautsprecher nur schwach nichtlinear sind [3], sodass Lautsprecher mit einem Filter bereits zum größten Teil beschrieben werden können. Dies legt nahe, ebenfalls Filter in nichtlinearen Modellen zu verwenden. Das nichtlineare Übertragungsverhalten wird durch zusätzliche statische nichtlineare Funktionen realisiert. In [12] konnte mit solch einem Modell gezeigt werden, dass die THD Kurve eines Modells zwar nicht perfekt mit der THD Kurve des zugehörigen Lautsprechers übereinstimmt, aber die Übereinstimmung konnte dennoch als gut befunden werden. Hierfür wurde ein Modell aus mehreren parallelen vereinfachten Hammerstein-Modellen verwendet, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist. Allerdings hat die verwendete Methode dazu geführt, dass die Ordnung des Modells in einem Fall 4 und in einem zweiten Fall 5 betrug. Dies war der Tatsache geschuldet, dass das Modell mit dieser Methode bei jeweils größerer Ordnung schlechtere Ergebnisse erzielt, was nicht intuitiv erscheint. In [13] konnten mit einem Modell aus parallelen vereinfachten Wiener-Hammerstein-Modellen, wie es in Abbildung 3 dargestellt ist, ebenfalls gute Ergebnisse erzielt werden, wobei das Modell auf die dritte Ordnung beschränkt wurde. Kompliziertere Blockmodelle wurden nach dem bisherigen Stand der Recherche nicht in Betracht gezogen.

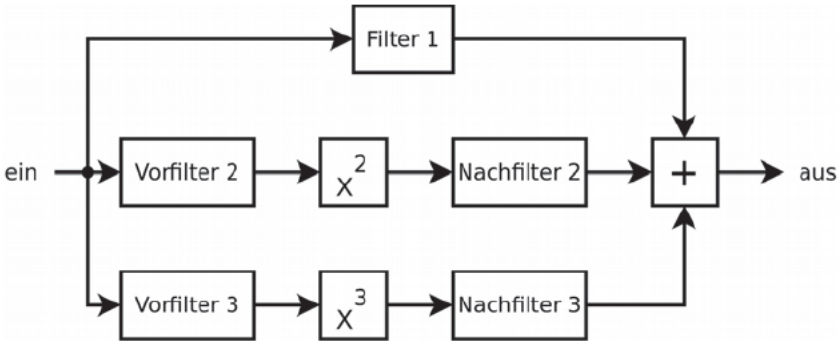

Abb. 3: Modell dritter Ordnung mit parallelen vereinfachten Wiener-Hammerstein-Modellen [13]. Filter 1 repräsentiert den linearen Frequenzgang.

Aus der klassischen nichtlinearen Systemtheorie sind gemäß [14] weitere Blockmodelle aus seriellen und parallelen Anordnungen von Filtern und statischen Nichtlinearitäten bekannt, für welche jeweils eigene teils sehr komplizierte Lösungsmethoden existieren. Die verschiedenen Lösungsmethoden unterliegen jedoch bestimmten Einschränkungen. So führen einige der beschriebenen Methoden über den Umweg einer Volterra-Reihe, für welche wiederum dieselben bereits erläuterten Einschränkungen gelten. Eine andere Einschränkung, welche für manche Methoden gilt, ist, dass nur mit einer diskreten Anzahl an Sinussignalen gearbeitet wird, sodass das Modell nur für diese Menge an Frequenzen valide Ergebnisse liefern kann und außerdem den Messaufwand bei zunehmender Anzahl von Frequenzen erhöht. Eine besondere Schwierigkeit besteht gemäß [14] darin, verschiedene Modelle für ein Problem anzusetzen, da jedes Modell seine eigene Lösungsmethode erfordere und jeweils andere Einschränkungen mitbringe, was zu sehr hohem Aufwand führt. Ansonsten sind für manche Topologien, wie etwa eine längere serielle Kaskade aus Filtern und statischen Nichtlinearitäten, gemäß [14] bisher keine Lösungsmethoden bekannt.

Abseits der klassischen nichtlinearen Systemtheorie, werden auch Künstliche Neuronale Netze für nichtlineare Systeme mit einem Eingang und einem Ausgang verwendet. Diese können als nichtlineare Filter aufgefasst werden [15]. Hierbei werden eine bestimmte Anzahl vergangener Eingangswerte oder auch Ausgangswerte als Eingänge verwendet. In jedem Fall werden die Netze im Kontrast zu allen bisherigen Modellen mit Methoden des maschinellen Lernens trainiert. Künstliche Neuronale Netze können auch für die Modellierung von Lautsprechern verwendet werden. Ähnlich wie bei Volterra-Systemen und NARMAX-Modellen wird in dieser Arbeit angenommen, dass Künstliche Neuronale Netze in üblichen Variationen komplexer sind als nötig, um Lautsprecher zu modellieren. Ein großes Problem von Künstlichen Neuronalen Netzen besteht außerdem darin, dass Neuronale Netze in der Regel kaum interpretierbar sind, was jedoch das Ziel dieser Arbeit sein soll. Damit wäre eine anschließende Analyse des Modells zum Erkenntnisgewinn und manche der Anwendungen, die in Kapitel 6 beschrieben sind, nicht möglich.

3. Methode

3.1. Überblick

Im Rahmen dieser Arbeit sollen nichtlineare Modelle mit Methoden des maschinellen Lernens trainiert werden, um Lautsprecher zu modellieren. Dabei werden klassische Blockmodelle mit einem Eingang und einem Ausgang verwendet, wie sie unter anderem auch in [14] beschrieben werden.

Der Unterschied zu [14] besteht im Rahmen dieser Arbeit in der verwendeten Methode, mit der die Parameter der Modelle gewonnen werden. Hierfür wurde eine modifizierte Variante des sogenannten „Backpropagation Through Time“ Verfahrens (Deutsch: Rückwärtsausbreitung des Fehlers durch die Zeit) verwendet [16, 17]. Der „Backpropagation Through Time“ Algorithmus ist eine effizientere Art des Gradientenabstiegsverfahrens, welcher aus dem Bereich der Künstlichen Neuronalen Netze stammt und für gewöhnlich dafür verwendet wird, um die Parameter von Künstlichen Neuronalen Netzen mit Zeitabhängigkeiten zu bestimmen. Das ist möglich, da die klassischen Blockmodelle aus [14] ebenfalls als Neuronale Netze interpretiert werden können, auch wenn sich diese strukturell unterscheiden.

Zur Bestimmung der Parameter eines Modells sind hierbei ein Anregungssignal und eine zugehörige Antwort des Lautsprechers auf dieses Anregungssignal nötig. Näheres zu der Wahl des Anregungssignals findet sich in Kapitel 3.6. Anschließend folgt ein sogenanntes Training. Als Training wird der Vorgang bezeichnet, bei welchem die Parameter eines Modells Schritt für Schritt so angepasst werden, dass die Antwort des Modells auf das Anregungssignal letztlich der Antwort des Lautsprechers auf dasselbe Anregungssignal möglichst gleicht. Diese Anpassung des Modellausgangs an die Antwort des Lautsprechers ist das zentrale Problem, welches durch die beschriebene Methode gelöst wird.

Es scheint im ersten Moment nicht wichtig zu sein, dass im Vergleich zu [14] lediglich eine andere Methode verwendet wird. Man muss sich jedoch die Frage stellen, wieso die bisherigen Methoden keine große Akzeptanz gefunden haben. Sicherlich kann das neben den übrigen Schwierigkeiten, die in Kapitel 2 erwähnt wurden, zum Einen mit der Komplexität der bisherigen Methoden und zum Anderen mit der Tatsache zu tun haben, dass für eine jeweilige Modellstruktur nur bestimmte Lösungsmethoden existieren, die für andere Strukturen nicht mehr funktionieren müssen. Für letztere Hypothese spricht zumindest, dass in den Referenzen jeweils nur eine Struktur gewählt wurde [12, 13]. Ein Test verschiedener Modellarten wurde nicht durchgeführt. Damit die klassischen Methoden angewendet werden können, müssen diese zuvor studiert werden, was eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt. An dieser Stelle hat das hier eingeführte Verfahren Vorteile, da die zugrundeliegenden Verfahren bereits bekannt sind und schon

Anwendung im Bereich des maschinellen Lernens finden [16, 17]. Umgekehrt kann das Wissen aus dieser Arbeit auch in anderen Bereichen des maschinellen Lernens angewendet werden.

Ein weiterer Vorteil des hier verwendeten Verfahrens besteht darin, dass die Anforderungen an den Benutzer sehr gering sind, wenn bereits eine Software vorhanden ist, die das Verfahren implementiert hat. Dieses Verfahren kann zudem für verschiedene Modelle verwendet werden. Somit können mehr Modelle getestet und verglichen werden, um schließlich ein passendes Modell zu finden. Zuletzt kann dieses Verfahren auch für Modelle verwendet werden, für die nach dem bisherigen Stand der Recherche keine explizite Lösungsmethode bekannt ist. Dazu gehören längere Kaskaden aus Filtern und statischen Nichtlinearitäten, wie es beispielsweise in Abbildung 6 dargestellt ist.

Die Idee, das Gradientenabstiegsverfahren auf Blockmodelle anzuwenden, ist nicht neu. Diese Methode wurde unter anderem in [12] als Lösungsmethode diskutiert, um Modelle der Form wie in Abbildung 2 auf Seite 10 anzupassen. Diese Methode wurde jedoch bisher verworfen, da das Gradientenabstiegsverfahren in der direkten analytischen Form für solche und ähnliche Modelle als praxisuntauglich befunden wurde [12]. Ein großer Teil dieser Arbeit bestand daher darin, das Gradientenabstiegsverfahren für die gewählte Klasse von nichtlinearen Modellen möglichst effizient und vor allem praxistauglich umzusetzen.

Das vorgestellte Verfahren, die Modelle und Funktionen für die weitere Verarbeitung und Anwendungen der Modelle wurden mit der numerischen Software Octave Version 4.0.0 [18] zuzüglich der Erweiterung „Signale“ [19] implementiert und getestet.

3.2. Modelle

In diesem Kapitel werden die verwendeten Modelle beschrieben. Insbesondere wird erläutert, wieso die gewählten Modelle für die Modellierung von Lautsprechern geeignet sind.

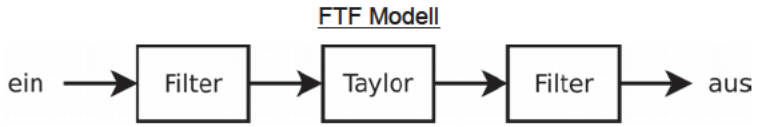

Abb. 4: Nichtlineares Modell mit einem Taylorpolynom als nichtlinearer Funktion umgeben von zwei Filtern. Bei der Namensgebung steht „F“ für Filter und „T“ für Taylorpolynom.

Die gewählte Klasse von Modellen beinhaltet mehrere Filter und statische nichtlineare Funktionen, die seriell und/oder parallel verschaltet werden. Da die Modelle mit numerischen Mitteln angepasst werden, sind diese Modelle grundsätzlich digital. Der Ausgang des Modells wird gebildet, indem die Summe der Ausgänge aller parallelen Zweige des Modells berechnet wird. Wichtig ist, dass jeder parallele Zweig des Modells

seriell ist. Beispiele von Modellen dieser Klasse sind in den Abbildungen 4, 5 und 6 dargestellt.

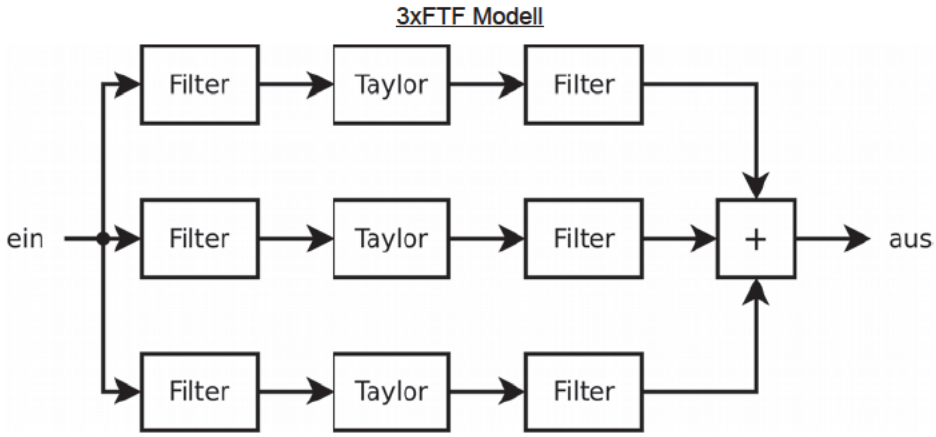

Abb. 5: Paralleles nichtlineares Modell mit drei Pfaden. Jeder Pfad besteht aus einem Taylorpolynom als nichtlinearer Funktion umgeben von zwei Filtern. Bei der Namensgebung steht „F“ für Filter, „T“ für Taylorpolynom und „3x“ für drei parallele Pfade.

Die statischen nichtlinearen Funktionen bilden einen Eingangswert auf einen Ausgangswert ab, ohne, dass dabei vergangene Eingangswerte oder Ausgangswerte berücksichtigt werden. Somit verhält sich eine statische Nichtlinearität für jede Frequenz gleichartig. Die zusätzliche Zeitabhängigkeit und damit auch die Frequenzabhängigkeit ergibt sich dadurch, dass Filter vorgeschaltet und/oder nachgeschaltet werden. Dies zeigt bereits, dass beide Elemente in Kombination komplex zusammenwirken können, um auf nachvollziehbare Art und Weise ein genügend mächtiges nichtlineares Modell zu bilden.

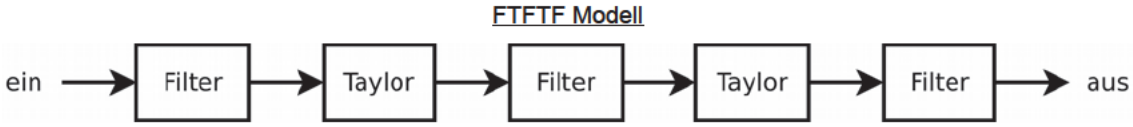

Abb. 6: Serielles nichtlineares Modell mit fünf Elementen bestehend aus einer alternierenden Kaskade von Filtern und Taylorpolynomen als nichtlineare Funktionen. Bei der Namensgebung steht „F“ für Filter und „T“ für Taylorpolynom.

Die Verwendung von statischen nichtlinearen Funktionen impliziert auf eine gewisse Art, dass dem zu modellierenden System Größen innewohnen, die die Ausgangswerte beeinflussen und in direktem nichtlinearen Zusammenhang zu anderen internen Größen stehen. Diese internen Größen müssen wiederum direkt oder indirekt von den Eingangswerten abhängen. Diese Annahme ist für Lautsprecher größtenteils erfüllt. Um diese Aussage zu unterstützen, folgt ein kurzer Überblick über die gemäß [3] dominantesten Nichtlinearitäten in einem Lautsprecher und deren Abhängigkeiten:

- Steifheit der Membranaufhängung:
  Hängt direkt von der Membranauslenkung ab.

- Magnetischer Kraftfaktor:
  Hängt direkt von der Membranauslenkung ab.
- Induktivität einer Schwingspule:
  Hängt direkt von der Membranauslenkung und weniger vom elektrischen Strom ab.
- Mechanische und akustische Verluste:
  Hängen direkt von der Schallschnelle ab.
- Nichtlineare Verzerrung bei sehr hohem Schalldruck (nichtlineare Akustik):
  Hängt direkt vom Schalldruck ab.

All diese Größen beeinflussen wiederum den Ausgang. Das Modell muss nicht zwangsläufig eine nichtlineare Funktion für jede erwartete nichtlineare Größe beinhalten. Zielführender erscheint es, die nichtlinearen Effekte nach ihren Abhängigkeiten zusammenzufassen. So könnten beispielsweise die Steifheit der Membranaufhängung, der Kraftfaktor und die Induktivität der Schwingspule, wenn die Stromabhängigkeit für letztere vernachlässigt wird, in einer einzigen nichtlinearen Funktion zusammengefasst werden, da diese Größen jeweils von der Membranauslenkung abhängen und die Membranauslenkung wiederum direkt oder indirekt beeinflussen. Eine solche nichtlineare Funktion würde dann eine nichtlineare Verzerrung der Membranauslenkung bewirken. Zwei weitere denkbare nichtlineare Funktionen wären eine für die elektrische Domäne (Induktivität, Nichtlinearitäten der Bauteile) in Form einer nichtlinearen Verzerrung des elektrischen Stromverlaufs und in der akustischen Domäne (nichtlineare Akustik) in Form der nichtlinearen Verzerrung des Schalldrucks. Aus diesem Grund wird angenommen, dass nicht mehr als drei nichtlineare Funktionen in einem seriellen Zweig benötigt werden, um einen Lautsprecher zu modellieren. An dieser Stelle muss man jedoch bedenken, dass der komplette Signalverarbeitungspfad modelliert wird. Sollte ein Leistungsverstärker Teil des Signalverarbeitungspfades sein und sollte dieser relevante nichtlineare Verzerrungen verursachen, so können für den Leistungsverstärker zusätzliche nichtlineare Funktionen nötig sein.

An dieser Stelle ist die Erkenntnis wichtig, dass Filter sehr vielfältige Effekte bewirken können. So kann ein Filter verwendet werden, um mathematische Operationen wie Differentiation, Integration und skalare Multiplikation durchzuführen, wodurch in einem solchen Modell Größen in andere Größen umgewandelt werden können. Es wäre also durchaus denkbar, dass ein passendes Modell aus Filtern und statischen Nichtlinearitäten physikalisch plausible Funktionen und interne Signale beinhaltet, wobei das nicht zwangsläufig so sein muss. Eine weitere wichtige Funktion von Filtern ist die Einführung von Verzögerungszeiten.

Ein nützlicher Aspekt dieser Klasse von Modellen besteht darin, dass hier sehr geläufige Elemente der Signalverarbeitung verwendet werden, die bereits in verschiedenen

Bibliotheken implementiert sind [19], sodass eine Implementierung der Modelle recht schnell realisiert werden kann. Dies war auch im Rahmen der Implementierung von Vorteil.

Die gewählte Klasse von Modellen hat allerdings auch ihre Grenzen. So kann ein Modell dieser Klasse keine äußeren Faktoren wie zum Beispiel die Umgebungstemperatur berücksichtigen, da es sich bei Modellen dieser Klasse um Systeme mit einem einzigen Eingang handelt. Wenn die Umgebungstemperatur das Verhalten eines Lautsprechers nennenswert beeinflussen sollte, so könnte bestenfalls ein Modell für eine Temperatur bestimmt werden. Durch das Aufstellen mehrerer Modelle für verschiedene Umgebungstemperaturen könnte durch eine gewichtete Summe der Ausgänge zweier Modelle für eine bestimmte Temperatur eine plausible Antwort gewonnen werden, sofern die beiden benachbarten Temperaturen nah genug beieinander liegen. Dieser Ansatz wäre aber mit großem Aufwand verbunden. Eine weitere Limitierung dieser Klasse von Modellen besteht darin, dass keine Hysterese realisiert werden kann. Hysterese bedeutet, dass der Funktionsverlauf einer nichtlinearen Funktionen für positiv steigende Eingangswerte anders verläuft als für negativ fallende Eingangswerte. Hysterese ist in einem Lautsprecher aber durchaus in geringem Maße vorhanden [6]. Die letzte Limitierung ist die, dass keine Systeme modelliert werden können, deren Übertragungsverhalten sich mit der Zeit ändert, sodass beispielsweise thermische Effekte, sollten diese das Verhalten des Lautsprechers im Betrieb nennenswert ändern, nicht nachgebildet werden können.

Am Beispiel des FTF Modells in Abbildung 4 auf Seite 13 kann die Wirkungsweise veranschaulicht werden. Das erste Filter entscheidet hier, welche Frequenzen mehr und welche weniger verzerrt werden. Zusätzlich kann über das erste Filter die generelle Verzerrungstendenz eingestellt werden, indem das Signal insgesamt verstärkt oder gedämpft wird. Letzteres kann aber grundsätzlich auch über die anschließende nichtlineare Funktion eingestellt werden. Die Form der nichtlinearen Funktion entscheidet darüber, welche erzeugten Obertöne bei einem Sinussignal stärker oder weniger ausgeprägt sind. Das zweite Filter vor dem Ausgang stellt letztlich den Frequenzgang des Lautsprechers her.

Am Beispiel des FTF Modells in Abbildung 4 auf Seite 13 kann auch verdeutlicht werden, wann dieses Modell wahrscheinlich nicht hinreichend gut funktionieren wird. Ein Fall, bei welchem ein FTF Modell unzureichend sein könnte, wäre, wenn ein Lautsprecher modelliert werden soll, der mehrere schallemittierende Elemente besitzt, da die verschiedenen schallemittierenden Elemente möglicherweise unterschiedliche nichtlineare Funktionen benötigen. Hier wäre ein paralleles Modell vielversprechender, wobei die Anzahl der parallelen Zweige der Anzahl der schallemittierenden Elemente entsprechen sollte. Alternativ kann auch jedes schallemittierende Element des Lautsprechers separat modelliert werden, was auch vom Autor empfohlen wird.

Als Filter werden grundsätzlich digitale Filter mit endlicher Impulsantwort verwendet (sogenannte FIR Filter). Diese sind im Training einfacher zu handhaben als sogenannte IIR Filter mit unendlicher Impulsantwort, da FIR Filter während des Trainings im Gegensatz zu IIR Filtern stets stabil bleiben und strukturell einfacher sind, da FIR Filter keine Rekursionen beinhalten. Die Länge jedes FIR Filters muss vor dem Training festgelegt werden und ändert sich während des Trainings nicht. Parameter, die sich während des Trainings nicht ändern, werden als Hyperparameter bezeichnet. Die Längen der Filter sind daher ebenfalls Hyperparameter des Modells. Die Filterkoeffizienten hingegen sind Parameter des Modells, die während des Training angepasst werden können.

Als nichtlineare Funktionen werden für das Training grundsätzlich Taylorpolynome verwendet. Der Grund hierfür ist, dass ein Taylorpolynom bekanntermaßen jede statische Funktion mit einem Eingang und einem Ausgang approximieren kann, wenn die Ordnung nur groß genug ist. Die benötigte Ordnung der Taylorpolynome kann in diesem Anwendungsfall anhand der größtmöglichen Harmonischen, die ein Lautsprecher bei einem Sinussignal erzeugen kann, festgemacht werden [3]. Ein weiterer Vorteil von Taylorpolynomen ist die vergleichsweise hohe Recheneffizienz. So werden für ein Taylorpolynom der Ordnung N bei effizienter Implementierung $2 \cdot N$-1 Multiplikationen und N-1 Additionen benötigt. Die Verwendung von Taylorpolynomen bringt jedoch eine Schwierigkeit mit sich. So liefert das Taylorpolynom nur für die aus dem Training bekannten Eingangswerte valide Ausgangswerte. Gerade sehr große Eingangswerte führen dazu, dass die größte Potenz dominiert, wodurch auch der Ausgang des Taylorpolynoms exorbitant große Werte annehmen kann. Bei der Verwendung der Modelle muss folglich darauf geachtet werden, dass die Eingangswerte nicht größer als beim Training sind. Die Ordnung jedes Taylorpolynoms muss vor dem Training festgelegt werden und ist somit ein Hyperparameter des Modells. Die Koeffizienten der Taylorpolynome sind wiederum Parameter des Modells und können während des Trainings angepasst werden.

3.3. Gradientenabstiegsverfahren

Da die Methode dieser Arbeit eine effiziente Umsetzung des Gradientenabstiegsverfahrens ist, wird zunächst die grundsätzliche Idee des Gradientenabstiegsverfahrens beschrieben. Die Erläuterungen werden direkt problembezogen durchgeführt und beziehen Designentscheidungen an den passenden Stellen mit ein. Die allgemeinen Ausführungen zum Gradientenabstiegsverfahren in diesem Kapitel folgen sinngemäß den Ausführungen in [16].

Vor dem Training müssen die Parameter des Modells initialisiert werden. Im Kontext Neuronaler Netze werden die Parameter für gewöhnlich zufällig initialisiert, nachdem ein gewisser Wertebereich vorgegeben wurde. Obwohl dies für die betrachtete Klasse von Modellen ebenfalls möglich wäre, wird in dieser Arbeit davon abgesehen. Bei

Taylorpolynomen kann eine zufällige Initialisierung insbesondere bei hoher Ordnung dazu führen, dass die Potenz mit dem größten Exponenten exorbitant große Werte ausgeben kann. Voruntersuchungen haben gezeigt, dass dies dazu führen kann, dass das Training bereits kurz nach dem Beginn keine vorteilhaften Anpassungen mehr durchführen kann. Eine zufällige Initialisierung der Filterkoeffizienten führt dazu, dass die Ausgänge der Filter rauschartig werden, da die Impulsantworten der Filter ebenfalls einem weißen Rauschen entsprechen. Ein rauschartiges Signal liefert wegen zufällig verzerrter Phase wiederum weniger klare Hinweise für den Trainingsalgorithmus. Voruntersuchungen haben gezeigt, dass das Training bei zufälliger Initialisierung insbesondere zu Beginn deutlich verlangsamt wird. Es konnte beobachtet werden, dass zunächst das rauschartige Verhalten der Filter beseitigt wurde.

Stattdessen werden die Modelle in dieser Arbeit grundsätzlich so initialisiert, dass die Modelle eine skalierte Version des Eingangssignals ausgeben. Dies kann erreicht werden, indem der erste Filterkoeffizient jedes Filters, der mit dem aktuellen Abtastwert am Eingang assoziiert wird, auf einen Wert ungleich 0 gesetzt wird, während alle anderen Filterkoeffizienten auf 0 gesetzt werden. Ebenso werden alle nichtlinearen Koeffizienten der Taylorpolynome auf 0 gesetzt. Die linearen Koeffizienten der Taylorpolynome erhalten einen Wert ungleich 0. Somit führen alle Einheiten des Modells nach der Initialisierung eine einfache Skalierung durch. Der Gesamtskalierungsfaktor für ein serielles Modell beziehungsweise für einen Pfad eines parallelen Modells ergibt sich aus der Multiplikation aller Skalierungsfaktoren der enthaltenen Einheiten. Für ein paralleles Modell entspricht der Gesamtskalierungsfaktor der Summe der Gesamtskalierungsfaktoren der einzelnen Pfade.

Der Gesamtskalierungsfaktor des initialisierten Modells kann entweder zu 1 gesetzt werden, sodass das Modell zunächst völlig neutral ist, oder er kann so gewählt werden, dass das Eingangssignal so skaliert wird, dass es eine ähnliche durchschnittliche Amplitude wie der Ausgang des untersuchten Systems aufweist. Die Gesamtskalierungsfaktoren der Pfade eines parallelen Modells werden zufällig bestimmt, wobei diese positiv und geringer als der Gesamtskalierungsfaktor des Modells sind. Die Skalierungsfaktoren der einzelnen Einheiten eines Pfades oder eines seriellen Modells werden ebenfalls zufällig bestimmt, wobei diese positiv und jeweils geringer als der Gesamtskalierungsfaktor dieses Pfades beziehungsweise des seriellen Modells sind. Die Randomisierung der Skalierungsfaktoren ist insbesondere bei parallelen Modellen angebracht, da bei diesen darauf geachtet werden muss, dass kein Pfad einem anderen gleicht. Gleiche Pfade entwickeln sich während des Trainings auf exakt gleiche Art und Weise, was nicht sinnvoll wäre. Letzteres kann nach Studium dieses Kapitels nachvollzogen werden.

Die Antwort des Modells auf das Anregungssignal soll der Lautsprecherantwort möglichst gleichen. Hierfür muss zunächst definiert werden, was als mehr oder weniger

„gleich“ verstanden wird. Es ist intuitiv ersichtlich, dass der Betrag der Differenz f, wie sie in Gleichung (4) definiert ist, zwischen beiden Signalen möglichst gering sein soll.

$$f(n) = a_{\text{soll}}(n) - a_{\text{ist}}(n) \tag{4}$$

Die Variable n in Gleichung (4) entspricht dabei dem Index des Abtastwertes. a_{soll} ist die Lautsprecherantwort und a_{ist} ist die Antwort des Modells. Da das Fehlersignal f für gewöhnlich mehr als einen Abtastwert beinhaltet, bleibt jedoch ein gewisser Interpretationsspielraum in der Frage, was die Ähnlichkeit beider Signal anbelangt. Wenn die Frage beantwortet werden soll, ob die Ausgabe eines Modells der Lautsprecherantwort ähnlicher ist als die Ausgabe eines anderen Modells, so muss ein Fehlermaß F definiert werden, welcher ein Einzahlenwert. Ziel des Trainings ist es, dieses Fehlermaß F zu minimieren.

Da das Modell und der gemessene Lautsprecher zunächst unterschiedliche Startzustände aufweisen, wird nur ein Teil der Ausgangssignale betrachtet. Die Verzögerungseinheiten der FIR Filter haben zu Beginn den Wert 0. Es kann also sein, dass wegen der unterschiedlichen Startzustände trotz perfektem Modell keine perfekte Übereinstimmung erzielt werden kann. Aus diesem Grund wird zunächst die maximale Verzögerung V des Modells gemessen in Abtastwerten bestimmt. Die ersten V Abtastwerte des Fehlersignals f werden ignoriert, da nach dieser Zeit alle Verzögerungseinheiten des Modells „gefüllt“ sind, das heißt mit den ersten Eingangswerten besetzt sind. Wenn die maximale Verzögerung V einen signifikanten Anteil der Signallänge N ausmachen sollte, so kann das problematisch sein, da vermutlich ein signifikanter Anteil an Lernmaterial verloren geht, welches für das Training wichtig sein kann. In diesem Fall wäre es ratsam, ein längeres Eingangssignal zu verwenden.

Das Fehlermaß F ist in dieser Arbeit die Summe der Fehlerquadrate und berechnet sich durch Gleichung (5):

$$F = \sum_{i=V+1}^{N} f(i)^2 = \sum_{i=V+1}^{N} \left(a_{\text{soll}}(i) - a_{\text{ist}}(i)\right)^2 \tag{5}$$

Die Quadrierung in Gleichung (5) bewirkt, dass große Fehlerwerte überbewertet werden, sodass bei der Optimierung mehr Wert darauf gelegt wird, dass die maximale Abweichung nicht zu groß wird.

Da der Fehlerwert F isoliert betrachtet schwer zu interpretieren ist, kann der Fehlerwert F für Interpretationszwecke zunächst in einen Effektivwert umgerechnet werden und anschließend ins Verhältnis zum Effektivwert des erwünschten Ausgangssignals a_{soll} gesetzt werden. Dieses Verhältnis kann wiederum logarithmisch dargestellt werden:

$$F_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{F}{N-V}} \tag{6}$$

$$a_{\text{soll,RMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=V+1}^{N} a_{\text{soll}}(i)^2}{N-V}} \tag{7}$$

$$F_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{F_{\text{RMS}}}{a_{\text{soll,RMS}}}\right) \tag{8}$$

Der logarithmische Fehler F_{dB} wird während des Trainings auf der Überwachungskonsole angezeigt und wird im weiteren Verlauf der Arbeit als übersichtliches Maß für den Ausgangsfehler verwendet.

Die Optimierung findet schrittweise statt. Der Fehler F gemäß Gleichung (5) auf Seite 19 wird dabei Schritt für Schritt verringert, indem die Parameter von Schritt zu Schritt geringfügig verändert werden, bis der Fehler entweder klein genug ist oder bis eine maximal tolerierte Zeit überschritten wird. Der Algorithmus ist daher ein lokales Optimierungsverfahren. Beide Abbruchkriterien werden vom Anwender festgesetzt.

Ausgehend vom aktuellen Zustand des Modells (Startzustand oder im weiteren Verlauf des Trainings) wird als erstes der Fehler für den aktuellen Parametersatz berechnet, damit man ein Vergleichsmaß erhält. Anschließend wird jeder Parameter p unabhängig von allen anderen Parametern etwas nach oben ($p+d$) und etwas nach unten (p-d) variiert. Nach jeder Variation wird der Fehler für den nun unterschiedlichen Parametersatz berechnet. Auf diese Weise kann man ermitteln, in welche Richtung man den aktuell betrachteten Parameter variieren muss. Dazu wird die Differenz der beiden Fehlerwerte berechnet und durch die Differenz der Gesamtvariation geteilt, was in Gleichung (9) für einen einzigen Parameter festgehalten wird. Die Teilung durch die Gesamtvariation wird vorgenommen, um die Fehleränderung gewissermaßen zu normieren. Diese Normierung würde für ΔF bei einer rein hypothetischen Fehlerfunktion F, die linear mit dem Parameter p zusammenhängt, unabhängig von d denselben Wert liefern, was eine praktische Eigenschaft darstellt.

$$\Delta F(p) = \frac{F(p+d) - F(p-d)}{(p+d) - (p-d)} = \frac{F(p+d) - F(p-d)}{2 \cdot d} \tag{9}$$

Ist ΔF positiv, so muss der Parameter in negative Richtung angepasst werden. Ist ΔF negativ, so muss der Parameter in positive Richtung angepasst werden. Dies kann in Abbildung 7 auf Seite 21 nachvollzogen werden, wo ein stark vereinfachtes Beispiel mit nur einem einzigen Parameter abgebildet ist. Der Betrag von ΔF gibt an, wie stark dieser Parameter im Vergleich zu den anderen Parametern verändert werden sollte. Die Parameter mit dem größten Einfluss auf den Fehler werden auch am stärksten angepasst. ΔF berechnet man für jeden Parameter. In Gleichung 10 ist die Anpassungsvorschrift beispielhaft für einen einzigen Parameter p angegeben, wird aber grundsätzlich in derselben Form für alle Parameter angewendet, wobei ΔF für jeden Parameter variiert:

$$p_{\text{neu}} = p_{\text{alt}} - l \cdot \Delta F(p_{\text{alt}}) \tag{10}$$

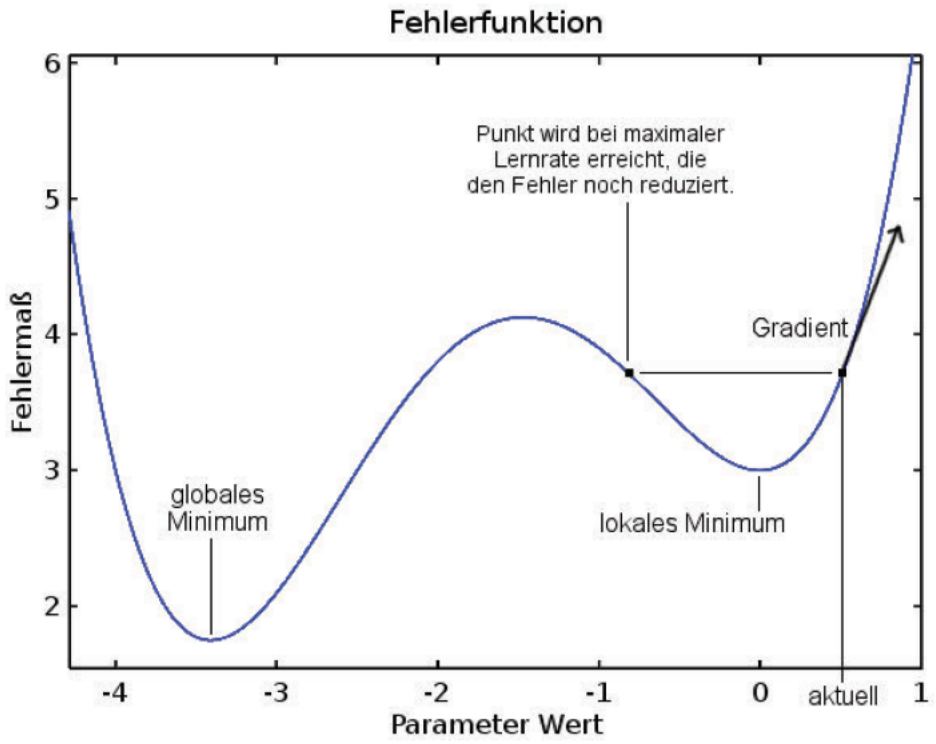

Abb. 7: Veranschaulichung des Gradientenabstiegsverfahrens anhand eines fiktiven Systems mit einem einzigen Parameter. Der Gradient entspricht in diesem Beispiel der partiellen Ableitung der Fehlerfunktion nach dem Parameter an der Stelle des aktuellen Parameterwertes. Der Fehler wird reduziert, indem dem Gradienten rückwärts gefolgt wird.

Die Variable l in Gleichung (10) auf Seite 20 ist ein globaler Hyperparameter, der als Lernrate bezeichnet wird und oft zwischen 0 und 1 gewählt wird. Von der Lernrate l ist abhängig, wie stark die Parameteränderungen ausfallen. Man sollte die ursprüngliche Annahme bedenken, dass bei der Variation jedes Parameters alle anderen Parameter konstant gehalten werden. Durch Anwendung der Gleichung (10) für alle Parameter wird diese Annahme streng genommen verletzt. Die Annahme kann dahingehend abgeschwächt werden, dass alle anderen Parameter vernachlässigbar wenig verändert werden. Die Frage, was als „wenig" bezeichnet werden kann, kann vorher nicht objektiv beantwortet werden. Hiermit hängt letztlich die Wahl der Lernrate zusammen. Wird die Lernrate relativ klein gewählt, so wird eine Reduktion des Gesamtfehlers sehr wahrscheinlich, wobei die Reduktion relativ gering ausfallen wird. Wird die Lernrate relativ groß gewählt, so wird der Fehler wegen der besagten Verletzung der Grundannahme wahrscheinlich zunehmen. Irgendwo dazwischen befindet sich eine optimale Lernrate, die für eine maximale Reduktion des Fehlers sorgt. Die Frage, welche Lernraten „klein" oder „groß" sind, kann vorher nicht objektiv beantwortet werden. Auch die optimale Lernrate kann im Verlauf des Trainings durchaus stark variieren. Sie hängt damit vom aktuellen Parametersatz und somit auch von der aktuellen Umgebung der vieldimensionalen Fehlerfunktion F ab.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine eigens entwickelte adaptive Lernrate verwendet, die vom Benutzer nicht mehr als Hyperparameter festgelegt werden muss. Damit wird dem

Benutzer die Last abgenommen, eine sinnvolle Lernrate durch Versuch und Irrtum zu bestimmen, sodass es einen Hyperparameter weniger gibt, der optimiert werden muss. Die Adaption der Lernrate sorgt zudem generell für eine drastische Beschleunigung des Lernvorgangs, was durch Voruntersuchungen bestätigt werden konnte. Die Lernrate wird zu Beginn auf 1 gesetzt. Die minimale Lernrate beträgt 10^{-40} und die maximale Lernrate beträgt 10^{40}. Jedes mal, wenn gegeben den aktuellen Parametersatz die aktuelle Lernrate zu einer Erhöhung des Fehlers führen würde, so wird die Anpassung der Parameter rückgängig gemacht und die Lernrate durch 3 geteilt. Jedes mal, wenn die aktuelle Lernrate zehnmal in Folge verwendet werden konnte, um den Fehler zu senken, so wird die Lernrate um den Faktor 3 erhöht. Somit kann von Zeit zu Zeit sichergestellt werden, dass sich die Lernrate nahe der maximalen Lernrate befindet, die den Fehler gerade noch reduziert. Generell ist in der Nähe dieser Lernrate eine größere Reduktion des Fehlers zu erwarten als bei übermäßig kleinen Lernraten. Die exponentielle Erhöhung der Lernrate sorgt insbesondere in flachen Regionen der Fehlerfunktion zu einer erheblichen Beschleunigung des Trainings.

Die Zahl 3 als Lernratenfaktor wurde subjektiv festgelegt und konnte in Voruntersuchungen als zielführend bestätigt werden, wobei keine exzessive Optimierung des Lernratenfaktors durchgeführt wurde. Der Lernratenfaktor sollte keineswegs sehr gering gewählt werden (z.B. 1,1). Der Gedanke, die Lernrate möglichst nah an das noch mögliche Maximum heranzuführen, welches gerade noch eine Reduktion des Fehlers bewirkt, ist aus eben diesem Grund nicht zielführend. Dies wird auch in Abbildung 7 auf Seite 21 ersichtlich. Außerdem wäre die Erhöhung der Lernrate in Momenten, wo diese wichtig wäre, möglicherweise nicht groß genug. Die optimale Lernrate liegt daher irgendwo in der Nähe der maximalen Lernrate, die den Fehler noch reduziert, wobei noch ein gewisser Abstand nötig ist, welcher durch die recht groben Lernratenschritte bedingt durch den Lernratenfaktor von 3 sichergestellt ist. Um nicht zufällig sehr nah an die maximale Lernrate heranzukommen, welche den Fehler gerade noch minimal reduziert, wird die Lernrate zusätzlich mit einem zufällig bestimmten Faktor zwischen $1{,}75^{-1}$ und 1,75 multipliziert. Diese Randomisierung hilft in diesem Fall dadurch, dass es sehr wahrscheinlich wird, dass die Lernrate auf die nächst kleinere Stufe reduziert wird oder dass schlichtweg die Lernrate kleiner wird und somit in diesem Fall besser hilft. Ein weiterer Grund für die Randomisierung der Lernrate ist der, dass die optimale Lernrate nicht bekannt ist und durch die Randomisierung „Glückstreffer“ möglich sind. Der Wertebereich des Zufallsfaktors ist so gewählt, dass sich die möglichen Lernraten der aktuellen Lernratenstufe mit den möglichen Lernraten der beiden benachbarten Lernratenstufen kaum überdecken.

Eine alternative Klasse von Ansätzen zum Finden einer geeigneten Lernrate wird als „Line Search“ bezeichnet [20] (Deutsch: Liniensuche). Ein solcher Ansatz wird im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet, da hier für jede getestete Lernrate eine Evaluation des Fehlermaßes F gemäß Gleichung (5) auf Seite 19 nötig wäre, was mit dem vorgestellten Verfahren vermieden werden kann.

Theoretisch sollte d in der Gleichung (9) auf Seite 20 so klein wie möglich gewählt werden, da für ein lokales Optimierungsverfahren die direkte Umgebung der Fehlerfunktion F um den ursprünglichen Parametersatz von Interesse ist. Für den theoretischen und somit rein analytischen Fall kann d infinitesimal klein gewählt werden. Die bisher vorgestellte Form des Gradientenabstiegsverfahrens entspricht der rein numerischen Variante. Schaut man sich Gleichung (9) an, so fällt auf, dass diese Gleichung die Form eines Differenzenquotienten annimmt. Wird d beliebig klein, so geht damit Gleichung (9) in eine Ableitung über, da dies die Definition der Ableitung ist. Dies ist in Gleichung (11) angegeben:

$$\lim_{d \to 0} \Delta F(p_{\text{alt}}) = \lim_{d \to 0} \frac{F(p_{\text{alt}} + d) - F(p_{\text{alt}} - d)}{2 \cdot d} = \frac{\partial F}{\partial p}(p_{\text{alt}}) \tag{11}$$

$$p_{\text{neu}} = p_{\text{alt}} - l \cdot \frac{\partial F}{\partial p}(p_{\text{alt}}) \tag{12}$$

p_{alt} in Gleichung (11) und (12) ist der aktuelle Wert des betrachteten Parameters. Gleichung (12) ist die analytische Variante der Gleichung (10). Man kann Gleichung (12) wiederum vektoriell formulieren, indem man den spezifischen Parameter p durch einen Vektor ersetzt, der alle Parameter des Modells enthält. Die partielle Ableitung nach einem Parameter wird damit zum Gradienten der Fehlerfunktion an der Stelle des aktuellen Parametersatzes. Dies ist in Gleichung (13) zusammengefasst:

$$\vec{p}_{\text{neu}} = \vec{p}_{\text{alt}} - l \cdot \nabla F(\vec{p}_{\text{alt}}) \tag{13}$$

Anhand Gleichung (13) wird ersichtlich, dass dieses Verfahren während der Optimierung dem Gradienten rückwärts folgt, wovon sich der Name dieses Verfahrens ableitet.

Ein Problem des Gradientenabstiegsverfahrens und lokaler Optimierungsverfahren generell besteht darin, dass das Verfahren lokale Fehlerminima erreicht. Dies wird auch in der Abbildung 7 auf Seite 21 veranschaulicht. Folglich kann nach Abschluss des Verfahrens nicht gesagt werden, ob das erreichte Fehlerminimum tatsächlich dem globalen Fehlerminimum entspricht. In Abbildung 7 müsste nach Erreichen des lokalen Minimums der Parameter weiter gesenkt werden, wodurch der Fehler zunächst zunehmen würde bevor er wieder fällt. Die Behandlung lokaler Fehlerminima wird in Kapitel 3.5 weiter diskutiert.

Ein weiteres Problem des Gradientenabstiegsverfahrens, wenn dieses direkt so angewendet wird, wie in diesem Kapitel beschrieben, betrifft die benötigte Rechenleistung. Um den Gradienten des Fehlers numerisch zu bestimmen, sind gemäß Gleichung (9) auf Seite 20 für jeden Parameter zwei Variationen des Parameters und zwei Evaluationen des Fehlermaßes F notwendig. Um das Fehlermaß F berechnen zu können, muss gemäß Gleichung (5) auf Seite 19 wiederum das Ausgangssignal a_{ist} berechnet werden, welches sich ebenfalls für jede Parametervariation unterscheidet. Damit sind für jeden Parameter zwei komplette Berechnungen des Modellausgangs

notwendig. All diese Berechnungen sind jeweils für einen einzigen Schritt des Verfahrens notwendig. An dieser Stelle kann man bereits erahnen, dass dieses Verfahren in dieser Form bei einer hinreichend großen Anzahl an Parametern, einem hinreichend langen Eingangssignal und einer hinreichend komplexen Modellstruktur kaum praktikabel ist. Zur Lösung dieses Problems wird das „Backpropagation Through Time“ Verfahren [16] in Kapitel 3.4 angewendet.

3.4. Modifiziertes Backpropagation Through Time Verfahren

Die allgemeine Form des Gradientenabstiegsverfahrens, wie es in Kapitel 3.3 beschrieben wurde, hat den Vorteil, dass das Verfahren allgemeingültig zur Lösung einer breiten Reihe von Problemen verwendet werden kann. Es wäre sogar denkbar, damit ein Modell anzupassen, dessen innerer Aufbau unbekannt ist, solange die Parameter zugänglich sind und der Ausgang berechnet werden kann.

Nachteilig ist die in diesem konkreten Anwendungsfall sehr hohe Rechenleistung, die bei der direkten Anwendung des Gradientenabstiegsverfahrens notwendig ist. Durch Ausnutzung der Kenntnis der Modellstruktur kann die Berechnung des Fehlergradienten jedoch drastisch beschleunigt werden. Hier setzt das sogenannte „Backpropagation Through Time“ Verfahren an (Deutsch: Rückwärtsausbreitung des Fehlers durch die Zeit) [16]. Alle Ausführungen zum ursprünglichen Backpropagation Through Time Verfahren sind den Quellen [16] und [17] entnommen.

Das Backpropagation Through Time Verfahren ist wiederum eine Erweiterung des Backpropagation Verfahrens für Neuronale Netze, die zusätzlich Verzögerungseinheiten beinhalten. Die Grundidee des Backpropagation Verfahrens besteht darin, den Gradienten des Fehlers analytisch zu bestimmen und dabei möglichst viele Zwischenergebnisse wiederzuverwenden. Die mögliche Wiederverwendung der Zwischenergebnisse ist eine Folge der Kettenregel bei der Differentiation von Funktionen. Bei näherer Betrachtung stellt sich heraus, dass die Zwischenergebnisse, die zurückgerechnet werden, als zurückgerechnete Fehlerwerte interpretiert werden können. Die Beschreibung in diesem Absatz ist bewusst recht allgemein gefasst. Auf eine genaue Herleitung des Verfahrens wird an dieser Stelle verzichtet. Der interessierte Leser kann die Herleitung aus [16] entnehmen. Stattdessen wird ohne Herleitung beschrieben, wie das Verfahren angewendet wird, wobei die Anwendung des Verfahrens intuitiv erkennen lassen sollte, wieso dieses zielführend ist.

Zunächst wird für den aktuellen Parametersatz das Ausgangsfehlersignal f gemäß Gleichung (4) auf Seite 19 berechnet. Anschließend wird ein konkreter Zeitpunkt des Ausgangsfehlers $f(k)$ betrachtet. Dieser Ausgangsfehler $f(k)$ breitet sich rückwärts durch das Netzwerk bis zum Eingang des Modells aus. Diese Rückwärtsausbreitung geschieht dabei nach folgenden Regeln:

- Bei einer skalaren Multiplikation mit einem Parameter oder einer Konstanten wird der Fehler mit dem Parameter oder der Konstanten multipliziert und weitergeführt. Diese Regel wird in Abbildung 8 illustriert. Dies ist so einfach möglich, da an dieser Stelle ebenfalls die Grundannahme gilt, dass sich die Parameter nur geringfügig ändern. Siehe diesbezüglich entsprechende Diskussion zur Lernrate im Kapitel 3.3 zur Frage, was als „geringfügig" verstanden wird.
- Bei einer Addition wird der Fehlerwert auf alle eingehenden Zweige der Additionseinheit kopiert und rückwärts entlang aller Zweige weitergeführt.
- Bei einer Verzweigung werden alle ausgehenden Fehlerwerte addiert, auf den eingehenden Pfad der Verzweigung kopiert und entlang dieses Pfades rückwärts weitergeführt.
- Bei einer nichtlinearen Funktion wird der ausgehende Fehlerwert mit dem Wert der Ableitung der Funktion an der Stelle des zur Zeit anliegenden Eingangswertes multipliziert. Der multiplizierte Fehlerwert wird auf den Eingangspfad der nichtlinearen Funktion kopiert und rückwärts weitergeführt. Dies ist an dieser Stelle so einfach möglich, da eine Linearisierung der nichtlinearen Funktion an der Stelle des zur Zeit anliegenden Eingangswertes vorgenommen wird. Diese Linearisierung ist dann gültig, wenn sich der Eingangswert durch die nachfolgende Anpassung der Parameter nur geringfügig ändert. Siehe diesbezüglich entsprechende Diskussion zur Lernrate im Kapitel 3.3 zur Frage, was als „geringfügig" verstanden wird.

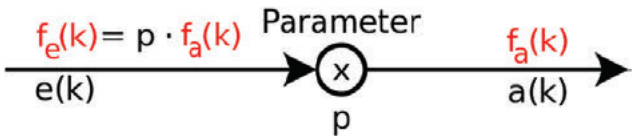

Abb. 8: Rückwärtsausbreitung des Fehlers $f_a(k)$ bei Multiplikation mit einem Parameter. Signale und Parameter sind in schwarz eingezeichnet und Fehler sind in rot eingezeichnet.

Nach Anwendung dieser Regeln sollten an allen Stellen eines Neuronalen Netzes ohne Verzögerungseinheiten der Signalwert und der Fehlerwert bekannt sein. Parameter in einem Neuronalen Netz und auch in der gewählten Klasse von Modellen kommen ausschließlich in Form von skalaren Multiplikationen vor, wie es in Abbildung 8 dargestellt ist. Die partielle Ableitung des Fehlerwertes $f(k)$ am Ausgang des Modells nach einem bestimmten Parameter p ergibt sich dann durch die Berechnungsvorschrift in Gleichung (14):

$$\frac{\partial f(k)}{\partial p} = e(k) \cdot f_a(k) \tag{14}$$

In Gleichung (14) entspricht $e(k)$ dem Eingangswert der Multiplikationseinheit zum Zeitpunkt k und $f_a(k)$ dem Fehlerwert am Ausgang der Multiplikationseinheit zum Zeitpunkt k (nicht zu verwechseln mit $f(k)$, dem Fehler am Ausgang des Modells). Interessant ist hier, dass die Ableitung nach dem Parameter p und damit die Anpassung des Parameters p überhaupt nicht mit dem aktuellen Wert dieses Parameters p zusammenhängt. Diese Tatsache und auch die Gleichung (14) können durch nähere Betrachtung plausibel gemacht werden. Ziel ist es, den Parameter p so anzupassen, dass der Fehler $f_a(k)$ am Ausgang der Multiplikationseinheit abnimmt, wodurch auch der Gesamtfehler $f(k)$ abnimmt. Je größer nun der Eingangswert $e(k)$ ist, desto mehr wird sich eine Änderung des Parameters p unabhängig vom aktuellen Wert des Parameters p auswirken. Außerdem gilt, je größer der Fehler $f_a(k)$ ist, desto mehr wird sich eine Anpassung dieses Parameters p auf den Gesamtfehler $f(k)$ auswirken. Anders formuliert, je größer der Ausgangsfehler $f_a(k)$ ist, desto mehr „lohnt“ sich eine Anpassung des Parameters p. Auf diese Art und Weise wird sichergestellt, dass Parameter, die einen größeren Einfluss auf den Gesamtfehler $f(k)$ haben, auch stärker angepasst werden. Man nehme als Beispiel an, dass der Ausgangsfehler $f_a(k)$ bereits 0 ist. In diesem Fall ist intuitiv ersichtlich, dass der Parameter nicht angepasst werden sollte. Als zweites Beispiel nehme man an, dass der Ausgangsfehler $f_a(k)$ negativ und der Eingangswert $e(k)$ positiv ist. In diesem Fall müsste der Parameter p erhöht werden, um den Ausgangsfehler $f_a(k)$ zu reduzieren.

Die Gleichung (14) auf Seite 25 muss auf alle relevanten Zeitpunkte k angewendet werden. Interessant ist, dass sich die Änderung eines Parameters zu unterschiedlichen Zeitpunkten anders auf den Ausgangsfehlerwert $f(k)$ auswirken kann. Es ist intuitiv ersichtlich, dass eine Optimierung durchgeführt werden sollte, die nicht nur zu einem Zeitpunkt eine starke Reduktion des Ausgangsfehlerwertes $f(k)$ bewirkt, sondern die insgesamt für die meisten Zeitpunkte eine Reduktion des Ausgangsfehlers bewirkt. Aus diesem Grund werden die partiellen Ableitungen nach einem Parameter für alle relevanten Zeitpunkte summiert, was in Gleichung (15) festgehalten wird:

$$\frac{\partial F(p)}{\partial p} = \sum_{k=V+1}^{N} \frac{\partial f(k)}{\partial p} \tag{15}$$

Bisher wurde nicht erwähnt, wie die Verzögerungseinheiten in den Filtern bei der Rückwärtsausbreitung des Fehlers behandelt werden sollen. An dieser Stelle setzt das Backpropagation Through Time Verfahren an. Es wird eine sogenannte zeitliche Entfaltung des Modells durchgeführt, was in [17] beschrieben wird. Die Formulierung der zeitlichen Entfaltung des Modells wird in [16] zwar so nicht gewählt, konzeptionell ist diese Beschreibung mit den dort angegeben Formeln aber gleich. Die Entfaltung des Modells geschieht, indem der Teil des Modells, der vor einer Verzögerungseinheit ist, komplett kopiert wird, wobei die zeitlichen Indizes der Signalwerte in dem kopierten Teil des Modells entsprechend um eins nach unten angepasst werden. Der kopierte Teil des Modells ersetzt anschließend die zugehörige Verzögerungseinheit. Werden alle

Verzögerungseinheiten wie hier beschrieben ersetzt, so ergibt sich ein äquivalentes Modell, für welches das Backpropagation Verfahren wieder in derselben Form, wie zuvor beschrieben, angewendet werden kann. Das äquivalente Modell enthält manche Parameter mehrfach. Diese mehrfach vorhandenen Parameter werden als gekoppelte Parameter bezeichnet. Bei der Anpassung der Parameter muss beachtet werden, dass eine Anpassung eines gekoppelten Parameters in derselben Weise auch bei den gekoppelten Parametern vorgenommen wird, da es sonst gekoppelte Parameter mit verschiedenen Werten gäbe.

Die Entfaltung wird nun beispielhaft für ein Modell durchgeführt, wie es in Abbildung 4 auf Seite 13 gezeigt wird. Hierfür wird ein Taylorpolynom zweiten Grades ohne Konstante verwendet. Die Filter enthalten jeweils nur eine einzige Verzögerungseinheit. Das detaillierte Modell ist in Abbildung 9 dargestellt.

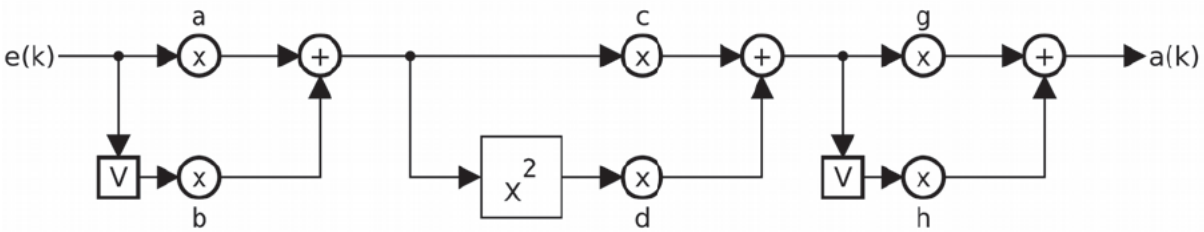

Abb. 9: FTF Modell nach Abbildung 4 mit Filtern der Länge zwei und einem Taylorpolynom zweiter Ordnung. *a*, *b*, *c*, *d*, *g* und *h* sind Parameter. *e(k)* ist der Eingangswert und *a(k)* ist der Ausgangswert. Die Blöcke *V* sind Verzögerungseinheiten, die den aktuellen Eingangswert halten und beim nächsten Zeitschritt (*k* + 1) ausgeben.

Das Modell in Abbildung 9 wird nun zeitlich entfaltet. Das äquivalente Modell wird in Abbildung 10 zwei mal für zwei aufeinander folgende Ausgangswerte dargestellt. Zusätzlich werden Fehlerwerte in roten Buchstaben symbolisiert.

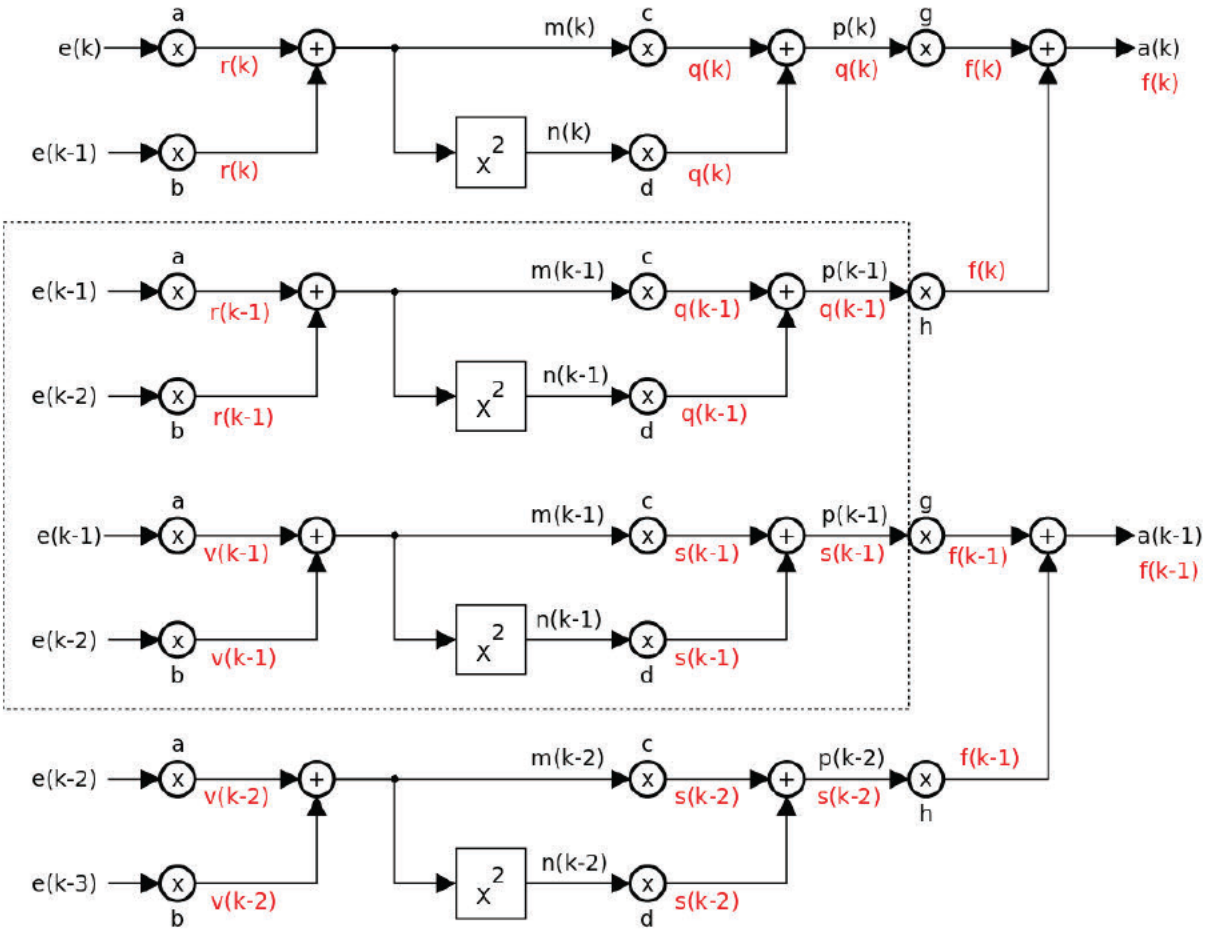

Abb. 10: Zeitliche Entfaltung des Modells in Abbildung 9 für zwei aufeinander folgende Ausgangswerte *a*(*k*) und *a*(*k*-1). Die Größen *e* sind die Eingangswerte zu verschiedenen Zeitpunkten. Die Größen *a*, *b*, *c*, *d*, *g* sowie *h* sind Parameter. Andere Größen in schwarz sind weitere Signalwerte. Die Größen in rot stellen Fehlerwerte dar.

Betrachtet man in Abbildung 10 zunächst nur den ersten Graphen zum Ausgangswert *a*(*k*), so kann man erkennen, dass das äquivalente Modell eine direkte Beziehung des Ausgangswertes zu einer Reihe vergangener Eingangswerte herstellt. Wie viele Eingangswerte zur Berechnung eines Ausgangswertes benötigt werden, hängt hierbei von der Gesamtverzögerung des Modells ab, dass durch die Verwendung der beteiligten Filter möglich ist. Da in dem ursprünglichen Modell, wie in Abbildung 9 dargestellt, zwei Verzögerungseinheiten in Serie vorhanden sind, werden zwei weitere vergangene Eingangswerte zur Berechnung des aktuellen Ausgangswertes benötigt. Man bedenke, dass hierfür die vergangenen Eingangswerte existieren müssen. Aus diesem Grund werden nur Ausgangswerte betrachtet, für die das gilt. An dieser Stelle wird rückwirkend ersichtlich, wieso einige der Ausgangswerte nicht betrachtet werden. Dies wurde zwar bereits in Kapitel 3.3 erwähnt, wird an dieser Stelle aber deutlicher.

Die Ersetzung des ersten Filters ist trivial. Eine Erhöhung der Filterlänge des ersten Filters würde die Struktur des äquivalenten Modells nicht nennenswert ändern. Die Ersetzung des zweiten Filters hingegen macht aus dem ursprünglichen Modell, welches eine rein serielle Kaskade von Einheiten ist, zu einer baumartigen Struktur, wobei die Anzahl der zusätzlichen Zweige gleich der Anzahl der Verzögerungseinheiten des

zweiten Filters ist. Das äquivalente Modell kann strukturell daher deutlich umfangreicher werden, wenn die Filterlänge des zweiten Filters zunimmt, was sich wiederum negativ auf die benötigte Rechenzeit auswirkt. Beide Probleme werden verschärft, wenn weitere Filter in Serie dazukommen, wie beispielsweise in einem FTFTF Modell in Abbildung 6 auf Seite 14. Hier würde eine zeitliche Entfaltung des dritten Filters wiederum eine ganze Reihe weiterer Filter der zweiten Ebene erzeugen, welche wiederum entfaltet werden müssen. Man kann daran erkennen, dass die Anzahl der Schichten der baumartigen Struktur des äquivalenten Modells gleich der Anzahl der Filter in Serie ist. Die strukturelle Komplexität des äquivalenten Modells steigt daher überproportional mit der Anzahl der Filter in Serie, was grundsätzlich keine gute Eigenschaft ist, da dies den Rechenaufwand für jedes weitere Filter in Serie vervielfacht.

Betrachtet man die beiden umrandeten mittleren Teilbäume in Abbildung 10, so fällt auf, dass diese Teilbäume bis auf die Fehlerwerte exakt identisch sind. Dies bedeutet, dass bei der ursprünglichen Methode des Backpropagation Through Time Verfahrens für dieses Modell bei der Berechnung eine Redundanz vorhanden ist, da hier die Signalwerte der beiden Teilbäume zweimal berechnet werden. Dies wird nur dann ersichtlich, wenn verschiedene Ausgangswerte betrachtet werden. Würde die Berechnung des Fehlergradienten nur für einen einzigen Ausgangswert vorgenommen werden, so wäre hier keine Redundanz vorhanden. Die Redundanz in der Berechnung würde außerdem deutlich zunehmen, wenn die Filterlänge des zweiten Filters zunimmt. Die Redundanzen nehmen nochmals zu, wenn mehr Filter in Serie verwendet werden.

An dieser Stelle könnte eine Idee der Effizienzsteigerung darin bestehen, die gleichen Teilbäume zu identifizieren und deren Werte nach einmaliger Berechnung zwischenzuspeichern. Die Effizienz des Verfahrens kann darüber hinaus noch weiter gesteigert werden, indem das weitere Vorgehen des Verfahrens mit einbezogen wird. Hierfür soll am Beispiel der Abbildung 10 die Berechnung der partiellen Ableitung des Gesamtfehlers für die beiden Fehlerwerte $a(k)$ und $a(k\text{-}1)$ nach dem Parameter c durchgeführt werden:

$$\frac{\partial F}{\partial c} = \frac{\partial f(k)}{\partial c} + \frac{\partial f(k-1)}{\partial c} \tag{16}$$

In Gleichung (16) wird angenommen, dass die beiden Ausgangswerte $a(k)$ und $a(k\text{-}1)$ die einzigen Ausgangswerte von Interesse sind. Gleichung (14) eingesetzt in Gleichung (16) ergibt:

$$\frac{\partial F}{\partial c} = m(k)\cdot q(k) + m(k-1)\cdot q(k-1) + m(k-1)\cdot s(k-1) + m(k-2)\cdot s(k-2) \tag{17}$$

In Gleichung (17) werden die beiden Terme mit $m(k)$ und $m(k\text{-}2)$ isoliert, die nicht mit den identischen Teilbäumen assoziiert sind:

$$\Delta F_{\text{rest}} = m(k)\cdot q(k) + m(k-2)\cdot s(k-2) \tag{18}$$

Gleichung (18) eingesetzt in Gleichung (17) ergibt:

$$\frac{\partial F}{\partial c} = \Delta F_{\text{rest}} + m(k-1)\cdot q(k-1) + m(k-1)\cdot s(k-1) = \Delta F_{\text{rest}} + m(k-1)\cdot(q(k-1) + s(k-1)) \tag{19}$$

Durch die Umformung in Gleichung (19) wird ersichtlich, dass es für das Ergebnis keinen Unterschied macht, ob die Fehlerwerte $q(k\text{-}1)$ und $s(k\text{-}1)$ zunächst mit dem Eingangswert $m(k\text{-}1)$ multipliziert und dann addiert werden oder ob die Fehlerwerte zuerst addiert werden. Dies gilt in derselben Form für alle weiteren Parameter identischer Teilbäume. Die Umformung in Gleichung (19) scheint im ersten Moment möglicherweise keinen großen Unterschied zu machen, hat aber entscheidende Implikationen für die Effizienzsteigerung des Verfahrens. So können an einer Stelle des Modells alle Fehlerwerte desselben Zeitpunktes summiert werden, bevor der summierte Fehlerwert weiter rückwärts durch das Modell ausgebreitet wird. Damit werden alle zuvor beschriebenen Probleme auf sehr elegante Art und Weise gelöst. Es wird gewissermaßen eine Änderung der Sichtweise vorgenommen. Anstatt die Sichtweise von Eingangs-Ausgangs-Paaren, wie bei Neuronalen Netzen üblich, anzunehmen, wird die Sichtweise der Signale bevorzugt.

Die Rückwärtsausbreitung des Fehlers geschieht daher in Form von Signalen. Dazu werden die Fehlersignale zwischen den Einheiten des Modells (Filter oder Taylorpolynome) bestimmt, wobei die Fehlersignale von hinten nach vorne berechnet werden müssen. Um das Fehlersignal am Eingang einer Einheit zu bestimmen, muss zuvor das Fehlersignal am Ausgang derselben Einheit bekannt sein. Zu Beginn kann aber nur das Fehlersignal am Ausgang des Modells berechnet werden, sodass mit der letzten Einheit begonnen werden muss.

Die Sichtweise der Signale führt bei der Implementierung in Octave [18] zu einer weiteren deutlichen Effizienzsteigerung, da die Signale vektoriell definiert werden und eine vektorielle Beschreibung gegenüber einer Schleife in dieser Software bekanntermaßen viel effizienter ist.

Die Berechnung des Fehlersignals am Eingang eines Taylorpolynoms geschieht exakt so, wie durch das Backpropagation Verfahren in diesem Kapitel beschrieben, da es hier keine Verzögerungseinheiten gibt. Der Fehlerwert am Eingang ist lediglich vom Fehlerwert am Ausgang zum selben Zeitpunkt abhängig. Das ist für das Fehlersignal am Eingang eines Filters anders.

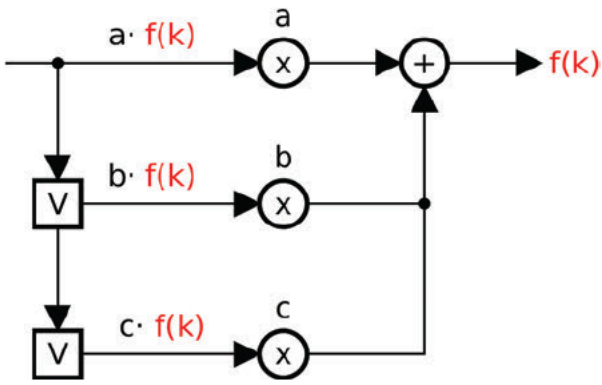

Abb. 11: FIR Filter der Länge drei. Rote Größen stehen für Fehlerwerte.

Zur Veranschaulichung, wie das Fehlersignal am Eingang eines Filters berechnet wird, können hier die Abbildungen 11 und 12 helfen. Das äquivalente Modell in Abbildung 12 kann aus dem Filter der Länge drei in Abbildung 11 durch rein formale Anwendung der zeitlichen Entfaltung für drei aufeinander folgende Zeitpunkte gewonnen werden. Nach der Entfaltung werden alle Teilbäume, die in den Graphen jedes Zeitpunktes identisch sind, vereinigt, wobei der Fehlerwert des vereinigten Teilbaumes wie oben beschrieben durch Summation der Fehlerwerte der Teilbäume berechnet wird. Alle anderen Teilbäume werden ignoriert. Abschließend werden die Indizes durch zeitliche Verschiebung so angepasst, dass der Eingangsfehlerwert g den Index k erhält. Wie man in Abbildung 12 erkennen kann, ist der Eingangsfehlerwert $g(k)$ eine Linearkombination der zukünftigen Ausgangsfehlerwerte f. Die Anzahl der Ausgangsfehlerwerte, die zur Berechnung eines Eingangsfehlerwertes $g(k)$ benötigt werden, entspricht ganz allgemein der Länge des Filters. Die notwendige Operation scheint einer Filteroperation sehr ähnlich zu sein. Tatsächlich kann das komplette Eingangsfehlersignal $g(k)$ berechnet werden, indem das Filter zeitlich invertiert und mit dem Ausgangsfehlersignal $f(k)$ gefaltet wird. Da durch die Faltung das Eingangsfehlersignal $g(k)$ länger wird, müssen die ersten überzähligen Werte des Eingangsfehlersignals $g(k)$ verworfen werden.

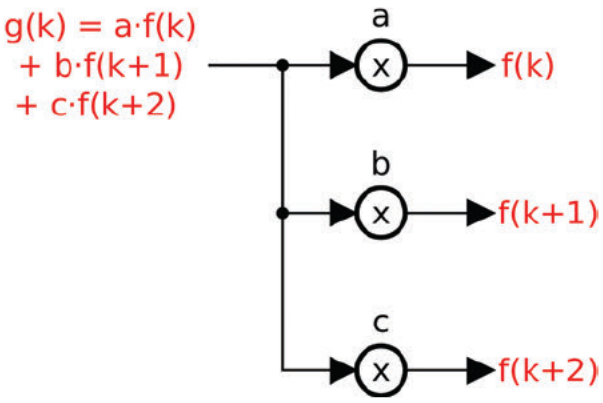

Abb. 12: Äquivalentes Modell des Filters in Abbildung 11 nach zeitlicher Entfaltung dreier aufeinander folgender Zeitpunkte. Nicht relevante Teile des äquivalenten Modells sind ausgeblendet.

Die Berechnung des Eingangsfehlersignals eines Filters durch eine Faltung auszudrücken, ist nicht nur elegant, es hilft vor allem auch, die Effizienz des Verfahrens weiter zu steigern. Bei genügend langen Filtern und/oder Signalen machen die Filteroperationen sowohl vorwärts für die Signale als auch rückwärts für die Fehler den größten Teil des Verfahrens aus. Diese Filteroperationen können durch die Anwendung der schnellen Faltung auf Basis der schnellen Fouriertransformation beschleunigt werden. Hierfür werden die Faltungen im Frequenzbereich durchgeführt. Im Programm wird vor Beginn des Trainings daher ein Test durchgeführt, der anzeigt, ob die Anwendung der schnellen Faltung gegenüber der konventionellen Faltung im Zeitbereich zu bevorzugen ist.

Der Programmcode wurde ausführlich getestet, indem eine Reihe digitaler Systeme vorgegeben wurde, die jeweils durch ein Modell mit gleicher Struktur nachgebildet werden sollten. Die getesteten digitalen Systeme wurden subjektiv festgelegt, wobei für die Filter jeweils eine Serie von Glockenkurvenfiltern verwendet wurde. Es gab Testfälle, bei denen die Filter der vorgegeben Systeme in FIR Filter umgewandelt wurden, damit das Modell die Chance einer perfekten Nachbildung bekommt. In

anderen Testfällen blieben die Filter der vorgegeben Systeme IIR Filter. Bei den Polynomen wurde darauf geachtet, dass der lineare Koeffizient mindestens zehnmal größer als der zweitgrößte Koeffizient ist und dass die Koeffizienten mit zunehmender Ordnung tendenziell kleiner werden, um ein schwach nichtlineares System zu simulieren. Das Schema der Bezeichnung der getesteten Strukturen ist folgendermaßen: „F“ steht für Filter, „T“ steht für Taylorpolynom und „2x“ steht für ein paralleles Modell mit zwei parallelen Zweigen. Die Reihenfolge der Einheiten eines Modells sind in der Reihenfolge der Bezeichnung von links nach rechts. Die Strukturen der getesteten Systeme sind folgende: F, T, FT, TF, FTF, 2xFTF, 3xFTF, FTFTF

Unter Hinzunahme der Behandlung lokaler Fehlerminima, welche im Kapitel 3.5 erklärt wird, konnten alle vorgegebenen Systeme erfolgreich modelliert werden. Dabei konnte der relative Fehler F_{dB} gemäß Gleichung (8) auf Seite 20 bei Systemen mit FIR Filtern beliebig reduziert werden, wobei das Training bei relativen Fehlerwerten zwischen -60 dB und -100 dB gestoppt wurde. Bei Systemen mit IIR Filtern wurde prinzipbedingt (Nachbildung von IIR Filtern mit FIR Filtern) ein bestimmter relativer Fehlerwert erreicht, wobei der minimale Fehlerwert von der Länge der FIR Filter im Modell abhing.

3.5. Behandlung lokaler Fehlerminima

Das Gradientenabstiegsverfahren hat als lokales Optimierungsverfahren das generelle Problem, dass es lediglich lokale Fehlerminima finden kann. Nach Abschluss des Verfahrens ist daher nicht bekannt, ob das gefundene lokale Fehlerminimum dem globalen Fehlerminimum entspricht. Dies wird in Abbildung 7 auf Seite 21 veranschaulicht. Selbst wenn bekannt wäre, dass es noch eine bessere Konstellation von Parametern gäbe, so wäre es wünschenswert, stattdessen die bessere Parameterkonstellation zu finden.

Um dieses Problem zu lösen, besteht ein klassischer Ansatz darin, das Verfahren für das gleiche Modell mehrmals hintereinander mit unterschiedlicher Initialisierung zu starten. Dabei werden möglicherweise unterschiedliche lokale Fehlerminima gefunden, wobei das Modell mit den besten Ergebnissen gewählt werden kann. Dieses Vorgehen ist bei der gewählten Klasse von Modellen ebenfalls anwendbar. Hierbei könnte es sogar hilfreich sein, entgegen der Ausführung in Kapitel 3.3, zusätzlich mit rein zufälliger Initialisierung zu starten. Stattdessen wurde eine andere Methode gewählt, die zielführender erscheint.

In diesem Anwendungsfall besteht eine Schwierigkeit darin, dass Lautsprecher schwach nichtlineare Systeme sind, bei denen das lineare Übertragungsverhalten dominiert. Folglich wird der Trainingsalgorithmus im Zweifelsfall mehr Wert darauf legen, dass das lineare Übertragungsverhalten des Lautsprechers richtig abgebildet wird, als dass das nichtlineare Übertragungsverhalten richtig abgebildet wird. Sind die Filter so

eingestellt, dass der Frequenzgang des Modells passt, so kann es passieren, dass eine spezifische Spitze oder ein spezifisches Tal im Frequenzgang eines Filters in einem anderen Filter zu besseren Ergebnissen führen würde. In diesem Fall kann es sein, dass der Trainingsalgorithmus für den Transfer dieser Spitze oder des Tals das Fehlermaß zunächst erhöhen müsste, bevor es wieder fallen kann. Anders ausgedrückt, das Modell befindet sich bereits nahe eines lokalen Fehlerminimums, das nicht dem globalen Fehlerminimum entspricht. Dieses Problem scheint bei FTF Modellen, wie es in Abbildung 4 auf Seite 13 dargestellt ist, weniger problematisch zu sein. Es scheint, dass hier der direkte spektrale Transfer noch möglich ist. Insbesondere bei Modellen mit mehr als vier Elementen in Reihe, wie zum Beispiel einem FTFTF Modell in Abbildung 6 auf Seite 14, scheinen lokale Fehlerminima häufig aufzutreten. Es scheint, als ob die einzelnen Filter für einen spektralen Transfer zu weit entfernt sein könnten.

Um dieses Problem zu beheben, werden lokale Fehlerminima zunächst erkannt und anschließend umgangen. Die Erkennung erfolgt anhand einer Überprüfung, die alle 50 Anpassungen des Modells stattfindet. Verringert sich der relative Fehler F_{dB} gemäß Gleichung (8) auf Seite 20 in diesem Zeitraum um weniger als 0,001 dB, so wird angenommen, dass das Modell einem lokalen Fehlerminimum sehr nah ist. Der Grund für diese Annahme besteht darin, dass der Lernfortschritt in der Nähe lokaler Fehlerminima stark abflacht und sich asymptotisch an einen bestimmten Fehlerwert annähert. Der gewählte Schwellenwert wurde nach Voruntersuchungen und nach ersten Praxisversuchen, jedoch vor der Implementierung der Behandlung lokaler Minima, empirisch festgelegt. Der Schwellenwert wurde so gewählt, dass eine Erkennung eines lokalen Minimums gemäß der zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Daten nicht erfolgt, wenn es sich auch nicht um ein solches handelt. Jedoch führt dieser Schwellenwert dazu, dass ein tatsächliches lokales Minimum erst vergleichsweise spät erkannt wird. Neben diesem Kriterium wird ein lokales Minimum außerdem erkannt, sobald die Lernrate unter die minimale Lernrate fällt (siehe Kapitel 3.3).

Die Umgehung des lokalen Fehlerminimums geschieht, indem das Modell mit dem bisher geringsten Fehler zufällig variiert wird, wobei die Variation nicht zu gering und nicht zu stark ausfallen sollte. Die Idee dahinter besteht darin, dass insbesondere die Spektren der Filter zufällige Variationen erfahren, sodass eine spezifische Spitze oder ein spezifisches Tal im Frequenzgang eines Filters in ein anderes Filter transferiert werden kann. Durch das Training, das anschließend fortgesetzt wird, können die Filter eine unterschiedliche Konstellation annehmen, die zu demselben Frequenzgang führt. Diese neue Konstellation kann, muss aber nicht, besser sein, als zuvor. Im Grunde wird damit ein stochastisches Vorgehen mit dem bisherigen Vorgehen kombiniert.

Je mehr lokale Minima gefunden werden, die nicht mehr zu einer Reduktion des Fehlers führen, desto wahrscheinlicher ist es, dass das globale Fehlerminimum gefunden wurde. Die Entscheidung, wann das Training diesbezüglich abgebrochen wird, muss der

Benutzer auch in Hinsicht auf die Toleranz der Rechenzeit selbst treffen. Ein guter Anhaltspunkt sind zehn lokale Minima ohne weitere Verbesserung.

Bei der Zufallsvariation des Modells hat sich in Voruntersuchungen herausgestellt, dass eine einfache Addition von Rauschen auf die Filter nicht funktioniert. Der Grund hierfür besteht darin, dass das Rauschen im Frequenzbereich ebenfalls einem weißen Rauschen entspricht. Da der gleitende Mittelwert der Spektren allerdings unverändert bleibt, lernt der Algorithmus kurz nach Fortsetzung des Trainings, dieses Rauschen wieder zu entfernen, sodass das Modell wieder dasselbe wie vorher wird.

Die Zufallsvariation der Filter geschieht stattdessen direkt im Frequenzbereich. Es wird gewährleistet, dass das komplexe zweiseitige Spektrum mindestens 8192 Werte beinhaltet, damit eine genügend feine Einstellung der Spektren möglich ist. Dazu werden die Filter mit Nullen erweitert, wenn nötig. Die Phase der Filter bleibt komplett unverändert. Es werden lediglich die Betragsspektren variiert, wobei die Werte der Spektren vor der Modifikation in dB umgerechnet werden. Sehr starke Dämpfungen werden entfernt, indem Werte des Spektrums, die 60 dB geringer als der maximale Wert des Spektrums sind, auf -60 dB begrenzt werden. Anschließend wird dem Spektrum global ein zufälliger Wert zwischen -6 dB und +6 dB hinzugefügt, um die Gesamtverstärkung zu ändern. Damit soll erschwert werden, dass durch das Training die folgenden Detailvariationen lediglich beseitigt werden, um wieder das ursprüngliche Spektrum zu erhalten. Als nächstes wird mehrfach hintereinander ein weißes Rauschen erzeugt, welches mit einem Mittelwertfilter geglättet wird. Die Länge des Mittelwertfilters unterscheidet sich von Rauschen zu Rauschen. Das erste Rauschen wird mit einem Mittelwertfilter der halben Länge des Betragsspektrums gefiltert. Dieses Rauschen soll sehr grobe Variationen des Spektrums bewirken. Die Länge des Mittelwertfilters wird von Rauschen von Rauschen halbiert, sodass diese immer feinere Variationen des Spektrums bewirken, bis die Länge des Mittelwertfilters kleiner gleich 16 Abtastwerte ist. Bevor jedes dieser Rauschen auf das Spektrum addiert wird, wird es zuvor skaliert. Dies ist notwendig, da der Wertebereich des Spektrums stark variieren kann. Deshalb wird jedes Rauschen zunächst so skaliert, dass deren Effektivwerte, nach Abzug des Mittelwertes, gleich dem Effektivwert des Spektrums sind. Anschließend wird jedes Rauschen zusätzlich mit einem Zufallsfaktor skaliert, wobei der Zufallsfaktor für das Rauschen mit der gröbsten Variation zwischen 0,9 und 1,3 ist und für das Rauschen mit den feinsten Variationen zwischen 0,4 und 0,8. Als letztes wird das modifizierte Spektrum global so gedämpft, dass die Frequenz, bei der das ursprüngliche Spektrum ihr Maximum hat, im modifiziertem Spektrum nicht größer als im ursprünglichen Spektrum ist. Mit dieser letzten Anpassung soll es unwahrscheinlicher werden, dass ein möglicherweise folgendes Taylorpolynom durch die größte Potenz sehr große Ausgabewerte erzeugt. Das so modifizierte Spektrum wird dann wieder in ein Filter im Zeitbereich mit der ursprünglichen Länge überführt, wobei keine Fensterfunktion angewendet wird (Rechteckfenster). Ein Beispiel der beschriebenen Zufallsvariation eines Filters ist in Abbildung 13 dargestellt.

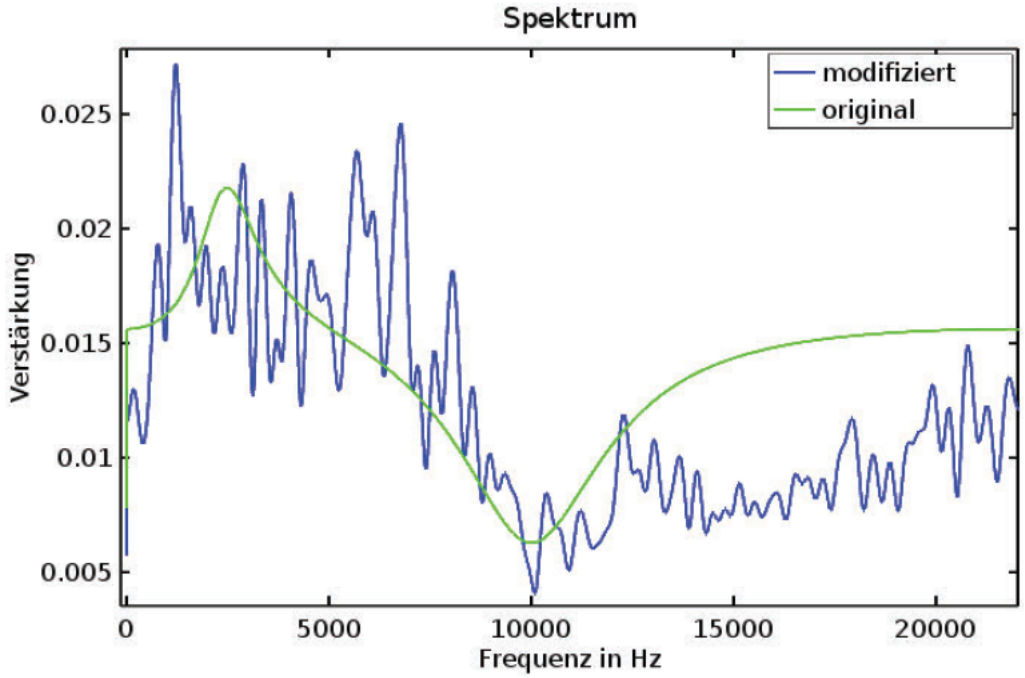

Abb. 13: Spektrum vor und nach einer beispielhaften Zufallsvariation eines Filters.

Die Taylorpolynome werden generell weniger stark verändert als die Filter. Hier werden die Koeffizienten direkt modifiziert. Aus den Koeffizienten wird ein Durchschnittswert berechnet, indem zuerst die Quadratwurzel der Beträge gezogen wird, anschließend das arithmetische Mittel berechnet wird und abschließend der entstehende Wert quadriert wird. Durch die anfängliche Quadratwurzel sollen Koeffizienten, die deutlich stärker ausgeprägt sind als der Rest, wie zum Beispiel der lineare Koeffizient, weniger stark gewichtet werden. Anschließend wird ein Faktor für jeden Koeffizienten berechnet, der zwischen -0,04 und -0,15 beziehungsweise zwischen 0,04 und 0,15 liegt. Der Durchschnittswert wird dann mit der Folge der Zufallsfaktoren multipliziert und diese Folge wird letztlich auf die Koeffizienten addiert.

Nach der Zufallsvariation des bisher besten Modells kann es passieren, dass eines der enthaltenen Taylorpolynome durch die größte Potenz sehr große Ausgabewerte erzeugt. Voruntersuchungen haben ergeben, dass es in diesem Fall passieren kann, dass das Training schon nach kurzer Zeit keine vorteilhaften Anpassungen mehr durchführen kann. Aus diesem Grund wird direkt nach der Zufallsvariation überprüft, ob der relative Fehler F_{dB} nach Gleichung (8) auf Seite 20 weniger als 12 dB beträgt. Ist dies nicht der Fall, so ist der Fehler mindestens viermal größer als das Ausgangssignal. In diesem Fall wird die Zufallsvariation wiederholt, bis ein geeignetes modifiziertes Modell ermittelt werden konnte.

In der Praxis hat sich diese Methode als effektiv erwiesen, um bessere lokale Minima zu finden. Insbesondere bei den Testdurchläufen, wo digitale Systeme vorgegeben wurden und durch Modelle gleicher Struktur nachgebildet werden sollten, konnten mit dieser Methode alle vorgegeben Systeme zufriedenstellend modelliert werden, was vorher nicht zwangsläufig der Fall war.

Man muss allerdings auch anmerken, dass durch die in diesem Kapitel beschriebene Methode theoretisch nicht gewährleistet ist, dass nach unendlich langem Training das globale Minimum gefunden wird. Der Grund hierfür besteht darin, dass keine sehr starke Variation des bisher besten Modells durchgeführt wird. Stellt man sich den Parametersatz des bisher besten Modells als Punkt in einem vieldimensionalen Raum vor, so entfernt man sich durch die Variation in diesem Raum nicht allzu weit vom aktuell besten Modell. Wenn das globale Minimum in diesem Raum sehr weit weg vom aktuell besten Parametersatz ist, so wird die in diesem Kapitel beschriebene Methode nicht helfen. Da mit dieser Methode aber immer noch bessere Ergebnisse erzielt werden als ohne diese Methode, wird sie dennoch verwendet. Anschließend kann zusätzlich durch eine Neuinitialisierung versucht werden, ein besseres Modell zu finden.

3.6. Anregungssignale

Das verwendete Anregungssignal hat entscheidenden Einfluss auf den Lernvorgang und darauf, ob das Modell nach dem Training tatsächlich in valider Weise den Lautsprecher abbildet. Grundsätzlich gilt, dass das Modell nach dem Training selbst bei optimaler Anpassung an die gemessene Lautsprecherantwort auf das Anregungssignal nur das reproduzieren kann, was zuvor auch gelernt wurde. Aus diesem Grund muss das Anregungssignal alle relevanten Frequenzen und Amplituden in verschiedenen Phasenwinkeln beinhalten. Jede Frequenz muss demnach auch eine nichtlineare Verzerrung erfahren.

Sind bestimmte Frequenzen nicht im Anregungssignal vorhanden, so wird das Modell auch keine valide Ausgabe für Signale liefern, die diese Frequenzen beinhalten. Aus diesem Grund sollte das Anregungssignal alle relevanten Frequenzen beinhalten. Es bietet sich hier an, eine untere Grenzfrequenz zu definieren, die noch modelliert werden soll. Es ist nicht unbedingt wichtig, dass diese untere Grenzfrequenz sehr tief liegt, etwa bei 20 Hz oder weniger, da die verwendeten FIR Filter grundsätzlich eine geringe relative Frequenzauflösung bei sehr tiefen Frequenzen haben. Die Praxis hat gezeigt, dass die Frequenzgänge der Modelle bei einer unteren Grenzfrequenz zwischen 67 und 80 Hz einen Abfall unterhalb der unteren Grenzfrequenz aufweisen. Die höchste im Anregungssignal vorhandene Frequenz sollte gemäß dem Theorem von Nyquist der halben Abtastrate entsprechen. Eine Ausnahme hierfür kann getroffen werden, wenn der Lautsprecher oberhalb einer gewissen Frequenz eine dermaßen starke Dämpfung aufweist, dass der Signal-Rausch-Abstand für diese Frequenzen zu gering wäre. Eine weitere Ausnahme könnte getroffen werden, wenn lediglich ein gewisses Frequenzband von Interesse ist, wie beispielsweise bei einem Mitteltöner in einem Lautsprecher, welcher noch einen Tieftöner und einen Hochtöner beinhaltet. Sind die höchsten Frequenzen, die durch die Abtastrate erfassbar sind, nicht im Anregungssignal vorhanden, so hat die Praxis gezeigt, dass der Frequenzgang für diese Frequenzen zufällig oszilliert. Im Zeitbereich bildet sich in den Filtern ein hochfrequentes Rauschen.

Dieses hochfrequente Rauschen kann nach dem Training durch manuelle Nachverarbeitung der Filter entfernt werden, wenn dies erwünscht ist.

Es ist nicht notwendig, dass das Anregungssignal eine konstante Energie über alle Frequenzen aufweist. In der Tat verhält es sich so, dass über die Energie, die das Anregungssignal für jede Frequenz enthält, die Frequenzen für das Training entsprechend gewichtet werden können. So wird eine Frequenz, die mehr Energie enthält, als alle anderen Frequenzen, durch das Training wahrscheinlich besser abgebildet werden, weil diese Frequenz entweder eine größere Amplitude aufweist oder weil diese länger im Anregungssignal aktiv ist. Der Autor empfiehlt an dieser Stelle, ein Anregungssignal zu verwenden, das tiefe Frequenzen zunehmend höher gewichtet. Ein Grund hierfür besteht in der geringeren relativen Frequenzauflösung der verwendeten FIR Filter bei tiefen Frequenzen. Ein weiterer Grund besteht darin, dass insbesondere bei Anregungssignalen, bei welchen nicht alle Frequenzen zur gleichen Zeit aktiv sind, wie etwa Sweeps oder eine Serie von Multitonsignalen, zu viel Zeit benötigt würde, um die hohen Frequenzen mit gleicher Energie pro absolutem Frequenzband anzuregen.

Die Signalform des Anregungssignals hat ebenfalls entscheidenden Einfluss auf den Lernvorgang. In dieser Arbeit wird eine Verkettung mehrerer exponentiell steigender oder fallender Sweeps verwendet, wobei die Amplitude jedes Sweeps, im Sinne der Hüllkurve, variiert. Sweeps weisen im Vergleich zu gefärbtem Rauschen oder einer Verkettung von Multitonsignalen, welche aus einer Summe von Sinustönen verschiedener Frequenzen bestehen, den größten Signal-Rausch-Abstand auf [1]. Der Signal-Rausch-Abstand sollte möglichst groß sein, da dieser darüber entscheidet, wie gering der Fehler zwischen dem Modellausgang und dem gemessenen Ausgangssignal des Lautsprechers im Laufe des Trainings werden kann. Es ist offensichtlich, dass wenn das Fehlersignal zum größeren Teil aus Rauschen besteht, das Fehlermaß nicht mehr weiter gesenkt werden kann, da das Modell nicht in der Lage ist, Rauschen zu generieren. Ein weiterer Vorteil der Verkettung von Sweeps gegenüber gefärbtem Rauschen besteht darin, dass die Phaseninformationen im Anregungssignal nicht zufällig sind, was wichtig ist, damit die Filter auch einen validen Phasenfrequenzgang annehmen können. Aus diesem Grund ist Rauschen als Anregungssignal ungeeignet. Gegenüber einer Verkettung von Multitonsignalen oder einer Verkettung von Sinussignalen hat die Verkettung von Sweeps den Vorteil, dass das festgelegte Band relevanter Frequenzen kontinuierlich angeregt wird. Wäre dies nicht der Fall, so wäre die Gefahr einer Überanpassung gegeben, was bedeutet, dass lediglich die diskreten Frequenzen richtig abgebildet werden aber nicht die Frequenzen dazwischen.

Prinzipiell kann ein einfacher Sweep mit einer einzigen Amplitude als Anregungssignal ausreichen. Voruntersuchungen haben allerdings gezeigt, dass das Training mit einem einzigen Sweep zu suboptimalen Ergebnissen führen kann. Aus diesem Grund sollte zumindest eine Verkettung zweier Sweeps mit verschiedenen Amplituden verwendet werden. Eine schwache kompressionsartige nichtlineare Verzerrung, wie sie bei

Lautsprechern durchaus üblich ist [3], kann bei einem einzigen Sweep auch näherungsweise durch Verwendung eines Filters nachgebildet werden kann, indem die Verstärkung für diese Frequenz etwas gesenkt wird. Bei Verwendung zweier Sweeps mit unterschiedlichen Amplituden wäre eine solche Anpassung nicht mehr zielführend, da ein kompressionsartiger Effekt bei unterschiedlichen Amplituden unterschiedlich stark ist, sodass hierfür eher ein Taylorpolynom verwendet worden wäre. An dieser Stelle werden vom Autor zwei bis vier Sweeps im Anregungssignal empfohlen.

Es ist nicht notwendig, dass die Amplituden der einzelnen Sweeps sehr unterschiedlich sind. Wählt man eine konstante logarithmische Schrittweite zwischen den Amplituden der einzelnen Sweeps, so wäre beispielsweise eine Schrittweite von 15 dB von Sweep zu Sweep aus zwei Gründen nicht zielführend. Zunächst soll es darum gehen, das nichtlineare Übertragungsverhalten des Lautsprechers zu erfassen. Ist die Amplitude eines der Sweeps dermaßen gering, dass keine oder nur sehr wenige messbare nichtlineare Verzerrungen in der Antwort des Lautsprechers zu erkennen sind, so wäre dieser Sweep nicht hilfreich. Zusätzlich sinkt der Signal-Rausch-Abstand des Signals, wenn Sweeps mit geringer Amplitude dazukommen. Aus diesen Gründen empfiehlt der Autor, dass die geringste Amplitude im Verhältnis zur größten Amplitude nicht weniger als -12 dB betragen sollte. Die Schrittweite der Amplituden sollte aber auch nicht zu gering gewählt werden, da sich die Antworten des Lautsprechers auf zwei Sweeps mit fast identischer Amplitude kaum unterscheiden dürften. Daher empfiehlt der Autor Schrittweiten zwischen 3 und 5 dB (Faktoren ungefähr zwischen 0,5 und 0,7).

Die Startphasenwinkel der einzelnen Sweeps sollten ebenfalls variiert werden. Der Grund hierfür besteht darin, dass somit jede Frequenz verschiedene Momentanwerte in den einzelnen Sweeps aufweist. Diese verschiedenen Momentanwerte können wiederum die nichtlinearen Funktionen des Modells an verschiedenen Stellen anregen. Dies hilft im Training, nichtlineare Funktionen zu generieren, die tatsächlich für alle Frequenzen valide sind und die Verstärkung vorheriger Filter anzupassen, damit tatsächlich alle Frequenzen verzerrt werden können. Um letzteres Problem zu verstehen, stelle man sich ein Anregungssignal vor, wo die Startphase aller Sweeps 0° beträgt. Eine Frequenz, die in einem Sweep einen Momentanwert von 0 aufweist, wird in allen Sweeps einen Momentanwert von 0 aufweisen. Sind die Sweeps in einem solchen Fall zu kurz, so hätte das Modell keine Möglichkeit, das nichtlineare Übertragungsverhalten für diese bestimmte Frequenz richtig zu lernen, da diese Frequenz keine nichtlineare Verzerrung erfahren würde. Unglücklicherweise kam die vollständige Erkenntnis dessen aber erst nach Auswertung des zweiten Versuchs, sodass die Anregungssignale in beiden Versuchen dieser Empfehlung nicht oder nur teilweise folgen.

Die benötigte Dauer der einzelnen Sweeps ist nach Abschluss der Arbeit immer noch ungewiss. Sicher ist, dass die benötigte Dauer von der Anzahl der vorhanden Oktaven im Anregungssignal abhängt. Die Frage müsste daher präziser lauten, wie viel Zeit pro Oktave benötigt wird. Wird die Zeit pro Oktave sicherheitshalber extrem groß gewählt,

so ist ab einem gewissen Punkt die Änderung der momentanen Frequenz innerhalb einer Periode (drei Nulldurchläufe im Anregungssignal) vernachlässigbar klein, sodass die momentane Frequenz für die Dauer einer Periode als konstant angenommen werden kann. Hier wird deutlich, dass für diese Frequenz auf jeden Fall alle relevanten Stellen der nichtlinearen Funktionen erreicht werden. Ab einem gewissen Punkt ist daher zu erwarten, dass eine Erhöhung der Zeit pro Oktave nicht mehr hilft. Die benötigte Zeit pro Oktave kann wahrscheinlich durch Variation der Startphasenwinkel, wie im vorhergehenden Absatz beschrieben, gesenkt werden. Außerdem hängt die benötigte Zeit pro Oktave wahrscheinlich auch von der verwendeten Filterlänge im Modell ab. Der Grund hierfür könnte darin bestehen, dass das Modell durch zunehmend längere Filter in der Lage ist, Frequenzen zunehmend selektiv zu verzerren.

4. Modellierung Adam A7

4.1. Anregungssignal und Aufnahme der Antwort

Es wurde der Tieftöner eines Lautsprechers vom Typ Adam A7 modelliert. Der Adam A7 ist ein aktiver Studiomonitor mit digitaler Entzerrung, der neben dem Tieftöner mit Bassreflexrohr auch einen Hochtöner enthält. Damit enthält der Adam A7 drei schallemittierende Elemente (Ports). Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, wird hier angenommen, dass ein Lautsprecher mit drei schallemittierenden Elementen schwerer zu modellieren ist, als ein Lautsprecher mit einem schallemittierenden Element. Daher wurde hier die Antwort des Tieftöners gemessen, wobei das Bassreflexrohr durchgängig mit Stoff verschlossen wurde, um dessen Einfluss auszuschließen beziehungsweise zu minimieren. Es wurde ein präpariertes Exemplar dieses Lautsprechers verwendet, bei welchem die Klemmen zum Tieftöner über ein Kabel erreicht werden können, welches aus dem Bassreflexrohr nach außen geht. Somit wurde die aktive Elektronik des Lautsprechers und damit auch die Entzerrung umgangen. Der präparierte Lautsprecher ist in Abbildung 14 dargestellt.

Abb. 14: Präparierter Lautsprecher des Typs Adam A7

Als Anregungssignal für das Training wurde ein Signal bestehend aus drei aufeinander folgenden exponentiellen Sweeps verwendet, wie es in Abbildung 15 dargestellt ist. Die Dauer eines Sweeps beträgt 500 ms, sodass die Gesamtdauer des Anregungssignals 1,5 s beträgt. Die Amplitude des größten Sweeps beträgt 1 (digitale Vollaussteuerung). Die Amplituden der Sweeps sind so gewählt, dass 5 dB Abstände von einem Sweep zum nächsten bestehen. Die Startphasen aller Sweeps betragen 0°. Die Startfrequenz aller Sweeps beträgt 67 Hz, da dies die untere Grenzfrequenz des reflexionsarmen Raumes der TU Berlin ist, in welchem gemessen wurde. Über dieser Frequenz ist nicht mehr mit Reflexionen zu rechnen, was gut für das Training ist, da so keine Reflexionen modelliert werden müssen. Die Endfrequenz der Sweeps beträgt 48 kHz, welche die halbe Abtastrate ist, da mit 96 kHz Abtastrate gearbeitet wurde. Es wurde eine Zeit von 1 ms für die Einblendzeit des ersten Sweeps, die Ausblendzeit des letzten Sweeps und die Überblendzeit zwischen den Sweeps verwendet. Die Sweeps sind so angeordnet, dass

eine Überblendung von hohen Frequenzen zu hohen Frequenzen und von tiefen Frequenzen zu tiefen Frequenzen stattfindet.

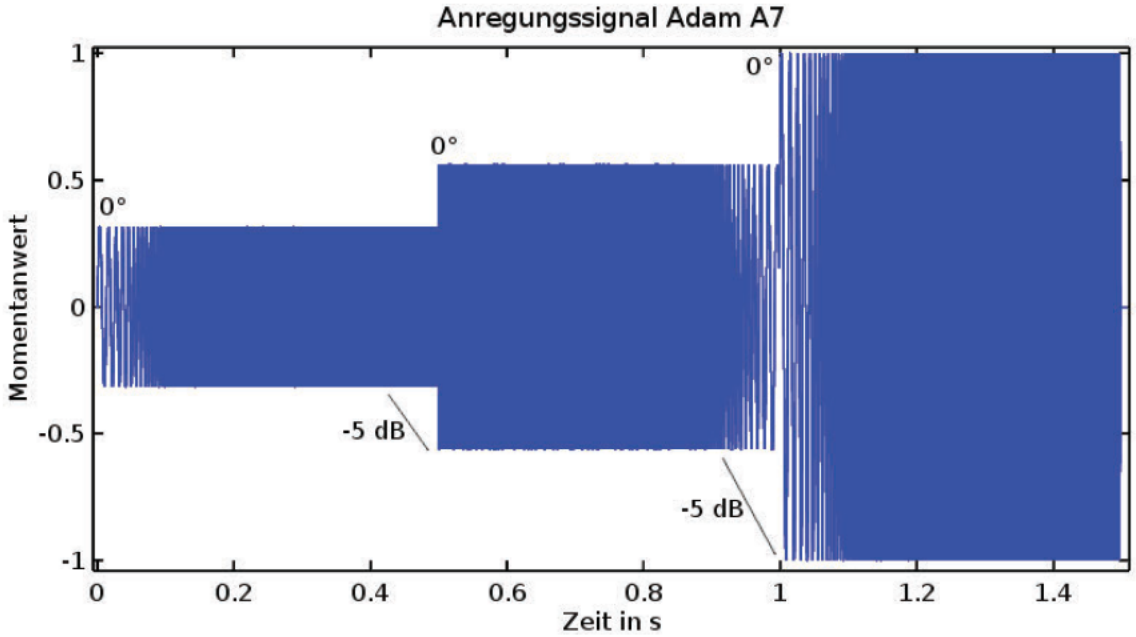

Abb. 15: Anregungssignal für den Tieftöner des Adam A7. Die Antwort des Lautsprechers auf dieses Signal wird zusammen mit diesem Signal für das spätere Training verwendet.

Neben der Aufnahme der Antwort auf das Anregungssignal wurden noch weitere nützliche Aufnahmen durchgeführt. So wurde ein fünf Sekunden langes Rauschen gemessen, bei dem kein Signal abgespielt wurde, um das Rauschen der verwendeten Geräte sowie die Störungen aus der Umgebung aufzunehmen, um den Signal-Rausch-Abstand bestimmen zu können. Eine Messung der Antwort auf einen einfachen zwölf Sekunden langen exponentiellen Sweep wurde aufgenommen, um die Impulsantwort des Tieftöners zu ermitteln, um später die benötigte Filterlänge abschätzen zu können. Außerdem wurden fünf Sekunden lange Sinussignale der Frequenzen 100 Hz sowie 1 kHz aufgezeichnet, um die Anzahl der entstehenden Obertöne zu ermitteln.

Für die Aufnahmen wurden folgende Geräte und Software verwendet:

- Leistungsverstärker: Yamaha P3500S (Prozessor aus, ein Kanal, Stereo Modus)
- Audioschnittstelle (über USB Kabel): Focusrite Scarlet 2i2
- freifeldentzerrtes Messmikrofon:
  NTi Audio M2230 (Aufnahmen ohne Kompensationsfilter)
- Software für die Wiedergabe und Aufnahme: Audacity

Der Messaufbau ist in Abbildung 16 zu sehen. Das Messmikrofon wurde zentral auf die Mitte der Membran des Tieftöners ausgerichtet und mit Hilfe eines Laserentfernungsmessers in einem Abstand von einem Meter positioniert (Toleranz: +/- 1 cm). Dieser Abstand wurde gewählt, da dies der empfohlene Abhörabstand des Lautsprechers ist. Die Fläche auf dem Gitter, auf welchem die Messanordnung gestellt

wurde, wurde zwischen dem Messmikrofon und dem Lautsprecher vorsichtshalber mit Schaumstoffmatten ausgefüllt, um etwaige Reflexionen an dem Gitter zu vermeiden.

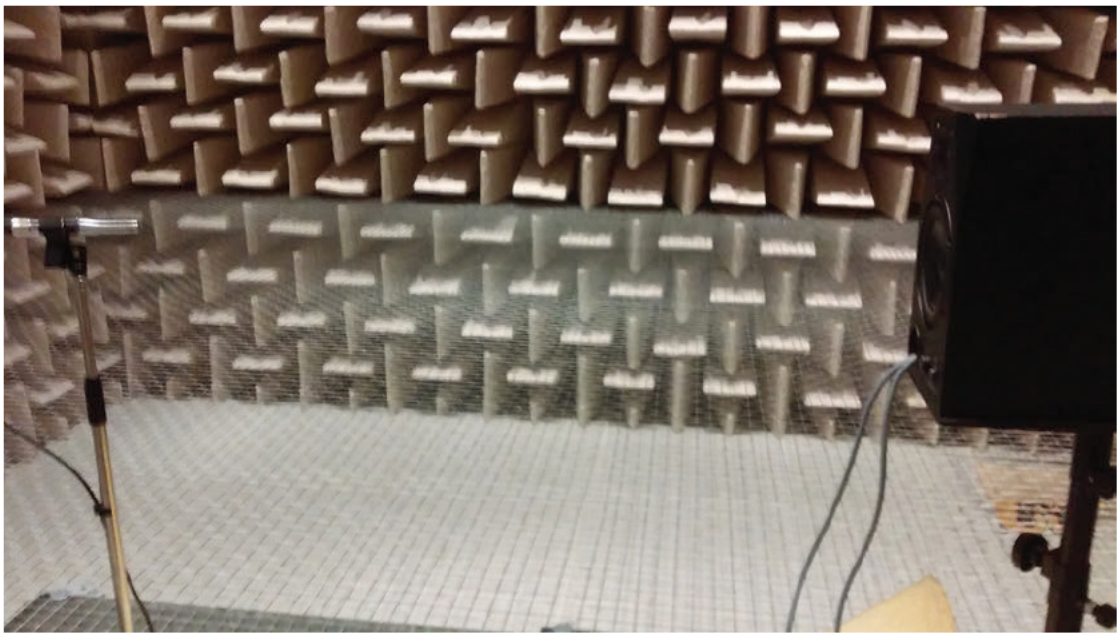

Abb. 16: Messanordnung. Das Bassreflexrohr wurde noch nicht verschlossen.

Die Bitbreite des Datenformats der Aufnahme wurde auf 16 Bit eingestellt. Die Abtastrate wurde in der Software passend zum Anregungssignal auf 96 kHz eingestellt. Die Idee, mit 96 kHz abzutasten, bestand darin, die entstehenden Obertöne der Frequenzen zwischen 5 kHz und 20 kHz noch gut erfassen zu können. Bis zum Ende der Messungen war jedoch nicht bekannt, dass die Audioschnittstelle unabhängig von der Einstellung in der Software dennoch mit einer Abtastrate von 48 kHz gearbeitet hat.

Sowohl der Ausgabepegel der Software als auch der Audioschnittstelle wurden auf das Maximum gestellt (0 dB). Um den Lautsprecher nicht zu überlasten, wurde zunächst eine unmodifizierte aktive Variante desselben Lautsprechertyps angeschlossen. Der 100 Hz Sinuston wurde abgespielt, um die Lautstärke und das Maß der nichtlinearen Verzerrungen einschätzen zu können. Die Einstellung des Lautstärkereglers am Lautsprecher wurde subjektiv so vorgenommen, dass ein nicht zu geringer Abstand vom Maximum besteht und dennoch ein deutlich hörbares Maß an nichtlinearen Verzerrungen generiert wurde. Der Regler wurde auf -18 dB eingestellt. Anschließend wurde die Eingangsverstärkung des Mikrofonvorverstärkers so eingestellt, dass der digitale Eingangsbereich in der Software voll ausgesteuert wurde.

Nachdem wieder der eigentlich zu messende Lautsprecher angeschlossen und der 100 Hz Sinuston abgespielt wurde, wurde der Leistungsverstärker so eingestellt, dass ungefähr derselbe Schalldruckpegel wie beim vorherigen Lautsprecher erreicht wurde. Dies wurde sichergestellt, indem die Eingangsverstärkung des Mikrofonvorverstärkers so gelassen wurde, wie beim Lautsprecher zuvor, und der Regler am Leistungsverstärker so eingestellt wurde, dass der digitale Eingangsbereich wieder voll ausgesteuert wurde.

Der Regler wurde auf -15 dB eingestellt. Da der Regler des Leistungsverstärkers lediglich Schritte von etwas über einem dB erlaubt, konnte hier der ursprüngliche Schalldruckpegel nicht exakt erzielt werden. Um die Eingangsverstärkung des Mikrofonvorverstärkers einzustellen, wurde nun der einfache Sweep abgespielt und der Regler so eingestellt, dass der digitale Eingangsbereich der Software voll ausgesteuert wurde. Mit diesen Einstellungen wurden die bereits erwähnten Messungen durchgeführt.

4.2. Nachverarbeitung der Lautsprecherantwort

Bevor das Training gestartet werden kann, muss die gemessene Lautsprecherantwort noch einigen Signalverarbeitungsschritten unterzogen werden. Dazu muss gesagt werden, dass jede Signalverarbeitung der Lautsprecherantwort mit größter Vorsicht vorgenommen werden muss, da die Gefahr besteht, dass das Modells durch die Manipulation der Antwort hinterher eventuell nicht mehr dem Lautsprecher entspricht.

Der erste Schritt besteht in der Beseitigung der Verzögerungszeit zwischen der Lautsprecherantwort und des Anregungssignals, da durch die Entfernung zwischen Lautsprecher und Messmikrofon sowie durch die verwendeten Geräte bei der Aufnahme eine Verzögerung entstanden ist. Hierbei sollte die Verzögerungszeit nicht vollständig entfernt werden, da eine kleine Verzögerungszeit ein Einschwingverhalten der Filter ermöglicht, welches möglicherweise notwendig sein kann, um den Lautsprecher richtig zu beschreiben. Auf jeden Fall sollte eine Überkompensation der Verzögerungszeit vermieden werden, da in diesem Fall eine Anpassung des Modells unmöglich wird.

Als nächstes wird das Ende der Lautsprecherantwort entfernt, sodass das Anregungssignal und die Lautsprecherantwort die gleiche Länge haben.

Der dritte Schritt besteht in der Reduktion der Abtastrate beider Signale um den Faktor zwei. Dies ist nötig, da die Signale zwar eine Abtastrate von 96 kHz haben, die Audioschnittstelle bei der Aufnahme intern aber dennoch mit 48 kHz gearbeitet hat, sodass in der Lautsprecherantwort die Frequenzen oberhalb von 24 kHz nicht vorhanden sind. Die Reduktion der Abtastrate halbiert damit die Menge der Daten, sodass das Training deutlich beschleunigt werden kann. Hierfür wurde zunächst ein IIR Tiefpass achter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 22,08 kHz mit einer Butterworth Charakteristik verwendet, um die hohen Frequenzen beider Signale zu entfernen. Anschließend konnte jeder zweite Abtastwert verworfen werden.

Danach wird ein verfügbares Kompensationsfilter angewendet, um die linearen Verzerrungen des Messmikrofons zu kompensieren. Da das Kompensationsfilter für eine Abtastrate von 44,1 kHz ausgelegt ist, wird dieses vor der Anwendung mittels Spline-Interpolation auf eine Abtastrate von 48 kHz umgerechnet.

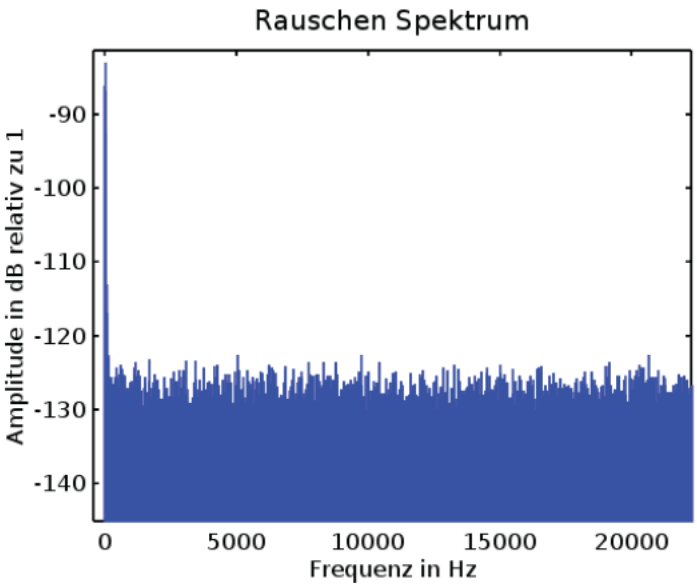

Abb. 17: Spektrum des Rauschens bei der Messung des Adam A7 Tieftöners.

Der fünfte Schritt besteht in der Entfernung tieffrequenten Rauschens mit einem Hochpass. Dazu lohnt es sich, das Spektrum des Rauschsignals anzuschauen, welches in Abbildung 17 dargestellt ist. Hier zeigt sich, dass das meiste Rauschen im tiefsten Bereich konzentriert ist. In Abbildung 18 ist das Spektrum für den tieffrequenten Bereich abgebildet, wobei das Spektrum vor und nach Anwendung des verwendeten Hochpassfilters verglichen wird. Bei dem Rauschen handelt es sich vermutlich um eine Kombination verschiedener Rauschquellen wie Störgeräusche außerhalb des reflexionsarmen Raumes, der für diese Frequenzen keine Isolation mehr garantiert, Quantisierungsrauschen der Wandler und Rauschen der Elektronik. Der Hochpass ist ein IIR Hochpass vierter Ordnung mit einer Butterworth Charakteristik. Die Grenzfrequenz wurde auf 50 Hz gesetzt, um die Nutzfrequenzen ab 67 Hz möglichst nicht zu beeinflussen. Es konnte eine Erhöhung des Signal-Rausch-Abstandes von 60 dB auf 72 dB erzielt werden.

Der letzte Schritt ist das Beschneiden des Anregungssignals und der Lautsprecherantwort. Die Reduktion der Abtastrate führt dazu, dass Lücken im Anregungssignal entstehen. Diese Lücken sind in der Lautsprecherantwort wegen der fehlenden Frequenzen oberhalb von 24 kHz bereits vorhanden gewesen. Diese Lücken werden entfernt, damit die Signale kürzer werden, was wiederum den Trainingsvorgang beschleunigt. Die Signalteile, die nach dem Entfernen der Lücken übrig bleiben, werden jeweils an den Schnittstellen durch eine 10 ms lange Überblendung wieder zusammengefügt. Die Beschneidung der Signale wird in derselben Weise auf das Anregungssignal und auf die Lautsprecherantwort angewendet, damit beide Signale synchron bleiben.

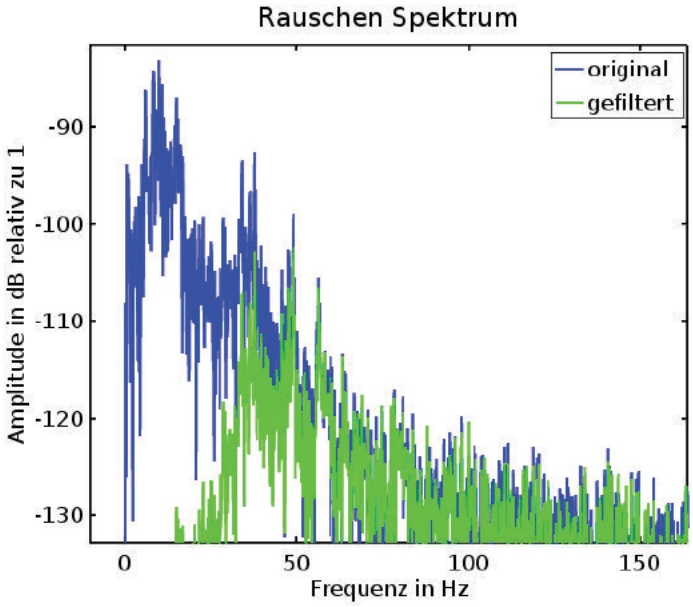

Abb. 18: Spektrum des Rauschens bei der Messung des Adam A7 Tieftöners vor und nach der Filterung.

4.3. Training und Ergebnisse

Als Abbruchkriterium des Trainings wurde basierend auf dem Signal-Rausch-Abstand von 72 dB, welcher im vorherigem Kapitel bestimmt wurde, ein relativer Fehler von -66 dB verwendet (siehe Gleichung (8) auf Seite 20), da ab hier wegen des Rauschens keine weitere Minderung des Fehlers mehr erwartet wurde.

Es wurden verschiedene Modelle trainiert. Diese unterschieden sich nicht nur hinsichtlich der Struktur, sondern auch in der Länge der Filter und der Ordnung der Taylorpolynome.

Vorab wurde versucht, anhand des 100 Hz Sinustones festzustellen, welche Ordnung die Taylorpolynome maximal benötigen. Das Spektrum des 100 Hz Sinustons ist in Abbildung 19 dargestellt. Man kann bis zu 150 Harmonische erkennen, die nicht vom Rauschen maskiert sind. Der 1 kHz Ton hingegen zeigt lediglich 12 Harmonische. Da eine Ordnung von 150 sehr groß erschien und die Obertöne oberhalb der 36. Harmonischen beim 100 Hz Ton wenig ausgeprägt sind, wurde die Ordnung stattdessen so gewählt, dass eine approximierte Lösung angestrebt wurde. Anfangs wurde daher eine Ordnung von 12 gewählt, die später vorsichtshalber auf 36 angehoben wurde.

Die benötigte Filterlänge wurde anhand der Impulsantwort geschätzt, die in Abbildung 20 dargestellt ist. Dabei sollte die Filterlänge so groß sein, dass damit der komplette Teil der Impulsantwort, der nicht vom Rauschen maskiert wird, enthalten sein kann. Die Schwierigkeit besteht hierbei darin, diese Stelle zu erkennen. In der Abbildung 20 wurde diese Stelle bei 10 ms vermutet, sodass die Filterlänge entsprechend der Abtastrate von 48 kHz auf 512 geschätzt wurde. Die Filterlänge sollte auf eine Zweierpotenz gesetzt werden, damit der Trainingsalgorithmus vor der Anwendung der

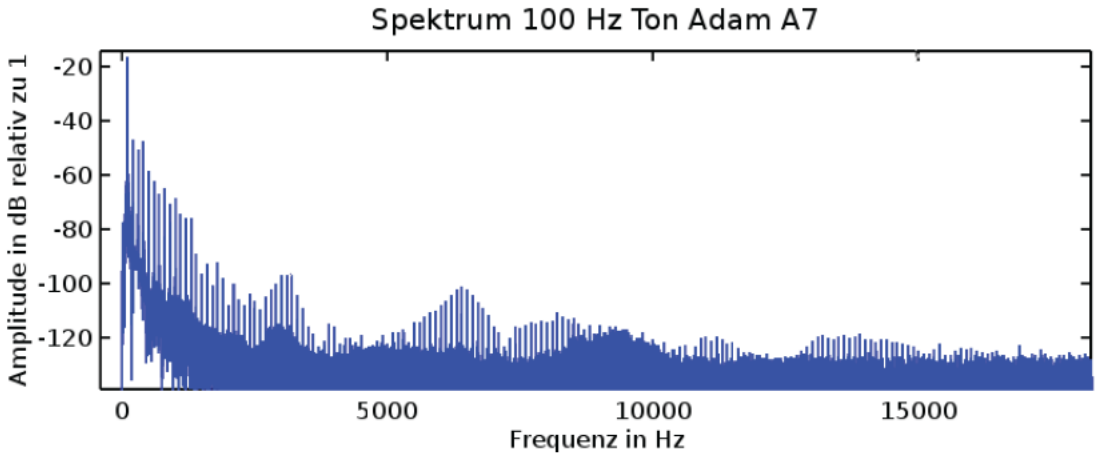

Abb. 19: Spektrum des 100 Hz Tons, welchen der Tieftöner des Adam A7 ausgegeben hat.

schnellen Faltung die Filter nicht erst strecken muss. Rechentechnisch macht es bei der Verwendung der schnellen Faltung daher keinen Unterschied, ob die Filterlänge auf die nächste Zweierpotenz gerundet wird, da dies später ohnehin geschieht. Die Praxis hat gezeigt, dass längere Filter, als diese Schätzung, dennoch vorteilhaft sind.

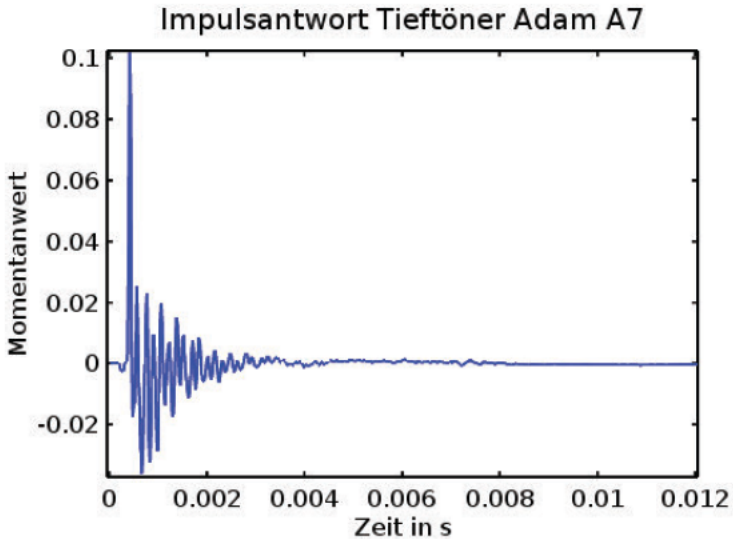

Abb. 20: Impulsantwort des Tieftöners des Adam A7 ohne Bassreflexrohr.

Das Training wurde auf einem Heimrechner und zwei weiteren Laptops durchgeführt, wobei im späteren Verlauf mehrere Trainingsinstanzen parallel auf verschiedenen Rechnern ausgeführt wurden. Der Hauptteil der Berechnungen wurde dabei auf dem Heimrechner durchgeführt. Der Heimrechner beinhaltet einen Hauptprozessor vom Typ AMD A10-7700K (Erscheinungsjahr 2014), der zur Zeit der Arbeit bereits eher eine stromsparende Variante ist, die weniger für numerische Berechnungen geeignet ist. Auf diese Weise kann jedoch festgestellt werden, ob das Verfahren auch mit üblichen Heimrechnern funktioniert. Damit kann letztlich auch die Akzeptanz dieses Verfahrens zusammenhängen. Die verwendeten Laptops enthalten als Hauptprozessoren einen vom

Typ Intel Core 2 Duo T9300 (Erscheinungsjahr 2008) und einen vom Typ AMD Athlon 2 M300 (Erscheinungsjahr 2009).

In Abbildung 21 wird beispielhaft ein typischer Lernvorgang visualisiert. In der Lernkurve kann man das Antreffen lokaler Fehlerminima sehr deutlich an den Spitzen erkennen, wo der Fehler wieder deutlich steigt. Hier wurde eine Zufallsvariation des bisher besten Modells durchgeführt, wie in Kapitel 3.5 beschrieben. Man kann erkennen, dass der Fehler nach einer Zufallsvariation zwar deutlich größer ist, danach aber wieder stark fällt und letztlich ein niedrigeres Niveau erreicht. Hier sind lediglich Zufallsvariationen eingezeichnet, die tatsächlich zu einer Reduktion des Fehlers geführt haben.

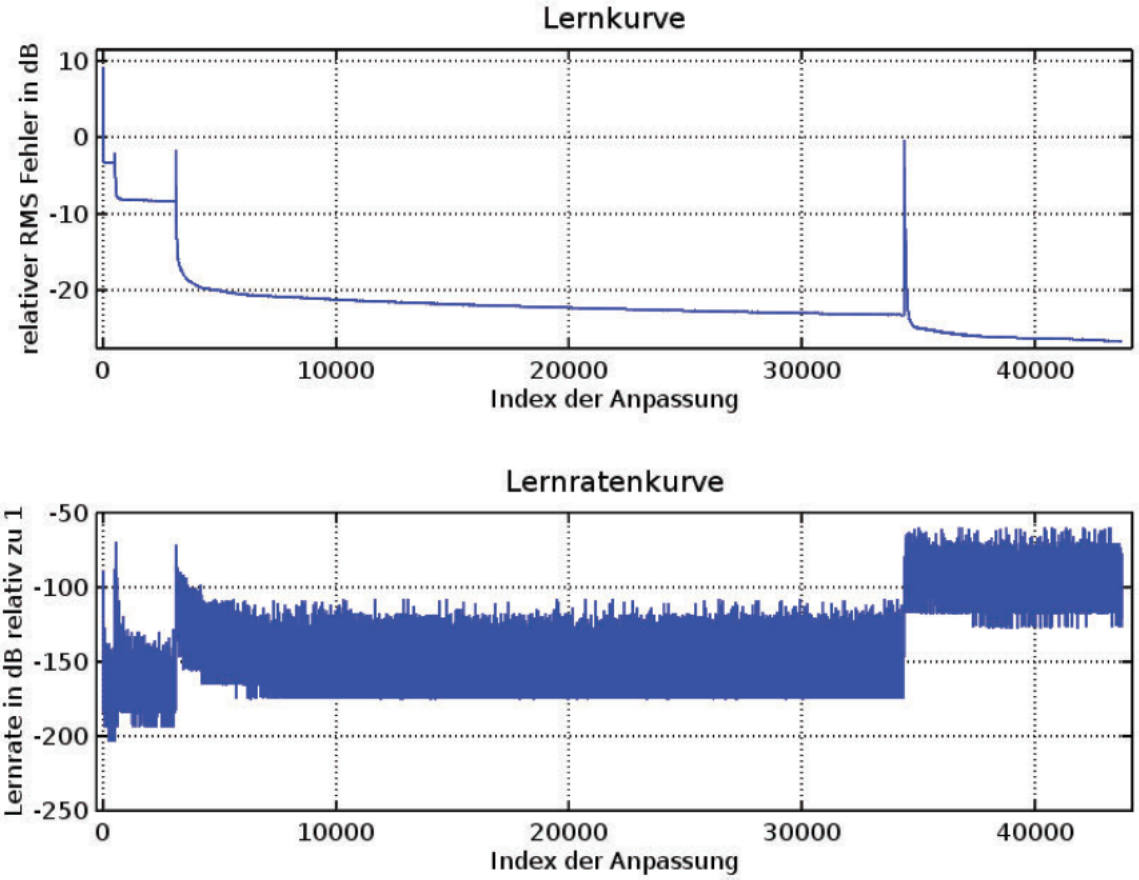

Abb. 21: Lernfortschritt des FTFTF Modells (siehe Abbildung 6 auf Seite 14) mit der Filterlänge 2048 und einer Ordnung von 36 bei der Modellierung des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr.

Der Lernvorgang scheint nach einem gewissen Muster abzulaufen. Zunächst wird der Verstärkungsfaktor so angepasst, dass der Effektivwert des Modellausgangs dem Effektivwert der Lautsprecherantwort gleicht. Dies führt zu einer anfangs sehr starken Reduktion des Fehlers, sodass in der Lernkurve eine steile Flanke nach unten zu erkennen ist. Anschließend werden die Filter des Modells so angepasst, dass der Frequenzgang des Modells mit dem Frequenzgang des Lautsprechers übereinstimmt. Hierzu gehört zum Teil noch die starke Abwärtsflanke und zum Teil der Übergang von der Flanke zum relativ flachen Teil der Lernkurve. Im relativ flachen Teil der Lernkurve

werden die nichtlinearen Verzerrungen modelliert. Hierbei zeigt sich, dass das Erlernen des nichtlinearen Übertragungsverhaltens vergleichsweise langsam vorangeht. Die Kurve der verwendeten Lernraten zeigt, dass im Verlauf des Trainings sehr unterschiedliche Lernraten verwendet werden, die über Größenordnungen variieren. Die Lernrate ist insgesamt sehr niedrig, da im Verlauf des Trainings die Werte des Fehlergradienten durch die hohe Anzahl an Abtastwerten sehr groß werden können.

In Abbildung 22 ist ein Detailausschnitt der Abbildung 21 dargestellt. Hier kann man die Beschleunigungsphasen, in der die Lernrate angehoben wird, in Form von Spitzen erkennen. Der meiste Fortschritt wird, wie hier, in diesen Beschleunigungsphasen erzielt. Die Lernkurve ist daher einer Treppenkurve ähnlich.

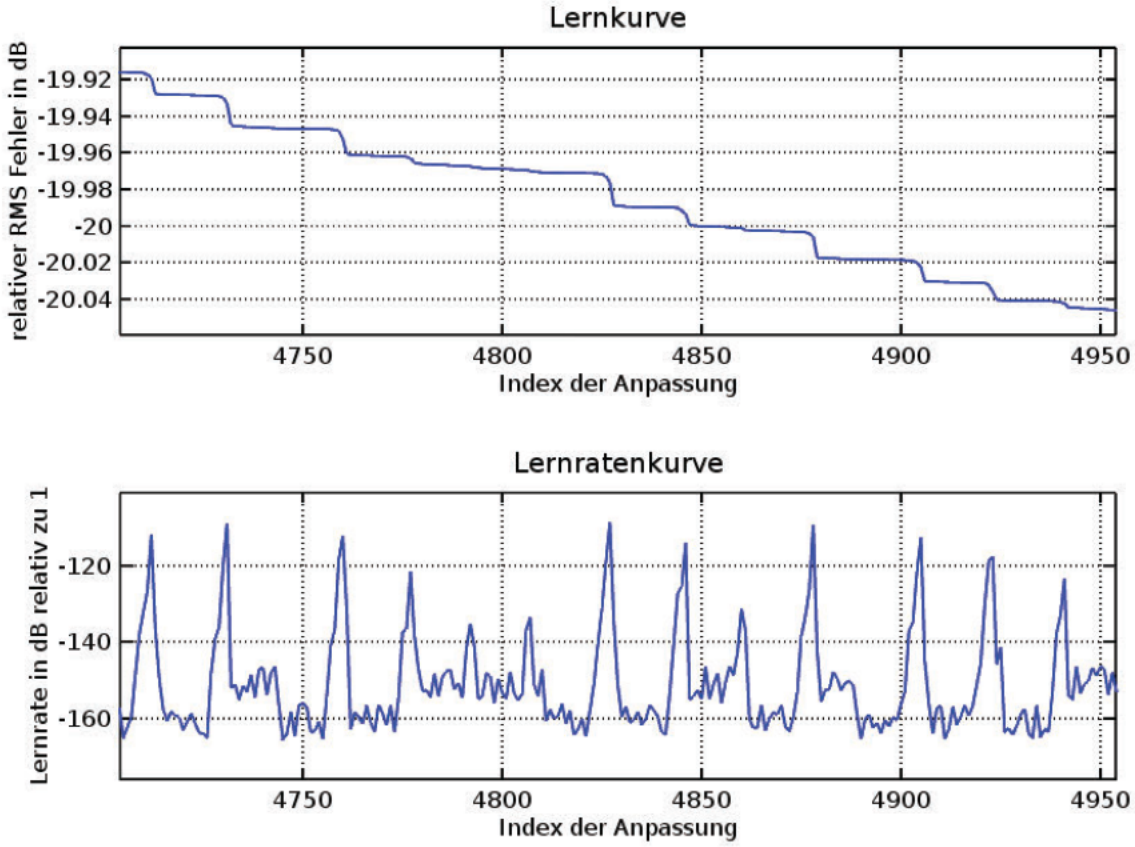

Abb. 22: Lernfortschritt des FTFTF Modells (siehe Abbildung 6 auf Seite 14) mit der Filterlänge 2048 und einer Ordnung von 36 bei der Modellierung des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr.

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse aller trainierten Modelle zusammengefasst. In Abbildung 23 ist das Ausgangssignal des Modells mit dem geringsten Fehler zusammen mit dem Ausgangssignal des Lautsprechers eingezeichnet, um die Übereinstimmung optisch einschätzen zu können. In Abbildung 24 und 25 sind weitere Detailausschnitte der Abbildung 23 eingezeichnet.

Struktur	Filterlänge	Taylor Ordnung	Fehler [dB]	Trainings-zeit	lokale Minima	bessere Minima
FTF	512	12	-23,35	2h 30min	4	0
	1024		-24,32	2h 21min	19	0
		15	-24,33	1h	2	0
		36	-24,47	50min	8	1
	2048		-25,04	11h 6min	4	0
	4096		-27,48	8h 20min	1	0
	8192	150	-5,92	6h	0	0
FTFTF	2048	36	-26,63	**6d** 17h	24	3
	8192		-28,22	**9d** 14h	8	2
2xFTF	2048		-29,57	**3d** 3h	10	1
3xFTF	2048		**-30,78**	**4d** 11h	11	1
2xFTFTF	2048		-23,44	**4d** 12h	12	1

Tabelle 1: Ergebnisse des Trainings verschiedener Modelle für den Adam A7 Tieftöner ohne Bassreflexrohr. Siehe Kapitel 3.2 für die Bezeichnung der Strukturen. Die Spalte „bessere Minima" gibt Auskunft darüber, wie viele lokale Fehlerminima gefunden werden konnten, die besser als das bisherige beste lokale Fehlerminimum war. Zeiteinheiten in SI-Einheiten. Die Trainingszeit gibt die Zeit an, die für das Training verwendet wurde. Es gibt nicht die Zeit an, die notwendig war, um den Fehler auf den zugehörigen Wert zu reduzieren.

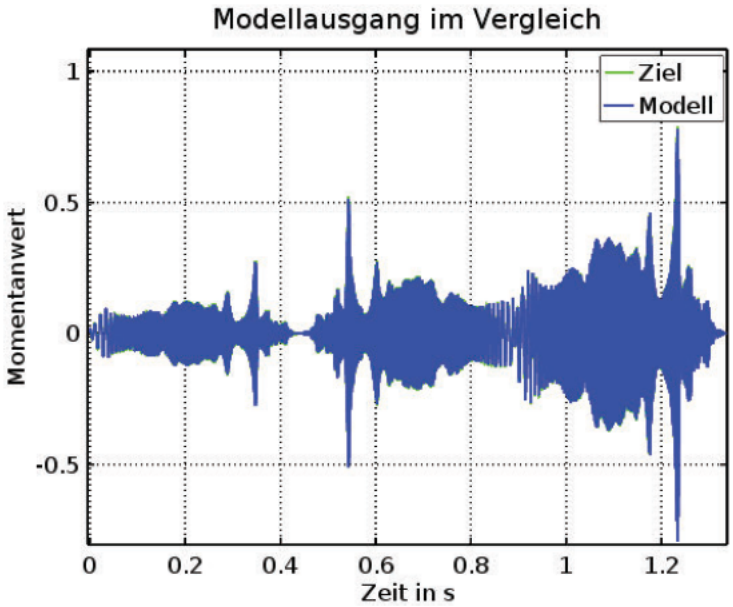

Abb. 23: Ausgabe des 3xFTF Modells des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr bei anliegendem Anregungssignal. Filterlänge ist 2048 und Ordnung ist 36.

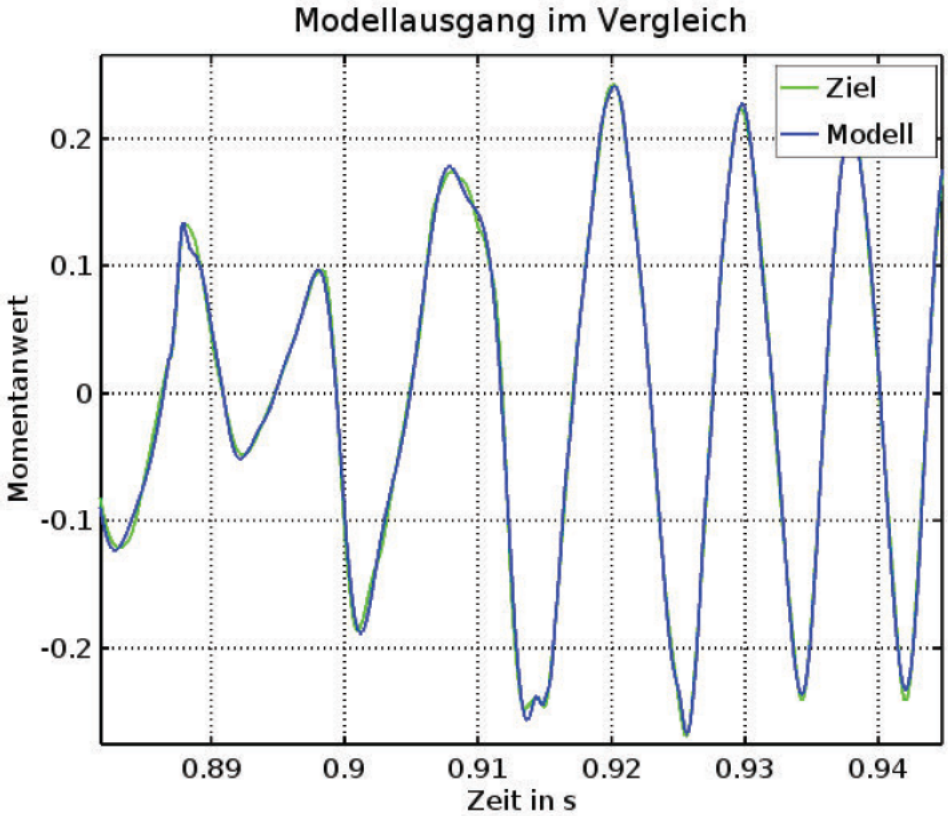

Abb. 24: Ausgang des 3xFTF Modells des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr bei anliegendem Anregungssignal. Filterlänge ist 2048 und Ordnung ist 36.

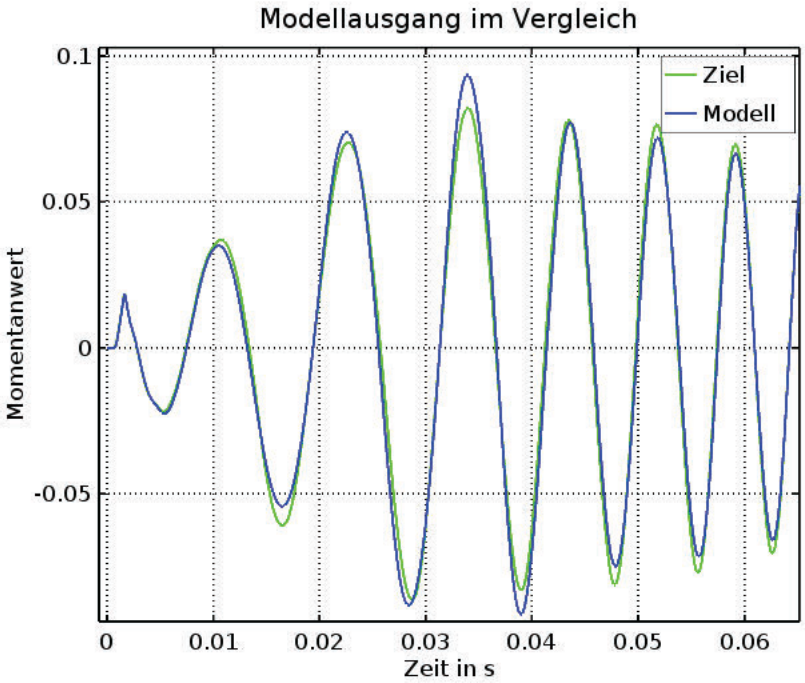

Abb. 25: Ausgabe des 3xFTF Modells des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr bei anliegendem Anregungssignal. Filterlänge ist 2048 und Ordnung ist 36.

Um die Wirkung der Reduktion der Amplitude auf etwaige Lernerfolge einschätzen zu können, wurden eine ganze Reihe weiterer Modelle trainiert. Der Unterschied hier

besteht darin, dass der letzte Sweep mit der größten Amplitude aus dem Anregungssignal und der Lautsprecherantwort entfernt wurde. Die maximale Amplitude ist in diesem Fall daher 5 dB geringer. Die Ergebnisse dieser Lernvorgänge sind in Tabelle 2 zusammengefasst. In Abbildung 26 wird der Ausgang des Modells mit dem geringsten Fehler mit dem Ausgang des Lautsprechers verglichen, um das Ergebnis optisch einschätzen zu können.

Struktur	Filterlänge	Taylor Ordnung	Fehler [dB]	Trainings-zeit	lokale Minima	bessere Minima
FTF	2048	36	-33.71	7h	32	1
	4096		-35.86	13h 20min	23	2
	8192		**-40.01**	12h	1	0
FTFTF	2048		-33.63	23h	6	0
	8192		**-43.87**	**6d** 21h	42	4
FTFTFTF			-19.33	**7d** 10h	546	11
2xFTF			**-42.2**	**2d** 4h	2	0
3xFTF	2048		-34.47	1h	2	1
	8192		**-42.84**	**6d** 3h	1	0

Tabelle 2: Ergebnisse des Trainings verschiedener Modelle für den Adam A7 Tieftöner ohne Bassreflexrohr, dessen maximaler Pegel virtuell um 5 dB gesenkt wurde. Siehe Beschreibung der Tabelle 1 für Beschreibung der Inhalte.

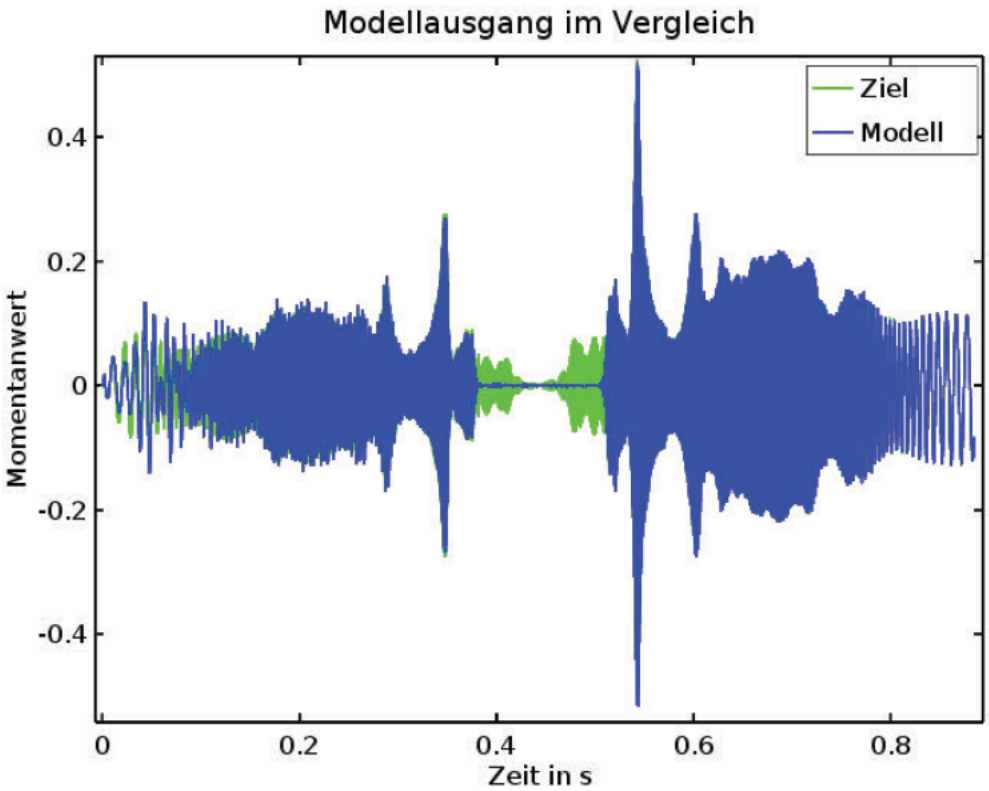

Abb. 26: Ausgang des FTFTF Modells des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr bei anliegendem Anregungssignal mit 5 dB reduzierter Amplitude zusammen mit der zugehörigen Lautsprecherantwort. Filterlänge ist 8192 und Ordnung ist 36.

4.4. Auswertung

In Tabelle 1 kann man erkennen, dass das Modell mit dem geringsten Fehler einen relativen Fehler gemäß Gleichung (8) auf Seite 20 von -30,78 dB aufweist. Die entsprechende Zahl ist grün markiert. Um diese Zahl besser einschätzen zu können, helfen die Abbildungen 23, 24 und 25. In Abbildung 23 sind die kompletten Signale abgebildet. Man kann hier erkennen, dass die Antwort des Lautsprechers im groben Maßstab gut nachgebildet werden konnte, da die grüne Kurve, welche die Lautsprecherantwort darstellt, größtenteils von der blauen Kurve überdeckt wird. Allerdings kann hieraus nur geschlossen werden, dass das lineare Übertragungsverhalten hinreichend gut abgebildet wird. Da die nichtlinearen Verzerrungen jedoch relativ dezent sind, müssen die Signale auch im Detail betrachtet werden, was in den Abbildungen 24 und 25 zu sehen ist. Diese beiden Abbildungen zeigen jeweils den tieffrequenten Bereich der drei Sweeps, wo die nichtlinearen Verzerrungen noch ansatzweise mit dem Auge zu erkennen sind. In Abbildung 24 kann man leichte Abweichungen erkennen. Obwohl die beiden Kurven zu keinem Zeitpunkt stark voneinander abweichen, wenn man lediglich Abtastwert für Abtastwert vergleicht, so zeigt sich doch, dass die Kurven in der Form verschieden sind. Dies ist besonders deutlich in den beiden Spitzen zu den Zeitpunkten 0,888 s und 0,9075 s zu erkennen. In Anbetracht dessen, dass hier dezente nichtlineare Effekte modelliert werden sollen, ist diese ebenfalls dezente Abweichung in den Kurvenformen problematisch. Die Abbildung 25 zeigt dieselben Frequenzen, jedoch für die geringste Amplitude. Hier zeigen sich deutliche Unterschiede, woraus man schließen kann, dass die nichtlinearen Verzerrungen inkorrekt abgebildet werden. An der Modellierung des linearen Übertragungsverhaltens kann das schlechtere Ergebnis für die geringere Amplitude nicht festgemacht werden, da die linearen Elemente des Modells unabhängig von der Amplitude sind. Der relative Fehler von -30,78 dB zeigt außerdem, dass im Hinblick auf den hypothetisch erreichbaren Minimalfehler von -66 dB, welcher am Signal-Rausch-Abstand festgemacht wurde, noch viel Potential besteht. Hier konnte mehr erwartet werden. Die Modellierung ist aus diesen Gründen nur bedingt zufriedenstellend. Dasselbe kann folglich auch für alle anderen Modelle gesagt werden, da diese einen größeren Fehler aufweisen.

An den FTF Modellen kann man in Tabelle 1 gut erkennen, dass die Ergebnisse mit größer werdender Filterlänge bis zu einem gewissen Punkt besser werden. Die hier verwendeten Filterlängen sind dabei um ein Vielfaches größer, als in Kapitel 4.3 geschätzt wurde. Es scheint hier ein Optimum zu geben, wobei man auch die Rechenzeiten in Betracht ziehen muss, da die Anzahl der erreichbaren Anpassungen pro Zeiteinheit mit ansteigender Filterlänge überproportional abnimmt.

Gerade die benötigten Rechenzeiten haben den Umfang der Modelle eingegrenzt, die getestet werden konnten. So sind insbesondere die Trainingszeiten der Modelle, die strukturell komplexer als ein FTF Modell sind, bemerkenswert, da diese jeweils mehrere

Tage trainiert wurden. Dies liegt zum Einen daran, dass die Anzahl erreichbarer Anpassungen pro Zeiteinheit mit komplexerer Struktur drastisch abnimmt und zum Anderen daran, dass die Problematik der lokalen Fehlerminima mit komplexerer Struktur zunimmt. Letzteres kann man daran erkennen, dass die Anzahl der angetroffenen lokalen Minima bei den FTF Modellen insgesamt größer ist und gleichzeitig bis auf eine Ausnahme keine besseren lokalen Minima als zuvor gefunden wurden, wobei man bei der einen Ausnahme anmerken muss, dass hier eine minimale Verbesserung stattgefunden hat, sodass es sich hier wahrscheinlich um eine Fehldetektion eines lokalen Minimums gehandelt hat. Hingegen konnten durch die Zufallsvariation bei den strukturell komplexeren Modellen jeweils lokale Fehlerminima gefunden werden, die eine deutliche Reduktion des Fehlers bewirkt haben. Bei diesen Modellen ist daher unklar, ob es nicht noch bessere Parameterkonstellationen gibt, die nicht gefunden werden konnten. Bedenkt man, dass die besten Ergebnisse bei einem FTF Modell mit der Filterlänge von 4096 erzielt wurden, so stellt sich die Frage, wieso die strukturell komplexeren Modelle nicht mit derselben Filterlänge trainiert wurden. Dies hängt gerade mit der erläuterten Problematik der Rechenzeiten zusammen.

Folglich kann angenommen werden, dass wahrscheinlich bessere Ergebnisse erzielt worden wären, wenn die Zeit gereicht hätte, um die Modelle länger zu trainieren oder komplexere Modelle zu testen. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob das vorgestellte Verfahren hinsichtlich der teilweise enormen Rechendauer überhaupt praxistauglich ist. Dies kann zumindest zum jetzigen Zeitpunkt für eher leistungsschwache Systeme, wie sie hier verwendet wurden, in Frage gestellt werden. Es sollte nach Schätzung des Autors aber keine Probleme bereiten, Systeme für einen erschwinglichen Preis zu finden, die mehr als das zehnfache der Leistung der hier verwendeten Systeme haben, wenn es um numerische Berechnungen geht (Gleitkommaoperationen).

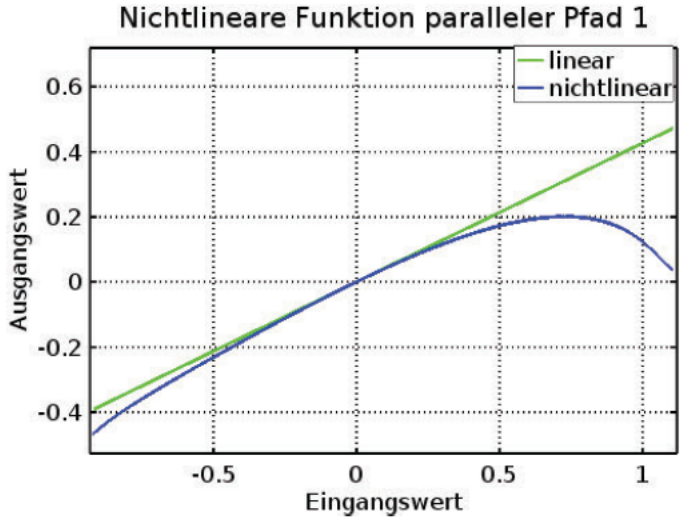

Abb. 27: Nichtlineare Funktion des ersten Pfades des 3xFTF Modells mit einer Filterlänge von 2048 und einer Ordnung von 36.

Abgesehen von der begrenzten Rechenkapazität beziehungsweise der begrenzten Zeit kommen noch weitere Faktoren in Frage, die zu suboptimalen Ergebnissen geführt haben könnten. Dazu ist ein Blick auf die Abbildung 24 hilfreich. Hier ist bei der Spitze zum Zeitpunkt 0,914 s eine Art Haken zu erkennen, der auch in der Lautsprecherantwort zu erkennen ist. Eine Untersuchung hat ergeben, dass die nichtlineare Funktion im ersten Pfad des parallelen Modells, welche in Abbildung 27 dargestellt ist, diesen Haken modelliert. Diese nichtlineare Funktion ist untypisch für einen Lautsprecher, da diese keinen kompressionsartigen Verlauf aufweist. Hier wäre eher eine monoton steigende oder fallende Funktion zu erwarten, die für große Eingangswerte kleinere Ausgabewerte liefert. Der nicht monoton steigende Teil der nichtlinearen Funktion ist gerade der, der den besagten Haken in der Antwort des Modells bewirkt. Eine weitere Untersuchung hat ergeben, dass der besagte Haken in der tatsächlich gemessenen Lautsprecherantwort, also vor der Nachverarbeitung der Aufnahme, nicht vorhanden war. Dieser ist erst durch den Hochpassfilter entstanden. Es hat sich herausgestellt, dass die Gruppenlaufzeiten des Filters für die tiefsten Frequenzen im Vergleich zu den übrigen Frequenzen etwas höher sind, sodass die Harmonischen in der Lautsprecherantwort, die sonst zeitlich übereinander liegen, durch den Hochpassfilter gewissermaßen zeitlich aufgefaltet werden. Grundsätzlich kann ein solcher Effekt durch ein FIR Filter nachgebildet werden, wobei der Hochpass ein IIR Hochpass ist. Es könnte also sein, dass zur Nachbildung des IIR Hochpasses ein deutlich längeres Filter benötigt worden wäre. Plausibler ist aber die Erklärung, dass der besagte Effekt durch die nichtlineare Funktion einfacher zu modellieren ist. Auf jeden Fall ist deutlich geworden, dass ein Effekt, der eigentlich durch ein Filter erklärt werden müsste, stattdessen durch eine nichtlineare Funktion erklärt wurde, was so nicht zielführend ist.

Eine weitere Erklärung für die suboptimalen Ergebnisse könnten in der Abbildung 28 zu finden sein. Hier zeigt sich der ungewöhnliche Effekt, dass die Amplitude des Sinustons mit der Zeit dezent fällt (siehe Skala), obwohl nichts an der Anordnung verändert

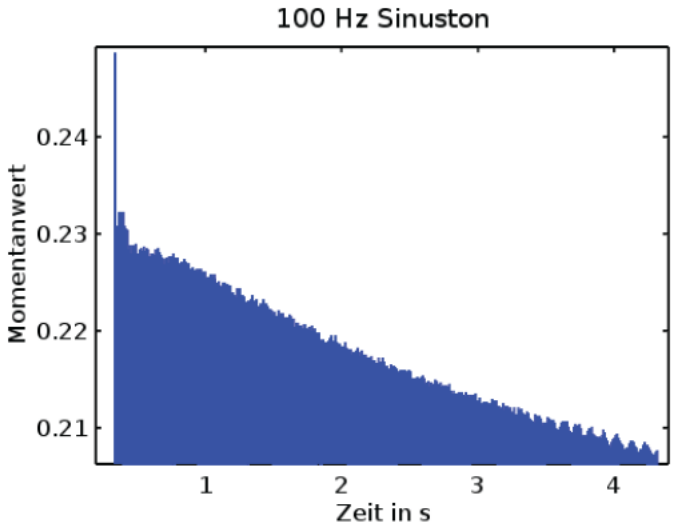

Abb. 28: Ausgabe des Adam A7 Tieftöners ohne Bassreflexrohr auf einen 100 Hz Sinuston

wurde. Dies ist für ein zeitinvariantes System untypisch, dessen Ausgangsamplitude nach einer gewissen kurzen Einschwingzeit konstant bleiben sollte. Dahinter wird ein thermischer Effekt des Lautsprechers vermutet. Thermische Effekte können aber, wie in Kapitel 3.2 beschrieben wird, durch solche Modelle prinzipiell nicht beschrieben werden. Es stellt sich daher die Frage, ob der Lautsprecher bei der Messung nicht zu sehr beansprucht wurde.

Um diese These zu überprüfen, können die Ergebnisse der zweiten Trainingsphase verwendet werden. Tatsächlich zeigen sich hier in Tabelle 2 durchgehend bessere Ergebnisse. Obwohl die maximale Amplitude der zu modellierenden Lautsprecherantwort nur 5 dB geringer ist, konnte der Fehler um bis zu 13 dB gesenkt werden. Allerdings müssen diese Ergebnisse richtig interpretiert werden. Durch die geringere maximale Amplitude sinken auch die maximalen nichtlinearen Verzerrungen überproportional, sodass die Lautsprecherantwort schon durch ein lineares Filter besser approximiert werden kann als zuvor. Die Reduktion des Fehlers um weitere 13 dB wird jedoch trotzdem als signifikant angesehen.

Betrachtet man hingegen die Abbildung 26, welche den Ausgang des Modells mit dem geringsten Fehler der Lautsprecherantwort gegenüberstellt, so zeigen sich hier schon im groben Maßstab an gewissen Stellen keine guten Übereinstimmungen. Bei der geringeren Amplitude ist die Übereinstimmung bei den tiefen Frequenzen gering, während die Übereinstimmung bei der größeren Amplitude sehr gut ist. Hier hat eine Überanpassung stattgefunden. Diese Überanpassung kann damit begründet werden, dass durch die Filterlänge von 8192 und drei Filtern in Serie ungefähr die ersten 510 ms des Signals nicht für das Training verwendet wurden (siehe Gleichung (5) auf Seite 19 und zugehörige Begründung), sodass der gesamte Sweep mit der geringeren Amplitude nicht im Trainingsmaterial vorhanden war. Aus demselben Grund hat das Modell auch nicht gelernt, die höchsten Frequenzen richtig zu modellieren. Die höheren Frequenzen in der

geringeren Amplitude scheinen dennoch gut zu passen. Auch konnte der Sweep mit der größeren Amplitude, wie der relative Fehlerwert zeigt, sehr gut nachgebildet werden.

Letztlich kann gesagt werden, dass auch für den Adam A7 Tieftöner mit 5 dB geringerer Amplitude kein valides Modell gefunden werden konnte. Die zweite Trainingsphase zeigt, dass eine Reduktion der maximalen Amplitude durchaus zu besseren Ergebnissen führen kann. Allerdings waren hier die verwendeten Signale zu kurz.

An dieser Stelle zeigt sich, dass das Konzept, im Training nur eine gewisse Anzahl der Ausgangswerte zu betrachten, zu Problemen führen kann, wenn viele Filter in Serie verwendet werden oder die Filterlänge zu groß wird. Eine Lösung dieser Problematik, etwa die Verwendung längerer Signale, könnte zu besseren Ergebnissen führen.

5. Modellierung Fostex 6301B

Die Modellierung des Fostex 6301B folgte als Reaktion auf die Ergebnisse des Adam A7. Hier sollten erste Erkenntnisse aus der vorherigen Modellierung mit einbezogen werden. Die Vorgehensweise in diesem Kapitel gleicht größtenteils der Vorgehensweise im Kapitel 4. In diesem Kapitel werden daher nur die relevanten Unterschiede beschrieben.

5.1. Anregungssignal und Aufnahme der Antwort

Es wurde ein Lautsprecher vom Typ Fostex 6301B modelliert, welcher in Abbildung 29 dargestellt ist. Dieser Lautsprecher verfügt über ein einziges breitbandiges schallemittierendes Element, sodass dieser Lautsprecher für die Untersuchungen in dieser Arbeit zweckmäßig erschien. Bei diesem Lautsprechertyp handelt es sich um einen aktiven Lautsprecher.

Abb. 29: Fostex 6301B im Messaufbau

Als Anregungssignal, welches in Abbildung 30 dargestellt ist, kam eine Folge von vier exponentiellen Sweeps zum Einsatz. Jeder Sweep hat eine Dauer von 400 ms, sodass das Signal insgesamt 1600 ms lang ist. Als Startfrequenz wurde eine Frequenz von 80 Hz gewählt, da dies laut Handbuch die untere Grenzfrequenz des Lautsprechers ist. Als Endfrequenz wurde die halbe Abtastrate von 22050 Hz gewählt. Eine höhere Abtastrate als 44,1 kHz hätte bei diesem Lautsprecher wenig geholfen, da die obere Grenzfrequenz gemäß Handbuch bei ungefähr 10 kHz liegt. Die Amplituden der Sweeps sind so gewählt, dass 3 dB Sprünge von einem Sweep zum nächsten bestehen. Einblendzeit, Überblendzeit und Ausblendzeit der Sweeps beträgt 1 ms. Der Startphasenwinkel der Sweeps ist entweder 0° oder 90°. Durch die 90° Drehung zweier Sweeps sollen Frequenzen, welche Momentanwerte nahe 0 aufweisen, andere Momentanwerte erhalten.

Die Messungen wurden um zwei weitere Sinustöne der Frequenzen 400 Hz und 4 kHz erweitert, um die entstehenden Obertöne besser einschätzen zu können. Außerdem kam die Messung des THD gemäß Gleichung (3) auf Seite 6 hinzu, um diese später für eine Validierung des Modells verwenden zu können.

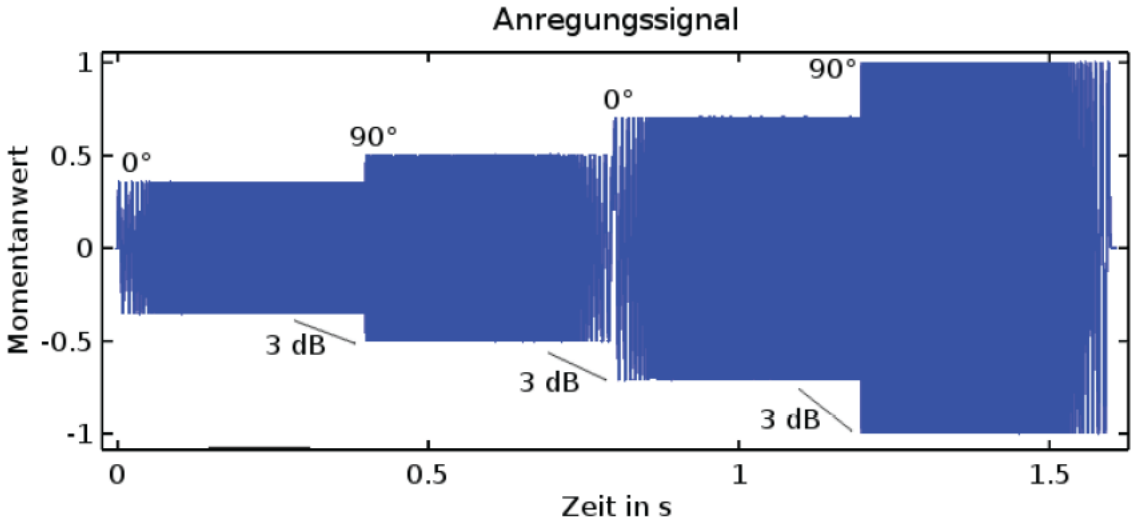

Abb. 30: Anregungssignal für die Messung des Fostex 6301B.

Für die Messungen wurden folgende Geräte und Software verwendet:

- Audioschnittstelle (über USB): Scarlet 6i6
- Messmikrofon freifeldentzerrt:
  NTi Audio M2230 (Aufnahme ohne Kompensationsfilter)
- Aufnahme und Wiedergabe: Audacity
- Schalldruckpegelmesser: NTi Audio XL2
- THD Messung Hardware: FourAudio ROBO3
- THD Messung Software: Monkey Forest

Der 100 Hz Sinuston wurde als Referenz verwendet. Der Lautstärkeregler am Lautsprecher wurde subjektiv so eingestellt, dass nichtlineare Verzerrungen deutlich zu hören sind, jedoch weniger, als bei der vorherigen Messung des Adam A7. Der Regler stand dabei auf 2,5 von 10. Der Schalldruckpegel wurde mit dem Schalldruckpegelmesser zu 76,5 dBSPL bestimmt. Da für die Messung der THD Kurve ein gänzlich anderes System verwendet wurde, wurde sichergestellt, dass bei Wiedergabe eines 100 Hz Sinustons möglichst derselbe Schalldruckpegel gemessen wird, um die Bedingungen konstant zu halten.

5.2. Vorbereitung des Trainings

Das Rauschen konzentrierte sich wieder bei den tiefsten Frequenzen. Da der Signal-Rausch-Abstand wegen geringerem Schalldruckpegel und aktiver Elektronik, die mehr Rauschen verursacht, insgesamt deutlich geringer war, wurde eine Reduktion des Rauschens als notwendig angesehen. Um das Problem der frequenzabhängigen Gruppenlaufzeit und die daraus mögliche zeitliche Auffaltung der einzelnen Harmonischen zu beheben, wurde hier mit einem linearphasigen FIR Filter gearbeitet.

Es wurde ein Hochpassfilter der Länge 8193 mit der Grenzfrequenz von 65 Hz mit der Fenstermethode realisiert, wobei im Zeitbereich ein Hann Fenster zum Einsatz kam. Die durch das Filter eingeführte Verzögerung wurde anschließend wieder entfernt. Damit konnte ein Signal-Rausch-Abstand von 54 dB erzielt werden. Ein realistisch erreichbarer relativer Fehlerwert wäre daher -48 dB.

Auf eine Kompensation des Messmikrofons mit dem gegebenen Kompensationsfilter wurde verzichtet. Der Grund hierfür ist, dass aufgefallen war, dass lediglich die Beträge im Spektrum und nicht die Phasen korrigiert werden, sodass der tatsächliche Signalverlauf des Schalldrucks auch nach Anwendung des Kompensationsfilters unbekannt bleibt. Eine Kompensation an dieser Stelle ist nur sinnvoll, wenn die Impulsantwort des Lautsprechers damit in der Länge reduziert werden kann, was an dieser Stelle nicht sichergestellt ist. Da das FIR Kompensationsfilter mit einer Dauer von 370 ms sehr lang ist, müssten die Filter der Modelle mindestens genauso lang sein, wenn die Anwendung des Kompensationsfilters die Impulsantwort nicht gerade reduziert. Auf jeden Fall kann das Kompensationsfilter auch nach dem Training angewendet werden, indem die Ausgangsfilter des Modells jeweils mit dem Kompensationsfilter gefaltet werden, sodass vor dem Training darauf verzichtet werden kann.

Die Ordnung der Taylorpolynome wurde auf 36 festgesetzt, da dies die Zahl der höchsten Harmonischen ist, die in den gemessenen Sinussignalen beobachtet werden konnte.

5.3. Ergebnisse

In Tabelle 3 finden sich die Ergebnisse aller trainierten Modelle. In der Abbildung 31 wird die Antwort des Modells mit dem geringsten Fehler (3xFTF) auf das Anregungssignal zusammen mit der Lautsprecherantwort abgebildet. Die Abbildungen 32, 33 und 34 zeigen weitere Detailausschnitte der Abbildung 31.

Struktur	Filterlänge	Fehler [dB]	Trainingszeit	lokale Minima	bessere Minima
FTF	2048	-35,1	9h	3	0
	4096	-37,8	26h	1	0
	8192	**-39**	**1d** 17h	1	0
	16384	-21,7	**3d** 20h	1	0
FTFTF	2048	-34,6	**9d** 7h	11	2
	4096	**-38,7**	**18d** 2h	18	4
3xFTF	8192	**-40,2**	**14d** 4h	3	1

Tabelle 3: Ergebnisse des Trainings verschiedener Modelle für den Fostex 6301B. Alle Taylorpolynome der Modelle haben eine Ordnung von 36. Die Spalte „bessere Minima“ gibt Auskunft darüber, wie viele lokale Fehlerminima gefunden werden konnten, die besser als das bisherige beste lokale Fehlerminimum war. Zeiteinheiten in SI-Einheiten. Die Trainingszeit gibt die Zeit an, die für das Training verwendet wurde. Es gibt nicht die Zeit an, die notwendig war, um den Fehler auf den zugehörigen Wert zu reduzieren.

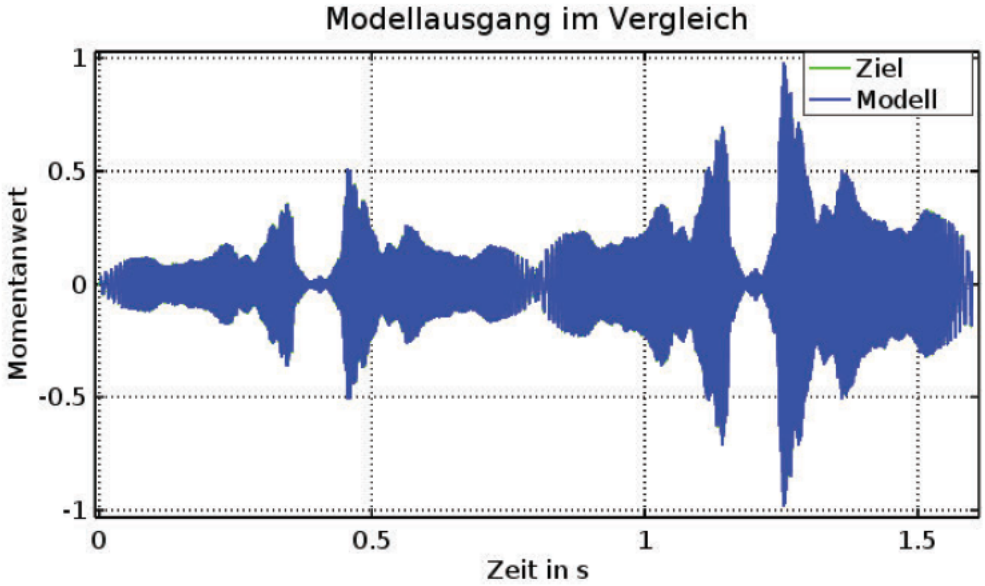

Abb. 31: Ausgangssignal des 3xFTF Modells für den Fostex 6301B.

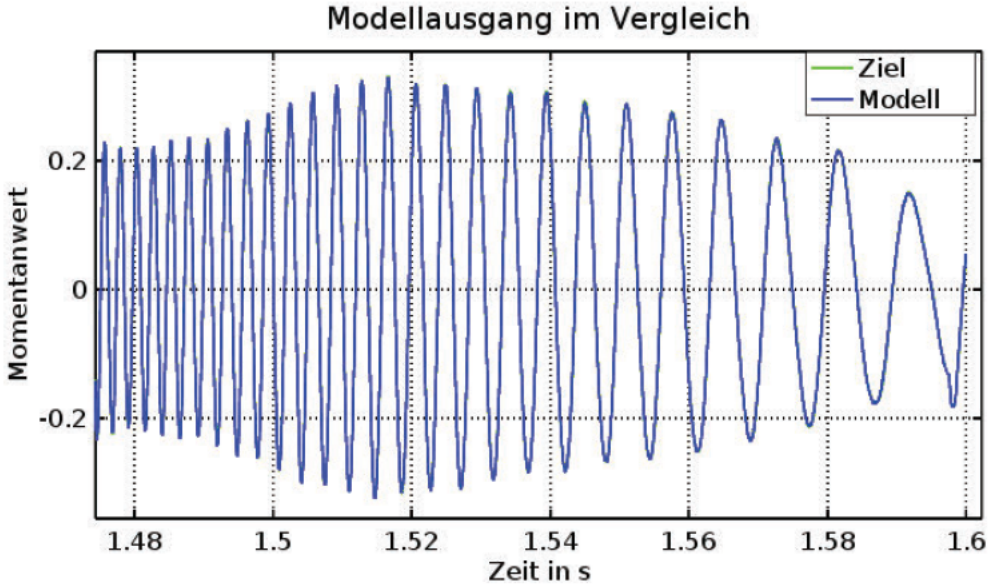

Abb. 32: Ausgangssignal des 3xFTF Modells für den Fostex 6301B.

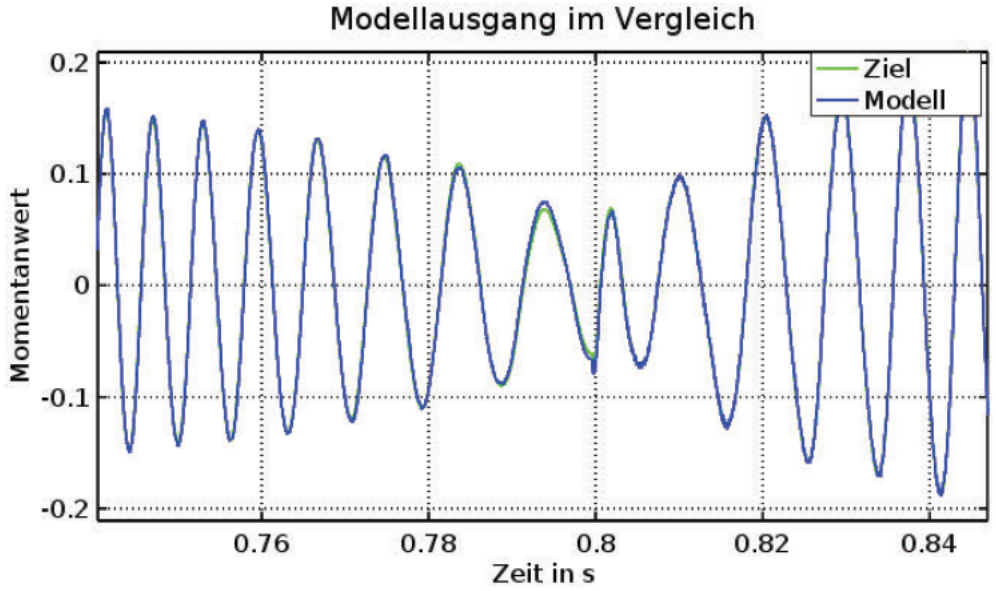

Abb. 33: Ausgangssignal des 3xFTF Modells für den Fostex 6301B.

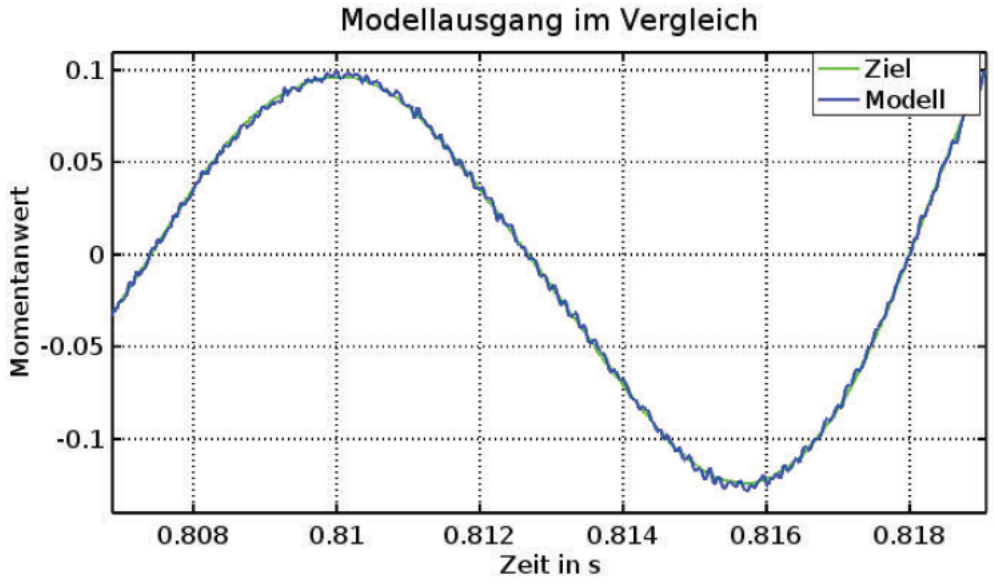

Abb. 34: Ausgangssignal des 3xFTF Modells für den Fostex 6301B.

Für das Modell mit dem geringsten Fehler (3xFTF) wurde eine virtuelle THD Messung gemäß Gleichung (3) auf Seite 6 durchgeführt. Hierbei wurde die THD Kurve an exakt denselben Frequenzen evaluiert wie auch der Lautsprecher bei der THD Messung. Die THD Kurve des Modells sowie die THD Kurve des Lautsprechers sind in der Abbildung 35 dargestellt. In dieser Abbildung sind auch die Kurven der Harmonischen Verzerrung für den ersten und zweiten Oberton dargestellt. Die Datenpunkte der Kurven des Lautsprechers wurden einer Datei mit der Endung „.spk“ entnommen, welche von der Software Monkey Forest erzeugt wurde. Diese Datei wurde mit Hilfe einer modifizierten Funktion aus der ITA Toolbox [21] ausgelesen.

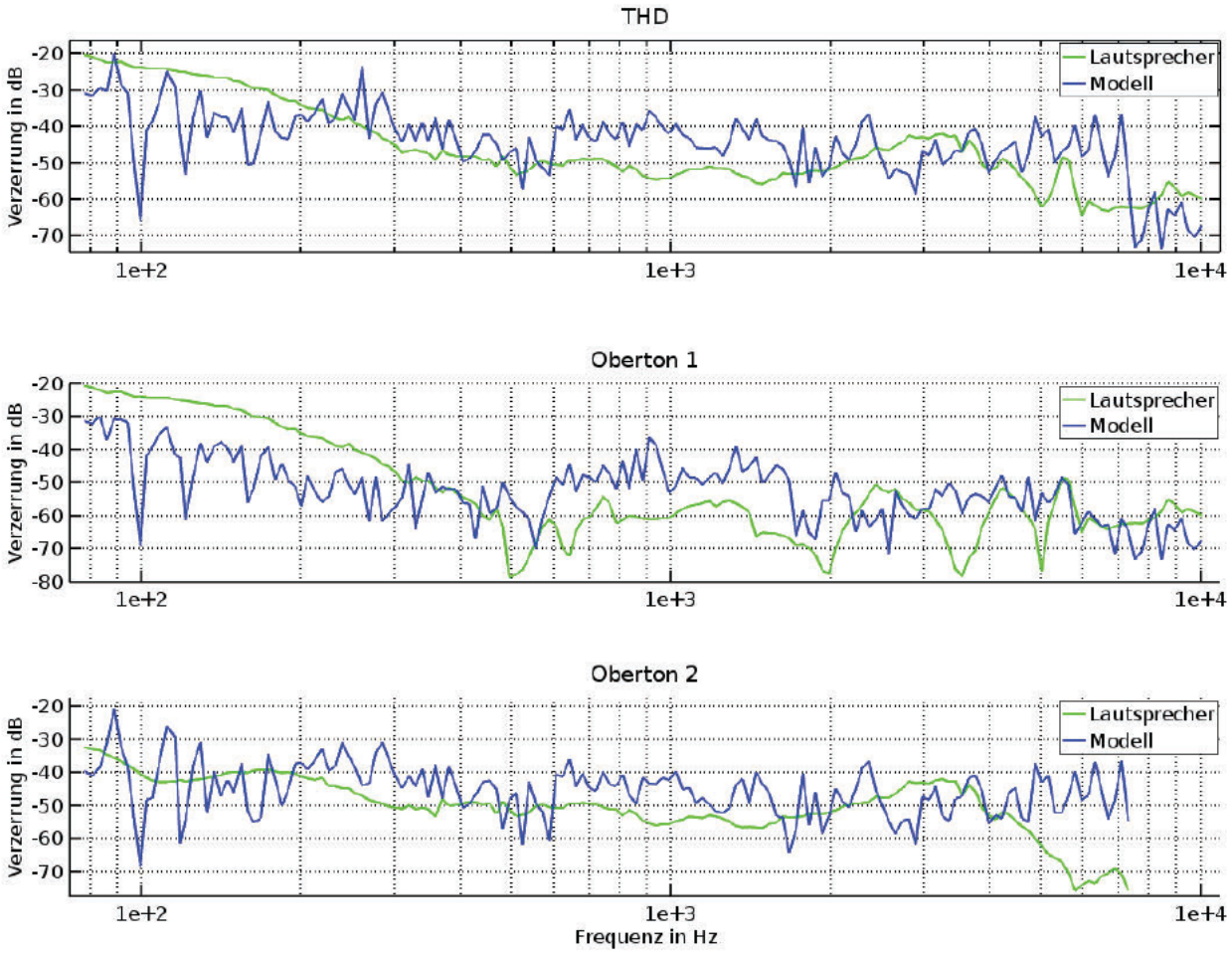

Abb. 35: THD Kurven des 3xFTF Modells (Filterlänge ist 8192 und Ordnung der Taylorpolynome ist 36) des Fostex 6301B sowie die THD Kurven des zugehörigen Lautsprechers.

5.4. Auswertung

In Tabelle 3 sieht man, dass das Modell mit dem geringsten Fehler einen relativen Fehler von -40,2 dB generiert. Damit ist der Effektivwert des Fehlers um das hundertfache geringer als der Effektivwert der Lautsprecherantwort. Dieser relative Fehler ist hinsichtlich des gegebenen Signal-Rausch-Abstandes von 54 dB nicht allzu weit vom hypothetisch erreichbaren Minimum entfernt, sodass dieses Ergebnis diesbezüglich als gut bezeichnet werden kann.

Die Abbildungen 31, 32 und 33 zeigen eine durchgehend große Übereinstimmung zwischen dem Ausgang des 3xFTF Modells auf das Anregungssignal und dem Ausgang des Lautsprechers. Insbesondere werden die einzelnen Sweeps unabhängig von der Amplitude gleichermaßen gut nachgebildet. Die einzige besorgniserregende Stelle, die in diesem Signal gefunden werden konnte, ist in Abbildung 34 zu sehen. Hier erkennt man, dass der gleitende Mittelwert des Modells zwar der Kurve des Lautsprechers entspricht, es ist aber eine Art Oszillation vorhanden. Da es sich um ein paralleles Modell handelt, erzeugt eines der drei Pfade die korrekte grüne Kurve, während die

anderen Pfade die besagten Oszillationen hinzufügen. Hierbei zeigt sich der Charakter des Optimierungskriteriums. Zwar sorgen die Oszillationen hier dafür, dass die Übereinstimmung schlechter wird, jedoch sorgen die beiden Pfade des parallelen Modells, die diese Oszillation einführen, dafür an anderen Stellen des Signals für eine umso größere Übereinstimmung. Der Trainingsalgorithmus hat hier die Oszillationen in Kauf genommen, da die Abweichung insgesamt klein ist, wenn man Abtastwert für Abtastwert vergleicht. Auf jeden Fall sorgen diese Oszillationen aber bei dieser Signalfrequenz dafür, dass bestimmte Obertöne viel stärker ausgeprägt sind, als sie es sein sollten, was grundsätzlich nicht gut für eine valide Modellierung ist.

In Tabelle 3 ist zu erkennen, dass die Ergebnisse unabhängig von der gewählten Struktur ähnlich gut sind. Wenn man sich den geringsten Fehler für jede Struktur anschaut, so stellt man fest, dass die Struktur mit dem größten Fehler lediglich 1,5 dB über der Struktur mit dem geringsten Fehler ist.

Bemerkenswert ist hier außerdem der Vergleich zwischen den FTF und FTFTF Modellen mit dem jeweils geringsten Fehler. Hier scheint ein FTF Modell im Vorteil zu sein. Bezieht man hingegen die Filterlänge mit ein, so ändert sich diese Sichtweise. So ist der Fehler des FTF Modells mit der Filterlänge von 8192 um 0,3 dB geringer als der Fehler des FTFTF Modells mit der Filterlänge von 4096, was als vernachlässigbar gering eingeschätzt werden kann. Die Anzahl der Filterkoeffizienten des besagten FTF Modells beträgt in der Summe aber 16384, während die Summe der Filterkoeffizienten des besagten FTFTF Modells nur 12288 beträgt. Da der Großteil der Rechenlast durch die Filter entsteht, kann das besagte FTFTF Modell trotz komplexerer Struktur mit weniger Rechenaufwand ein ähnliches Ergebnis wie das besagte FTF Modell erzielen, sodass das FTFTF Modell hier im Vorteil ist.

Interessant wird es, wenn man in Abbildung 35 die Kurven des Modells mit denen des Lautsprechers vergleicht. Hier zeigen sich erstaunlicherweise kaum Übereinstimmungen. Wenn man eine geglättete Trendkurve statt der Kurve des Modells einzeichnen würde, so könnte man zumindest sagen, dass die Kurven nicht in völlig anderen Wertebereichen liegen. Beide Kurven kreuzen sich des Öfteren. An manchen Stellen ist die Kurve des Modells zu hoch und an anderen Stellen ist sie zu niedrig. Auf jeden Fall muss man feststellen, dass trotz der guten Übereinstimmung im Zeitbereich kein valides Modell für den Lautsprecher gefunden werden konnte. Für die anderen Modelle ergibt sich ebenfalls keine signifikante Übereinstimmung der THD Kurven.

Auffällig in der Abbildung 35 ist, dass in den meisten Fällen die Werte des Lautsprechers sich nur geringfügig ändern, wenn sich die Frequenz geringfügig ändert. Die Kurven des Modells sind hingegen deutlich unstetiger.

Es stellt sich die Frage, wie die geringen Übereinstimmungen in den THD Kurven insbesondere in Hinsicht auf die guten Ergebnisse im Zeitbereich begründet werden können. Hierfür kann es zwei Erklärungen geben. Die erste Erklärung wäre, dass die

erreichte Übereinstimmung des Modellausgangs und der Lautsprecherantwort schlicht zu gering ist beziehungsweise der Fehlerwert noch zu groß ist. Anders gesagt, die Ergebnisse im Zeitbereich wären nicht so gut, wie sie oben beschrieben sind. Es könnte sein, dass zur Modellierung der Nichtlinearitäten, die sehr dezent sind, ein noch geringerer Fehler erzielt werden müsste. Wenn dies stimmt, so würde das bedeuten, dass ein optischer Vergleich generell schwierig wäre. An dieser Stelle muss man aber anmerken, dass der Fehler nicht allzu weit vom negierten Signal-Rausch-Abstand entfernt ist und somit auch nicht mehr viel Steigerungspotential besteht. Eine andere Frage wäre daher die, ob mit dem gegebenen Signal-Rausch-Abstand der Fehler überhaupt soweit reduziert werden könnte, dass sich eine gute Übereinstimmung der THD Kurven ergibt. Wäre dies nicht der Fall, so würde das bedeuten, dass die Nichtlinearitäten überhaupt nicht deutlich genug in der Lautsprecherantwort zu sehen sind und völlig oder zumindest teilweise vom Rauschen maskiert werden. Wäre dies der Fall, so wäre jedoch aus einem theoretischen Standpunkt heraus eine „perfekte“ Übereinstimmung, im Sinne der Limitierung durch das Rauschen, der Signale mit einem reinen Filter möglich. Allein die Tatsache, dass die Verwendung nichtlinearer Elemente in den Modellen eine zusätzliche Verringerung des Fehlers bewirkt, zeigt jedoch, dass die nichtlinearen Verzerrungen durch das Rauschen nicht völlig maskiert werden.

Eine zweite Erklärung der Abweichungen in den THD Kurven, welche als plausibler betrachtet wird, besteht darin, dass die Lautsprecherantwort und somit auch das Anregungssignal ungeeignet sind, um den Lautsprecher vollständig beschreiben zu können. Die Logik hinter dieser Erklärung besteht darin, dass wenn ein „valides“ Anregungssignal verwendet worden wäre und die Ausgabe des Modells sehr gut mit der Ausgabe des Lautsprechers übereinstimmen würde, die THD Kurven folglich ebenfalls gut übereinstimmen müssten. Da dies hier nicht der Fall ist, kann es sein, dass das Anregungssignal ungeeignet ist. Da alle relevanten Frequenzen in mehreren Amplituden im Signal vorhanden sind aber nicht in vielen verschiedenen Phasenwinkeln, wird an dieser Stelle vermutet, dass die einzelnen Sweeps die Frequenzen schlichtweg zu schnell durchfahren. Werden die Frequenzen langsamer durchfahren, so zeigen sich die individuellen nichtlinearen Verzerrungen der einzelnen Frequenzen ebenfalls deutlicher, was grundsätzlich gut für das Training ist. Für weitere Erläuterungen siehe Kapitel 3.6, wo eine ähnliche Diskussion bereits stattgefunden hat. Für diesen Erklärungsansatz spricht die folgende Analyse: Man betrachte dazu das Spektrum des Vorfilters des FTF Modells mit der Filterlänge 8192 in Abbildung 36. Da dieses Filter vor der nichtlinearen Funktion ist, entscheidet es darüber, welche Frequenzen mehr und welche Frequenzen weniger verzerrt werden. Hier zeigen sich periodisch auftretende Spitzen. Ein Vergleich mit der THD Kurve des Lautsprechers zeigt hier bereits, dass dieses Spektrum nicht passen kann, da die THD Kurve keine periodischen Spitzen aufweist. Interessant ist, dass es für jeden Bereich zwischen den Spitzen wiederum eine Spitze im Spektrum des Ausgangsfilters gibt (nicht dargestellt). Die Folgen periodischer Spitzen in beiden Spektren ergänzen sich zu einem relativ stetigen Frequenzgang. Anhand dieser

Informationen wird vermutet, dass während des Trainings folgendes passiert ist: Zunächst wurde der Frequenzgang des Lautsprechers größtenteils mit Hilfe des Ausgangsfilters modelliert. Anschließend wurden die nichtlinearen Verzerrungen modelliert. Hierfür wurden, neben der Anpassung der nichtlinearen Funktion, im Ausgangsspektrum bestimmte Frequenzen reduziert und gleichzeitig im Vorfilter angehoben. Die Frequenzen, die auf diese Art und Weise gewissermaßen in das Vorfilter „transferiert" wurden, sind gerade die Frequenzen, für welche überhaupt nichtlineare Verzerrungen beobachtet wurden. Folglich kann es sich dabei nur um Frequenzen handeln, die genügend große Momentanwerte im Anregungssignal beinhalten. Für alle anderen Frequenzen ist ein Transfer spektraler Energie in das Vorfilter nicht nötig gewesen, sodass er auch nicht stattfand.

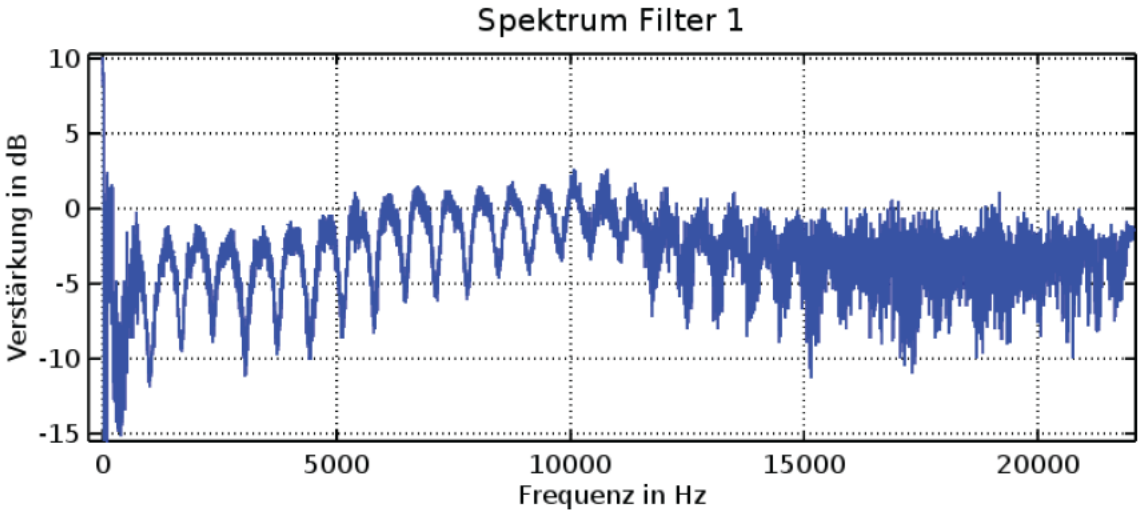

Abb. 36: Spektrum des Vorfilters des FTF Modells des Fostex 6301B mit einer Filterlänge von 8192.

6. Anwendungen

In diesem Kapitel werden einige Anwendungen der Modelle beschrieben. Voraussetzung aller Anwendungen ist selbstverständlich, dass zunächst ein geeignetes Modell für einen Lautsprecher gefunden werden konnte. Auch wenn dies im Rahmen dieser Arbeit zwar nicht erreicht werden konnte, so werden die Anwendungen als Motivation für die Modellierung beschrieben.

Zunächst können die Modelle verwendet werden, um Lautsprecher zu simulieren. Dies könnte zum Beispiel für den schnellen Vergleich mehrerer Lautsprecher in einem Hörversuch sinnvoll sein oder aus rein ästhetischen Gründen. Beispielsweise könnten Lautsprecher für E-Gitarren simuliert werden, bei welchen nichtlineare Verzerrungen als ästhetisches Merkmal eines Lautsprechers betrachtet werden [9].

Die Modelle können direkt analysiert werden, um mehr über einen Lautsprecher zu erfahren. So zeigt beispielsweise die Form der nichtlinearen Funktionen, ob eher gerade oder ungerade Harmonische erzeugt werden. Sind die Funktionen exakt punktsymmetrisch, so werden ungerade Harmonische erzeugt. Sind die Funktionen exakt spiegelsymmetrisch, so werden gerade Harmonische erzeugt [3]. Gerade Harmonische werden allgemein als angenehmer empfunden. Die Filter vor den nichtlinearen Funktionen können analysiert werden, um zu erfahren, welche Frequenzen stärker als andere verzerrt werden. Denkt man an die Diskussion in der Einleitung zum Thema ETHD zurück, dass die Struktur des Modells eigentlich unbekannt ist und kein einheitliches Modell für einen Lautsprecher angenommen werden kann, so fällt auf, dass man nun mit Hilfe des Modells beispielsweise eine sinnvollere Variante des ETHD einführen kann, indem man die Ausgangsfilter des Modells (letztes Filter eines seriellen Modells beziehungsweise die Filter vor der abschließenden Summe in einem parallelen Modell) streichen kann und anschließend eine THD Messung an dem so entstandenen Modell durchführen kann. Konkrete neue Messwerte für die Nichtlinearität eines Lautsprechers unabhängig vom Stimulus, welche durch das Modell erhalten werden können, werden in dieser Arbeit nicht präsentiert.

Man kann ein Modell der hier verwendeten Klasse leicht linearisieren. Durch das linearisierte Modell erhält man durch die Fouriertransformation der Impulsantwort direkt den Frequenzgang des Lautsprechers ohne negative Einflüsse der nichtlinearen Verzerrungen, die während der Aufnahme entstanden sind. Dadurch kann der Frequenzgang eines Lautsprechers mit verhältnismäßig großem Signal-Rausch-Abstand gewonnen werden, da der Schalldruckpegel des zu messenden Signals sehr groß gemacht werden kann, solange der Lautsprecher dies aushält und die Modellierung gelingt. Dasselbe ist auch mit einer einfachen Messung mit einem exponentiellen Sweep möglich [1], sodass diese Möglichkeit prinzipiell nicht neu ist. Es ist aber dennoch vorteilhaft, dass man damit als Nebeneffekt einen Frequenzgang erhält, der nicht durch nichtlineare Verzerrungen verfälscht ist. Eine Messung zur Bestimmung eines Modells

ist daher geeignet, um sowohl nichtlineares als auch lineares Übertragungsverhalten in einer Messung bestimmen zu können. Die Linearisierung wird in Abbildung 37 verdeutlicht und geschieht, indem die nichtlinearen Elemente des Modells gestrichen werden. Anschließend kann das linearisierte Modell in ein einziges Filter komprimiert werden, indem alle Elemente in Reihe gefaltet werden und alle so entstehenden parallelen Filter summiert werden.

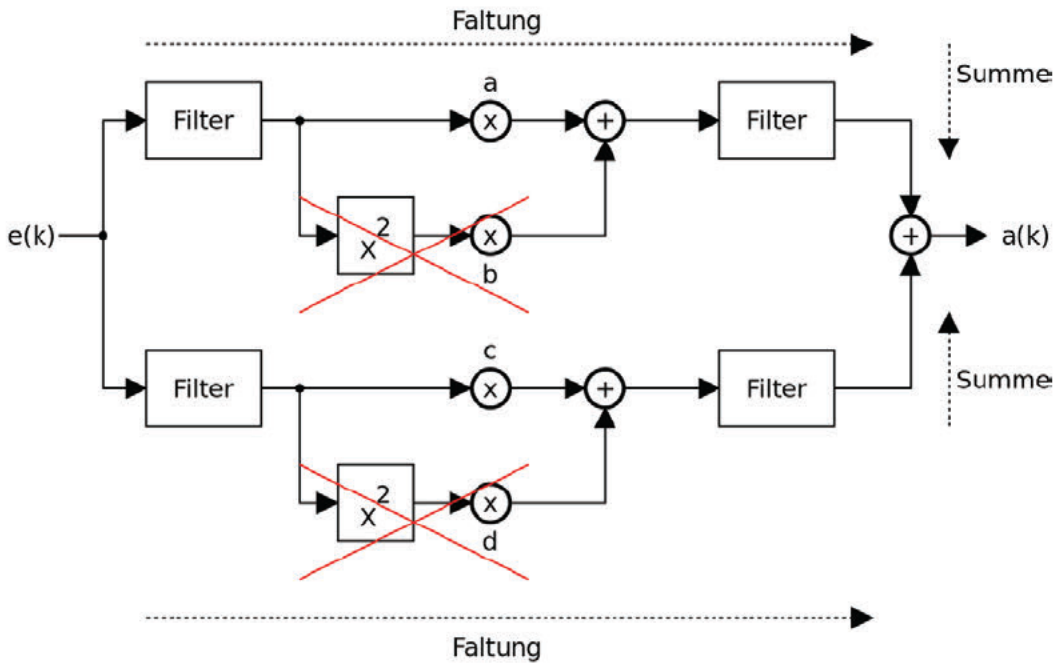

Abb. 37: Linearisierung eines 2xFTF Modells der Ordnung 2. *e*(*k*) ist der Eingang und *a*(*k*) ist der Ausgang.

Das linearisierte Modell bietet außerdem die äußerst interessante Möglichkeit, für ein Eingangssignal die entstehenden nichtlinearen Verzerrungen am Ausgang des Modells und somit am Ausgang des Lautsprechers vorhersagen zu können. Dies funktioniert, indem die Differenz zwischen dem Ausgang des Modells und dem Ausgang des linearisierten Modells berechnet wird. Dies wird in Abbildung 38 veranschaulicht. Die nichtlinearen Verzerrungen werden also als unerwünschtes additives Rauschen aufgefasst. Die nichtlinearen Verzerrungen sind aus diesem Grund ein eigenes Signal, welches man nach einer Normalisierung anhören kann. Interessant ist an dieser Stelle, dass man auf diese Weise leicht untersuchen kann, ab welcher Lautstärke in einem beliebigen Signal nichtlineare Verzerrungen hörbar werden, da man das Signal jeweils mit und ohne den nichtlinearen Verzerrungen in einem eins zu eins Vergleich anhören kann.

Zusätzlich kann der Effektivwert der nichtlinearen Verzerrungen ins Verhältnis zum Effektivwert des Ausgangssignals des linearen Modells gesetzt werden, um ein objektives Maß der Nichtlinearität für ein bestimmtes Eingangssignal zu erhalten, welches hier als relative Verzerrung eines Signals bezeichnet wird. Dies ist ebenfalls in Abbildung 38 dargestellt. Interessant ist hierbei, dass auch bestimmt werden kann, an

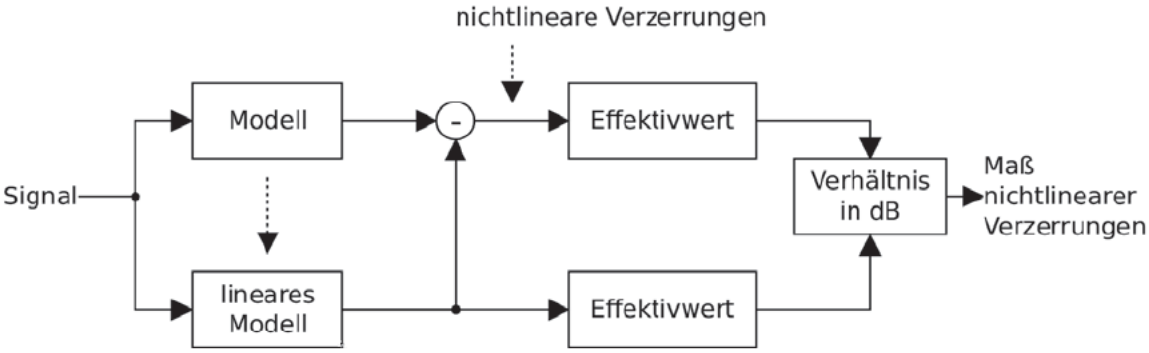

Abb. 38: Vorhersage der nichtlinearen Verzerrungen eines Signals am Ausgang eines Lautsprechers, für welchen ein valides Modell bekannt ist. Außerdem ist hier die Berechnung eines Einzahlenwertes integriert.

welchen Stellen des Signals stärkere und schwächere nichtlineare Verzerrungen auftreten, indem man die Effektivwerte nicht für die gesamte Signaldauer, sondern nur einen relativ kurzen Ausschnitt berechnet. So ergeben sich als Effektivwerte wiederum Signale, die ins Verhältnis gesetzt wiederum ein Signal ergeben. Als Beispiel wurde für das 3xFTF Modell des Fostex 6301B für einen 15 Sekunden langen Ausschnitt des Songs „Back Down South" der Band „King Of Leon" (Minute 3:04 bis 3:19) die relative Verzerrung für verschiedene Skalierungsfaktoren berechnet, was in Abbildung 39 dargestellt ist.

Die Berechnung der relativen Verzerrung gemäß Abbildung 38 kann für ein repräsentatives Signal durchgeführt werden. Hierfür könnte ein gefärbtes Rauschen verwendet werden, wobei der Frequenzgang und die Amplitudendichteverteilung repräsentativ für eine Gruppe von Signalen gewählt werden kann; zum Beispiel Musik oder Sprache.

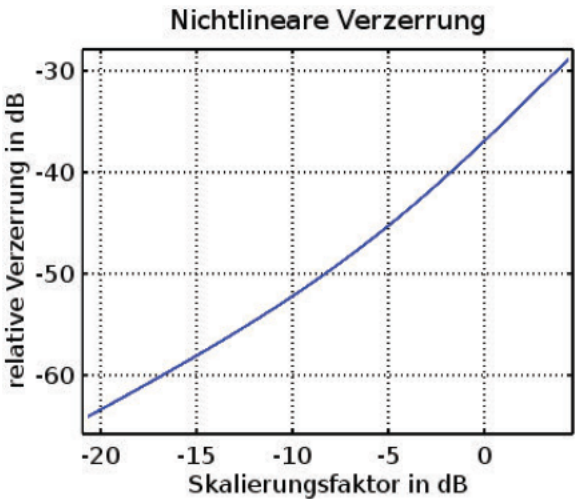

Abb. 39: Relative nichtlineare Verzerrung eines Songausschnittes „Back Down South" der Band „Kings Of Leon" (3:04 - 3:19) abhängig vom Skalierungsfaktor des Songausschnittes.

Die möglicherweise interessanteste Anwendungsmöglichkeit des Modells besteht in der Präkompensation des Lautsprechers, welches sowohl die linearen als auch die nichtlinearen Verzerrungen aus dem Signal entfernen kann. Ein Präkompensator verändert ein Signal so, dass es am Ausgang des Lautsprechers bis auf eine Verzögerungszeit wieder dem ursprünglichen Eingangssignal entspricht. Dafür wurden in dieser Arbeit zwei verschiedene Methoden ermittelt, um mit Hilfe eines Modells einen Präkompensator zu bestimmen.

Die erste Methode wird hier als indirekte Methode bezeichnet und ist schematisch in Abbildung 40 dargestellt. Hierbei besteht die Idee darin, vor das Modell ein weiteres

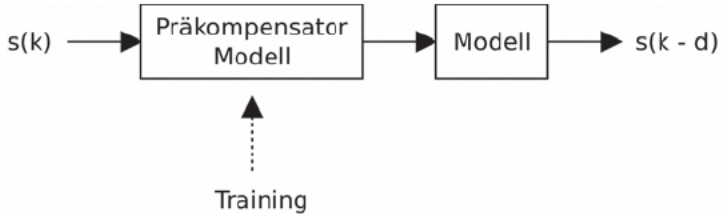

Abb. 40: Indirekte Methode zum Entwurf eines Präkompensators für ein gegebenes Modell. *s*(*k*) ist ein geeignetes Anregungssignal und *d* bezeichnet eine vorab definierte Verzögerung.

Modell zu schalten, welches anschließend mit den bereits bekannten Mitteln trainiert wird, um am Ausgang der Kaskade eine verzögerte Variante des Eingangssignals zu erzeugen. Hierfür muss eine Verzögerungszeit vorgegeben werden. Nach dem Training des Präkompensators kann diese Verzögerungszeit durch manuelle Modifikation der enthaltenen Filter minimiert werden. Während des Trainings werden die Parameter des Modells nicht angepasst. Das Modell wird lediglich gebraucht, um den Fehler zum Präkompensator zurückzurechnen. Die Leistung des Präkompensators hängt bei der indirekten Methode vom Erfolg des Trainings ab.

Die zweite Methode wird als direkte Methode bezeichnet. Bei dieser kann auf direktem Wege ein Präkompensator aus dem Modell bestimmt werden. Die direkte Methode funktioniert jedoch nur für rein serielle Modelle. Zumindest konnte kein Weg gefunden werden, die Idee auf parallele Modelle zu verallgemeinern. Die Idee der direkten Methode wird in Abbildung 41 für ein FTF Modell veranschaulicht. Der Präkompensator wird gebildet, indem zunächst die einzelnen Einheiten des Modells invertiert und anschließend in verkehrter Reihenfolge angeordnet werden. In Abbildung 41 ist direkt ersichtlich, wieso die Umkehrung der Reihenfolge der Elemente notwendig ist. Da die erste Einheit des Modells zuerst auf den Ausgang des Präkompensators angewendet wird, muss die Inverse der ersten Einheit des Modells als letztes im Präkompensator auftreten, sodass sich die erste Einheit des Modells und ihre Inverse gegenseitig aufheben können. An dieser Stelle muss jedoch gesagt werden, dass ein Präkompensator nur dann bestimmt werden kann, wenn die einzelnen Einheiten tatsächlich invertierbar sind. Für die Filter bedeutet das, dass im Spektrum keine Nullstellen vorhanden sein dürfen. Als Notlösung hierfür könnten die Nullstellen schlicht durch eine andere niedrige Zahl ersetzt werden. Für die Taylorpolynome bedeutet das, dass diese für Eingangswerte, die aus dem Training bekannt sind, entweder streng monoton steigend oder streng monoton fallend sein müssen. Taylorpolynome, für welche das nicht gilt, können dennoch invertiert werden, wobei der Eingangsbereich und der Ausgangsbereich entsprechend begrenzt werden muss. Die Leistung des Präkompensators hängt davon ab, wie gut die inversen Einheiten jeweils ihre Gegenseite kompensieren. Für die FIR Filter gilt, dass ein inverses Filter tatsächlich eine beliebig lange Impulsantwort aufweist und zusätzlich eine Verzögerungszeit notwendig sein kann. Die Invertierung der FIR Filter kann also nur näherungsweise

vorgenommen werden. Folglich muss die Leistung des Präkompensators am Ende getestet werden.

Als Beispiel wurde ein Präkompensator für das FTF Modell mit der Filterlänge von 8192 des Fostex 6301B entworfen. Hierbei ist das inverse Vorfilter ein FIR Filter der Länge 16384 und das inverse zweite Filter am Ausgang ein FIR Filter der Länge 65536. Die inversen Filter wurden über die Invertierung des komplexen zweiseitigen Spektrums und Anwendung der inversen Fouriertransformation bestimmt. Im Zeitbereich wurde für jedes Filter aus der zunächst übermäßig langen Impulsantwort ein geeigneter Bereich ausgeschnitten. Die inverse nichtlineare Funktion wurde über eine Nachschlagetabelle implementiert. Die Kaskade aus Präkompensator und Modell wurde auf dasselbe Anregungssignal angewendet, welches auch im Training verwendet wurde. Dies ist in Abbildung 42 dargestellt. Anhand des Ausgangssignals der Kaskade kann man erkennen, dass das Eingangssignal bis auf eine Verzögerungszeit gut nachgebildet wurde. Damit konnte nachgewiesen werden, dass diese Methode funktionieren kann.

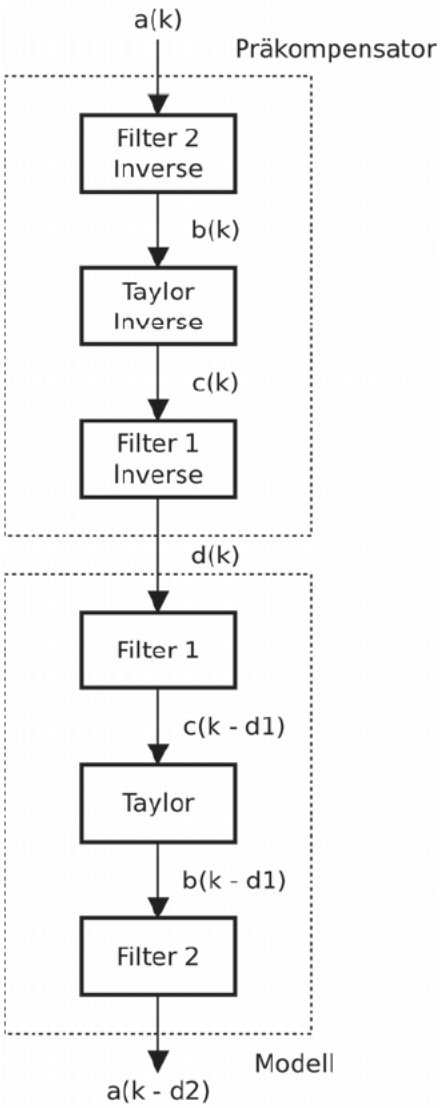

Abb. 41: Direkte Methode zum Entwurf eines Präkompensators für ein FTF Modell. *d*1 und *d*2 bezeichnen Verzögerungen.

Bei dem Entwurf des Präkompensators wurde wenig Wert auf die Optimierung der Filterlänge und der Verzögerungszeit gelegt. Der Entwurf eines Präkompensators mit möglichst wenigen Koeffizienten und wenig Verzögerung ist ein ingenieurstechnisches Problem für sich. Der Grund für die übermäßige Länge des inversen zweiten Filters besteht hier darin, dass das zweite Filter einen starken Abfall zu den tiefsten und höchsten Frequenzen hin aufweist, sodass das inverse Filter hier sehr große Verstärkungen aufweist, was wiederum zu starken Fenstereffekten führt, welche hier durch eine entsprechend große Fensterlänge reduziert wurden. Dies ließe sich auch durch eine Modifikation des inversen Filters im Frequenzbereich beheben. Gerade bei der Invertierung des zweiten Filters bestehen hier große Freiheiten, da dieses im Grunde den Frequenzgang bestimmt. So könnte die Verzögerungszeit beispielsweise dadurch minimiert werden, indem das inverse zweite Filter minimalphasig gemacht wird, wodurch das exakte Phasenverhalten des Lautsprechers aber ignoriert wird. In das inverse zweite Filter kann auch eine Geschmacksentzerrung integriert werden, wenn kein linearer Frequenzgang angestrebt werden soll.

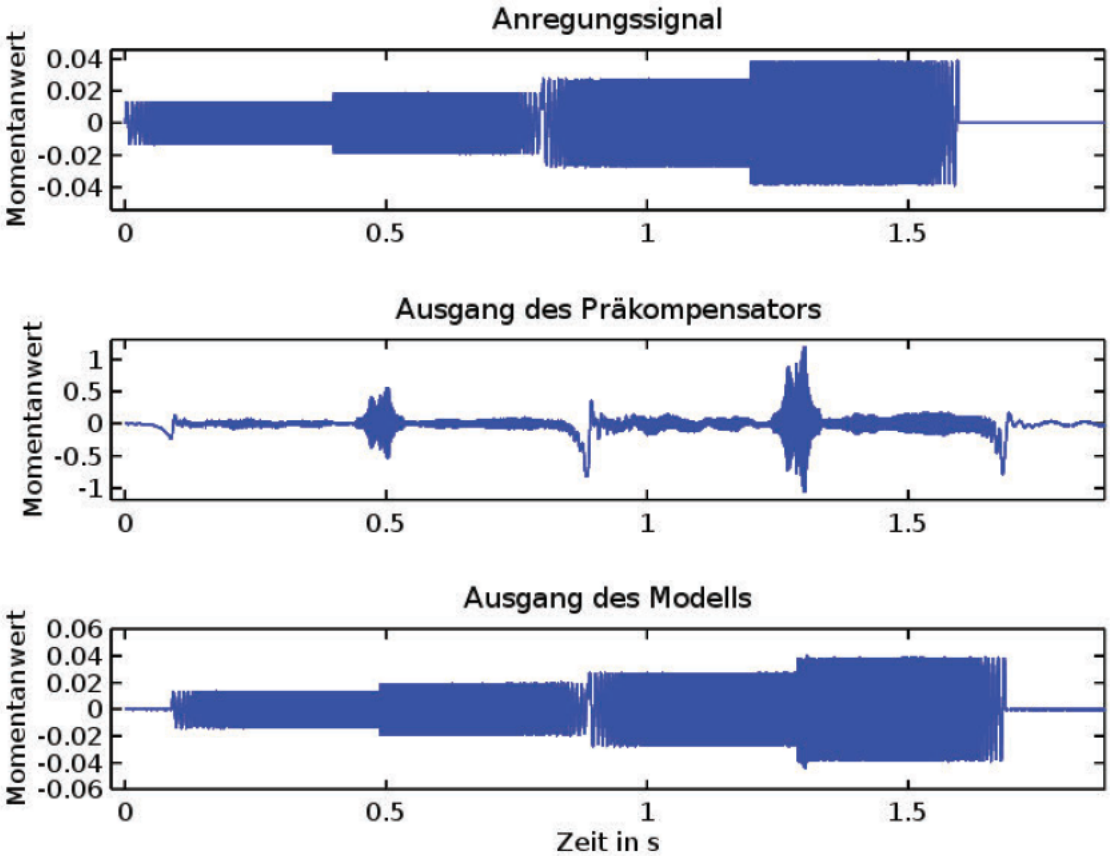

Abb. 42: Anwendung des Präkompensators für das FTF Modell mit der Filterlänge 8192 des Fostex 6301B. Das Anregungssignal entspricht dem aus dem Training.

Interessant ist, dass mit einer abgewandelten Form der direkten Methode auch nur die nichtlinearen Verzerrungen kompensiert werden können, wenn dies erwünscht ist. Hierfür kann das inverse Filter 2 in Abbildung 41 weggelassen werden.

7. Fazit

Ziel war die Modellierung von Nichtlinearitäten in Lautsprechern mit Methoden des maschinellen Lernens.

Es konnte demonstriert werden, dass das Gradientenabstiegsverfahren mit der vorgestellten Methode auf die betrachtete Klasse von Modellen grundsätzlich in realisierbarer Zeit angewendet werden kann. Hierbei hat sich aber herausgestellt, dass möglichst leistungsstarke Rechner verwendet werden sollten. Es bestehen außerdem noch Möglichkeiten, die Methode weiter auf Effizienz hin zu optimieren. So wird in der Software bisher kein Gebrauch von Parallelität gemacht. Gerade die Berechnungen bei parallelen Modellen könnten problemlos parallelisiert werden. Genauso könnten die partiellen Ableitungen nach den Parametern einer Einheit eines Modells berechnet werden, sobald das Ausgangsfehlersignal dieser Einheit bekannt ist. Währenddessen könnte der Fehler bereits weiter rückwärts durch das Modell ausgebreitet werden.

Positiv hervorzuheben ist, dass ohne Änderung der Methodik verschiedene Strukturen der Modelle getestet werden konnten. Auf diese Weise lautet die Fragestellung weniger, ob ein Lautsprecher durch eine konkrete Modellstruktur modelliert werden kann, sondern eher, ob ein Lautsprecher durch ein Modell der Klasse der Modelle, die in dieser Arbeit betrachtet wurden, beschrieben werden kann. Je komplexer das verwendete Modell ist (Länge der Filter; Ordnung der Taylorpolynome; Anzahl sowie Anordnung der Filter und Taylorpolynome), desto wahrscheinlicher ist es, dass ein Lautsprecher mit diesem beschrieben werden kann. Da die benötigte Trainingszeit mit zunehmender Komplexität des Modells zunimmt und damit die Modelle nicht unnötig komplex werden, erscheint es sinnvoll, zunächst mit einfachen Modellstrukturen zu beginnen. Die in dieser Arbeit verwendeten Modelle sind hinsichtlich der Komplexität beschränkt, da bei gegebenen Rechenkapazitäten die Zeit nicht ausgereicht hat, um komplexere Modelle zu trainieren.

Die Ergebnisse der konkreten Modellierung der beiden Lautsprecher sind nur bedingt zufriedenstellend. Für keinen der beiden Lautsprecher konnte ein valides Modell ermittelt werden. Jedoch zeigt das Training des Fostex 6301B, dass die Modellierung hinsichtlich der Lautsprecherantwort, die durch das Modell nachgebildet werden sollte, durchaus gut funktioniert hat. Es werden daher valide Ergebnisse erwartet, wenn mit entsprechend längeren Anregungssignalen gearbeitet wird, bei welchen die Frequenzen jeder Oktave langsamer durchgefahren werden, sodass jede Frequenz tatsächlich eine nichtlineare Verzerrung erfährt. Außerdem sollte sich die Startphase jedes verwendeten Sweeps aus demselben Grund möglichst von den Startphasen der anderen Sweeps unterscheiden, was beim Adam A7 überhaupt nicht der Fall war und beim Fostex 6301B nur teilweise, sodass hier ebenfalls noch Optimierungspotential besteht. Die schlechtere Übereinstimmung zwischen Modell und Lautsprecher beim Adam A7 im Vergleich zum Fostex 6301B könnte bedeuten, dass diese Methode bei starker Belastung des

Lautsprechers nicht mehr funktioniert. Das könnte mit thermischen Effekten zusammenhängen oder damit, dass das Verfahren bei zu starken nichtlinearen Verzerrungen möglicherweise nicht mehr funktioniert.

Eines der Hauptprobleme des Gradientenabstiegsverfahrens, welches im Erreichen lokaler Fehlerminima besteht, konnte im Rahmen dieser Arbeit für die betrachtete Klasse von Modellen zumindest teilweise gelöst werden. So ist zwar nach wie vor unklar, ob für ein bestimmtes Modell tatsächlich die beste Parameterkonstellation gefunden wurde, jedoch konnte gezeigt werden, dass durch die Zufallsvariation der Modelle bessere Ergebnisse erzielt werden können. Während der Entwicklung hat sich herausgestellt, dass hier scheinbar kleine Änderungen die Ergebnisse stark verändern können. Bei der Entwicklung war außerdem die Tatsache schwierig, dass die Taylorpolynome nach der Zufallsvariation sehr große Ausgangswerte erzeugen können, sodass hier Vorsichtsmaßnahmen getroffen werden mussten. Der festgelegte Algorithmus ist daher als eine Art Kompromiss zwischen Minimierung der Wahrscheinlichkeit des beschriebenen Problems und Einführung genügend starker Variationen zu verstehen. Bei der Zufallsvariation besteht daher ebenfalls noch Optimierungspotential.

Die Anwendungen zeigen, dass die Modellierung von Lautsprechern durchaus vielversprechend ist. Gerade die Möglichkeit, die nichtlinearen Verzerrungen zu kompensieren und somit den Klirrfaktor des Lautsprechers reduzieren zu können, hat großes Potential. Hier konnte eine erfolgreiche Präkompensation demonstriert werden. Ein sinnvoller Einzahlenwert zur Beschreibung der nichtlinearen Verzerrungen eines Lautsprechers unabhängig vom Stimulus anhand des Modells konnte nicht gefunden werden. Hier stellt sich die Frage, ob ein solcher Einzahlenwert unabhängig vom Stimulus festgelegt werden kann oder überhaupt Sinn ergibt.

Hinsichtlich der möglichen Anwendungen und erster Erfolge in dieser Arbeit, erscheint eine Weiterführung der Forschung in diesem Bereich sinnvoll zu sein. Für das Training könnten leistungsstärkere Rechner verwendet werden. Ein erster Schritt könnte die Optimierung des Verfahrens sein, wobei das Verfahren in einer effizienteren Programmiersprache wie etwa C oder C++ implementiert werden könnte. Dabei könnten mögliche Schritte parallelisiert werden. Hierbei bietet sich auch die Optimierung der Zufallsvariation des besten Modells an. Ein zweiter Schritt könnte in der Beantwortung der Frage bestehen, wie lang das Anregungssignal sein sollte beziehungsweise wie viel Zeit pro Oktave bei den exponentiellen Sweeps benötigt wird, damit die entstehenden Modelle valide werden, also gleiche THD Kurven wie der Lautsprecher erzeugen. Ein dritter Schritt könnte darin bestehen, zu ermitteln, bis zu welchem Grad nichtlinearer Verzerrungen die Modellierung funktionieren kann. Sobald valide Modelle gefunden werden, können konkrete Anwendungen aus dem Kapitel 6 getestet werden. Interessant wäre hier die Anwendung eines Präkompensators auf einen Lautsprecher und eine Untersuchung der Effektivität.

Die vorgestellte Methode wurde in dieser Arbeit zur Modellierung von Lautsprechern verwendet. Grundsätzlich kann diese Methode mit derselben Klasse von Modellen für jedes zeitinvariante nichtlineare System mit einem Eingang und einem Ausgang verwendet werden. Durch eine Modifikation der Modelle könnten aber auch zeitinvariante nichtlineare Systeme mit mehreren Eingängen und Ausgängen mit der vorgestellten Methode modelliert werden.

8. Quellen und Referenzen

[1] Müller, Swen und Massarani, Paulo: „Transfer-Function Measurement with Sweeps“. In: *J. Audio Engineering Society* 46 (6) (2001). S.443-471.

[2] Greenfield, Richard und Hawksford, Malcolm Omar: „Efficient Filter Design for Loudspeaker Equalization“. In: *J. Audio Engineering Society* 39 (10) (1991). S.739-751.

[3] Klippel, Wolfgang: „Loudspeaker Nonlinearities – Causes, Parameters, Symptoms“. In: *J. Audio Engineering Society* 54 (10) (2006). S.907-939.

[4] Shmilovitz, Doron: „On the Definition of Total Harmonic Distortion and Its Effect on Measurement Interpretation“. In: *IEEE Transactions Power Delivery* 20 (1) (2005). S.526-528.

[5] Brunet, Pascal und Shafai, Bahram: „New Trends in Modeling and Identification of Loudspeaker with Nonlinear Distortion“. In: *8th Int. Conf. Modeling, Simulation, Visualization Methods, Las Vegas, 2011*.

[6] Kaizer, A. J. M.: „The Modelling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by a Volterra Series Expansion“. In: *80th AES Convention, Montreux, 1986*. Preprint 2355.

[7] Klippel, Wolfgang: „Nonlinear Damping in Micro-Speakers“. In: *Proc. AIA-DAGA Conf. Acoustics* (2013). S.237-240.

[8] Schurer, Hans; Slump, Cornelis H. und Herrmann, Otto E.: „Second Order Volterra Inverses for Compensation of Loudspeaker Nonlinearity“. In: *Proc. Workshop Applications Signal Processing to Audio and Accoustics* (1995). S.165-168.

[9] Yeh, David T.; Bank, Balázs und Karjalainen, Matti: „Nonlinear Modeling of a Guitar Loudspeaker Cabinet“. In: *Proc. 11th Int. Conf. Digital Audio Effects (DAFx-08)* (2008). S.89-96.

[10] Bedrosian, Edward und Rice, Stephen O.: „The Output Properties of Volterra Systems (Nonlinear Systems with Memory) Driven by Harmonic and Gaussian Inputs“. In: *Proc. IEEE* 59 (12) (1971). S.1688-1707.

[11] Jang, Han-Kee und Kim, Kwang-Joon: „Identification of Loudspeaker Nonlinearities Using the NARMAX Modeling Technique“. In: *J. Audio Engineering Society* 42 (1) (1994). S.50-59.

[12] Rébillat, Marc; Hennequin, Romain; Corteel, Etienne und Katz, Brian: „Identification of cascade of Hammerstein models for the description of non-linearities in vibrating devices“. In: *J. Sound Vibrat.* 330 (5) (2010). S.1018-1038.

[13] Klippel, Wolfgang: „Nonlinear System Identification for Horn Loudspeakers“. In: *J. Audio Engineering Society* 44 (10) (1996). S.811-820.

[14] Chen, Hai-Wen: „Modeling and Identification of Parallel Nonlinear Systems: Structural Classification and Parameter Estimation Methods“. In: *Proc. IEEE* 83 (1) (1995). S.39-66.

[15] Nerrand, O.; Roussel-Ragot, P.; Personnaz, L. und Dreyfus, G.: „Neural Networks and Non-Linear Adaptive Filtering: Unifying Concepts and New Algorithms“. In: *J. Neural Computation* 5 (99) (1993). S.165-197.

[16] Werbos, Paul J.: „Backpropagation Through Time: What It Does and How to Do It“. In: *Proc. IEEE* 78 (10) (1990). S.1550-1560.

[17] Mozer, Michael C.: „A Focused Backpropagation Algorithm for Temporal Pattern Recognition“. In: Yves Chauvin und David E. Rumelhart (Hg.) *Backpropagation: Theory, Architectures and Applications*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1995. S. 137-170.

[18] Eaton, John W.; Bateman, David; Hauberg, Søren und Wehbring, Rik: *GNU Octave 4.0.0*, 2015. https://octave.org/doc/octave-4.0.0.pdf. Zugriff 10.07.2018.

[19] Miller, Mike et al.: GNU Octave S*ignal Processing Tools*, 2018. https://octave.sourceforge.io/signal/. Zugriff 10.07.2018.

[20] Moré, Jorge J. und Thuente, David J.: „Line Search Algorithms with Guaranteed Sufficient Decrease“. In: *ACM Transactions Mathematical Software* 20 (3) (1994). S.286-307.

[21] Berzborn, Marco; Bomhardt, Ramona; Klein, Johannes; Richter, Jan-Gerrit und Vorländer, Michael: „The ITA-Toolbox: An Open Source MATLAB Toolbox for Acoustic Measurements and Signal Processing“. In: *Proc. 43rd DAGA* (2017). S.222-225.