Fachgebiet Audiokommunikation

Audio communication group

Masterarbeit

Elektroakustisch optimierte Wiedergabe binauraler Signale

cand. M. Sc. Dipl.-Ing. (FH) Frank Schultz

[redacted]

Studiengang: Audiokommunikation -und technologie (WS07/08)

Gutachter:	Prof. Dr. phil. Stefan Weinzierl, TU Berlin
	Dr. phil. Hans-Joachim Maempel, TU Berlin
Betreuer:	Drs. M. A. Alexander Lindau, TU Berlin

kompiliert am: 12. April 2011, 19:09 Uhr
Thema ausgegeben am: 14. Oktober 2010
Arbeit abzugeben bis: 14. April 2011

Technische Universität Berlin, Fakultät I
Institut für Sprache und Kommunikation, Fachgebiet Audiokommunikation
Berlin, 2010/2011

Erklärung

Die selbstständige und eigenhändige Anfertigung versichere ich an Eides statt.

Frank Schultz
Berlin, 12. April 2011

Danksagung

Herzlichsten Dank an Alexander Lindau, Michael Makarski, Fabian Brinkmann, Zora Schärer, Sebastian Roos, Michael Horn, Max Röhrbein, Vera Erbes, Uta Funke, Birgit Pfaff (Endrich Bauelemente), Wolfgang Klippel & Aaron Heuschmidt (Klippel GmbH), Roman Scharrer & Janina Fels (ITA Aachen), Hans-Joachim Maempel & Stefan Weinzierl.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen **iii**

Formelzeichen **v**

1. Einleitung **1**
1.1. Motivation 2
1.2. Stand der Forschung 3
1.3. Pflichtenheft für einen extraauralen Kopfhörer 9

2. Theoretische Grundlagen **11**
2.1. Akustische Feldtheorie 11
2.1.1. Akustische Zustandsgleichungen und Wellen-Differentialgleichung . . 12
2.1.2. Kirchhoff-Helmholtz-Integral (KHI) 14
2.1.3. Rayleigh-Integral 18
2.1.4. Randelementmethode (BEM) 20
2.2. Filtertechnik 22
2.2.1. Zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Filter 2. Ordnung 23
2.2.2. Low Frequency Enhancement-Filter 27
2.2.3. Frequenzgangsinversion 32
2.3. Binaurale Aufnahme und Wiedergabe 34
2.3.1. Messung von HRTF 34
2.3.2. Messung von HpTF 38
2.3.3. Wiedergabe von HRTF mit HpTF 40
2.3.4. Messung der „Offenheit“ von Kopfhörern 41
2.3.5. Kopfhörereigenschaften für binaurale Reproduktion 44

3. Entwicklung des extraauralen Kopfhörers BK109 **45**
3.1. Treiberauswahl 45
3.1.1. Schallfeldanalyse und -synthese: Kolbenmembran in schallharter Wand 45
3.1.2. Bemusterung von Miniaturtreibern und Treiber-Selektion 60
3.1.3. Thiele-Small Parameter des Peerless P830983 61
3.2. Entwicklung des Lautsprechergehäuses 63
3.2.1. CAD Treibereinfassung und -schale 64
3.2.2. CAD Kopfhörerbügel 66
3.2.3. Modellierung und Herstellung des Prototypen 72

3.3. Signalkette und Messaufbau 73
3.3.1. Entwicklung eines VST-PlugIns für IIR-Filter 74
3.3.2. Messaufbauten 76

4. Messtechnische Validierung des BK109 **79**
4.1. Nahfeld-Frequenzgang ohne IIR-EQ & Gehäusefüllung 79
4.2. Elektrische Impedanz mit Gehäusefüllung 80
4.3. Nahfeld-Frequenzgang mit IIR-EQ & Gehäusefüllung, Sensitivity 81
4.4. Nichtlineare Verzerrungen 82
4.5. Kanalübersprechen 84
4.6. Intraindividuelle HpTF-Variabilität 85
4.7. Interindividuelle HpTF-Variabilität 88
4.8. „Free air equivalent coupling“ (FEC) 90

5. Fazit **95**
5.1. Zusammenfassung 95
5.2. Ausblick 96

A. Häufig benutzte Rhino-Befehle **97**

Abbildungsverzeichnis **100**

Tabellenverzeichnis **101**

Literaturverzeichnis **103**

Abkürzungen

ABS	Acrylnitril-Butadien-Styrol
ASIO	Audio Stream Input/Output, Steinberg Audio Protokoll
AZP	aktiver Zweipol
BEM	boundary element method
BK109	binauraler Kopfhörer, Nr. I, 2009
BRIR	binaural room impulse response
BRTF	binaural room transfer function
CAD	computer-aided design
DAW	digital audio workstation
DGL	Differentialgleichung, Differenzengleichung
FABIAN	fast and automatic binaural impulse response acquisition
FDM	fused deposition modeling
FEC	free-air equivalent coupling
FFT	fast fourier transformation
FG	Fachgebiet
HATS	head and torso simulator
HEAT	headphone electroacoustical transfer (function)
HpTF	headphone transfer function
HRIR	head related impulse response
HRTF	head related transfer function
IDR	interdecile range
IFAA	Institut für Akustik und Audiotechnik
ILD	interaural level difference
IQR	interquartile range
ISTA	Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik
ITA	Institut für Technische Akustik
ITD	interaural time difference
KH	Kopfhörer
KHI	Kirchoff-Helmholtz-Integral
KK	Kunstkopf
KS	Koordinatensystem
LTI	linear-time, invariant
OEM	original equipment manufacturer
PEP	personal equalization procedure

PEQ	parametric equalizer
PDR	pressure division ratio
PND	Pol-Nullstellendiagramm
PTF	headphone transfer function aus [Møl95a]
PZP	passiver Zweipol
RAR	reflexionsarmer Raum
SDK	software development kit
VP	Versuchsperson
VPn	Versuchspersonen
VAE	virtual acoustical environment
VST	virtual studio technology, Audio-Schnittstelle von Steinberg

Formelzeichen

$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$	Skalarprodukt zweier Vektoren
A	Fläche, Oberfläche, $[A]= \mathrm{m}^2$
A_0, A_1, A_2	Koeffizienten für $H(s)$
a	Kreismembran-Radius, $[a]= \mathrm{m}$
$\mathrm{a_i}$, $\mathrm{b_i}$	Koeffizienten für Filtercharakteristik
a_1, a_2	Koeffizienten für $H(z)$
B_0, B_1, B_2	Koeffizienten für $H(s)$
b_0, b_1, b_2	Koeffizienten für $H(z)$
c	Schallausbreitungsgeschwindigkeit, $[c]= \mathrm{m\,s^{-1}}$
$\mathbf{e_n}$	Einheitsnormalenvektor
$\mathbf{F}(\mathbf{x})$	Vektorfeld bzw. Flussdichte
f	Frequenz, $[f]= \mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$
f_g	Filter-Grenzfrequenz, $[f_g]= \mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$
f_m	Filter-Mittenfrequenz, $[f_m]= \mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$
f_s	Samplingfrequenz, $[f_s]= \mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$
k	Wellenzahl, Wellenkoeffizient, $[k]= \mathrm{rad\,m^{-1}}$
λ	Wellenlänge, $[\lambda]= \mathrm{m}$
$H(s)$	Übertragungsfunktion, Laplace-Bereich
$H(z)$	Übertragungsfunktion, z-Bereich
$h_n^{(2)}(x)$	sphärische Hankelfunktion 2. Art n-ter Ordnung
$h_n^{\prime(2)}(x)$	1. Ableitung der sphärischen Hankelfunktion 2. Art n-ter Ordnung nach x
j	imaginäre Einheit, $\mathrm{j}^2 = -1$
$J_n(x)$	Besselfunktion 1. Art n-ter Ordnung (Matlab: besselj)
$\mathbf{n}$	Normalenvektor
ω	Kreisfrequenz, $[\omega]= \mathrm{rad\,s^{-1}}$
$P_n(x)$	Legendre-Polynom n-ten Grades
P_{Wirk}	Wirkleistung, $[P_{\mathrm{Wirk}}]= \mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}$
$S_n(x)$	Struve'sche Funktion n-ter Ordnung
s	Variable für die Laplace-Transformation
t	Zeit, $[t]= \mathrm{s}$
τ_{GD}	Gruppenlaufzeit, $[\tau_{\mathrm{GD}}]= \mathrm{s}$
$U(\mathbf{x})$	Skalar- bzw. Potentialfeld
Z	elektrische oder akustische Impedanz
Z_0	Luftkennimpedanz, $[Z_0]= \mathrm{kg/m^2\,s^{-1}}$

$\underline{Z}_S$	Schallfeldimpedanz, $[\lvert\underline{Z}_S\rvert]= \mathrm{kg/m^2\,s^{-1}}$
$\underline{Z}_{r,s}$	spezifische Strahlungsimpedanz, $[\lvert\underline{Z}_{r,s}\rvert]= \mathrm{kg/m^2\,s^{-1}}$
$\mathbf{x}$	Ortsvektor
$\lvert\mathbf{x}\rvert$, $\lvert x\rvert$	Vektorbetrag, Betrag komplexe Zahl
z	Variable für die z-Transformation, Koordinatenachse im kartesischen KS

1. Einleitung

Dynamische, binaurale, kopfhörerbasierte akustische Simulationen [Fed07], [Vor08], [Nic10] können einen hohen Grad subjektiver Plausibilität oder gar Authentizität erzielen, wenn akquise- und synthesebedingte Artefakte nicht wahrnehmbar sind oder als nicht störend empfunden werden. Bei sogenannter Binauralsynthese wird davon ausgegangen, dass die Trommelfellschalldrücke sämtliche Informationen zum räumlichen Hören enthalten [Bla97], [Møl92]. Kann dieser Schalldruckverlauf mit Kopfhörern exakt reproduziert werden, ergibt sich in einer Simulation der ursprüngliche räumliche Eindruck. Zur Synthese beliebiger Trommelfellschalldrücke mit beliebigen Stimuli für ein und dieselbe Quelle/Raum/Senke-Szene ist es sinnvoll, sich den in der linearen Akustik verbreiteten Ansatz zu Nutze zu machen, die akustische Übertragung als LTI-System zu modellieren. Zur Charakterisierung dieser LTI-Systeme wird typischerweise die head-related impulse response (HRIR)/binaural room impulse response (BRIR) bzw. in der Bildebene die head-related transfer function (HRTF)/binaural room transfer function (BRTF) genutzt, wobei diese in der Literatur unterschiedlich definiert sein können. Die Faltung der 2-kanaligen HRIR/-BRIR (Abb. 1.1, rechts) mit einem beliebigen monauralen (nachhallfreien) Audiosignal prägt diesem Stimulus alle Informationen (ILD, ITD, spektrale Verzerrungen, diskrete Reflexionsmuster, diffuser Nachhall) bzgl. der Quelle/(Raum)/Kopf-Anordnung auf, die das menschliche Ohr zur räumlichen Wahrnehmung ebendieser Anordnung benötigt.
Es ist weitverbreiteter Konsens, bei im Freifeld mit weißer Quelle und geblocktem Ohrkanal gemessenen Außenohrübertragungsfunktionen von HRTF zu sprechen. In diesen Frequenzgängen ist dann nur der Einfluss des Kopfes samt Außenohr und eventuell des Torso bzw. Körpers enthalten. Hingegen meint man mit BRIR die Impulsantwort, in der Raumreflexionen und gegebenenfalls Quelleinflüsse zusätzlich in die HRIR eingefaltet sind. Die Begriffe HRIR und BRTF sind selten in Benutzung. Eine Messung von HRTF/BRIR erfolgt aus praktischen Gründen meist mit einem sogenannten head and torso simulator (HATS), dessen Abmessungen anthropometrischen Mittelwerten des Kopfes und des Torso entsprechen sollten. Der am Fachgebiet entwickelte FABIAN HATS ermöglicht automatisierbare Messungen von HRTF/BRIR-Datensätzen in allen rotatorischen Freiheitsgraden [Lin06] (Abb. 1.1, links). Für die Akquise und Synthese binauraler Audiosignale muss in der Praxis erheblicher Aufwand betrieben werden, um ein plausibles oder sogar authentisches Simulationsergebnis zu erhalten.

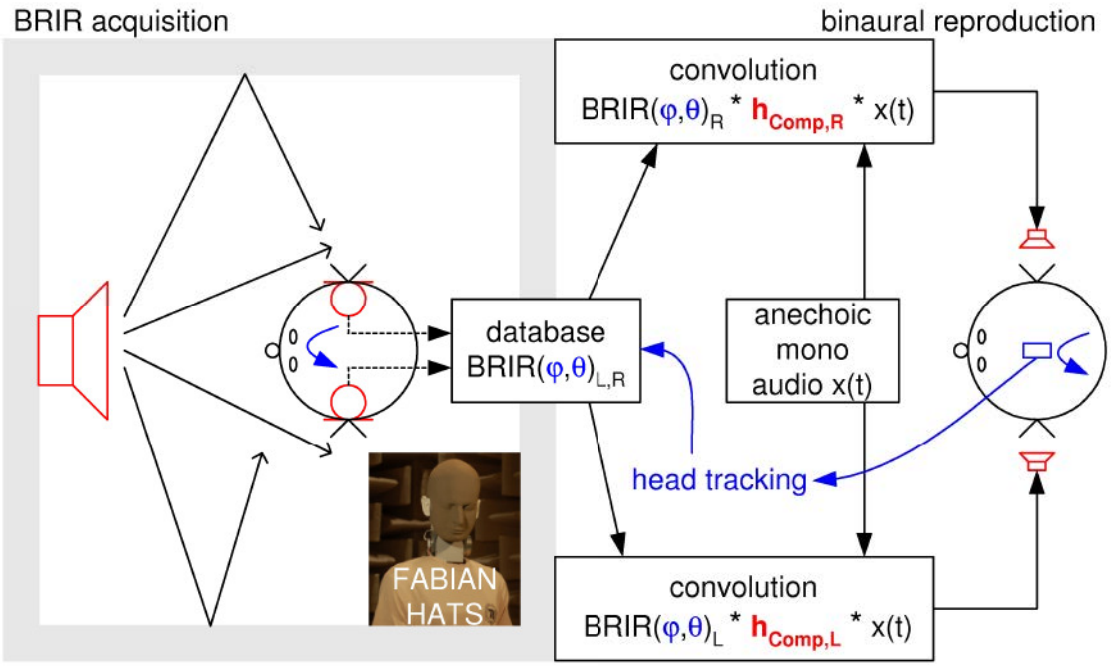

Abb. 1.1.: Akquise und Synthese binauraler Signale

1.1. Motivation

In den Impulsantworten HRIR/BRIR dürfen keinerlei Einflüsse der Aufnahme- und Wiedergabekette enthalten sein. Eine Linearisierung dieser Signalflusskomponenten macht das in Abb. 1.1 erkennbare Kompensationsfilter (rot) notwendig. Während elektronische Geräte, Aufnahmemikrofone und gegebenenfalls die Schallquellen relativ einfach zu linearisieren sind, ist die Güte der Kompensation der elektroakustischen Kopfhörerübertragungsfunktion (engl. headphone transfer function, HpTF) als sehr problematisch einzustufen. Typische Kopfhörer sind im Hinblick vergleichbarer Ergebnisse mit Stereolautsprecherwiedergabe auf eine Diffus- oder Freifeldentzerrung [San80], [Too84] optimiert. Da es allenfalls Standardisierungsempfehlungen [The86], jedoch keine verbindlichen Standards gibt, unterscheiden sich die HpTF verschiedener Kopfhörermarken und sogar -modelle ein und desselben Herstellers beträchtlich [Møl95a], [Sch09a]. Diese, für binaurale Reproduktion unerwünschte „Geschmacksentzerrung“ muss rückgängig gemacht werden, da nicht linearisierte HpTF-Amplitudenverläufe eine ähnliche Größenordnung wie HRTF aufweisen können und bei fehlender oder unzureichender Kompensation unmittelbar auf ILD und reproduziertes HRTF-Spektrum wirken. Die Untersuchungen [Møl95a], [Sch09a] zeigten zudem, dass die getesteten extra- und circumauralen Kopfhörer bezüglich unterschiedlicher Aufsetzpositionen und Passgenauigkeit intra- und interindividuell stark frequenzgangsvariant und für eine perfekte Frequenzgangskompensation ungeeignet sind. Die größte Variabilität kann im Allgemeinen dem Frequenzbereich >4 kHz durch variierende Peaks und Notches hoher Güte und Amplitude zugeschrieben werden. Zudem weist der Frequenzbereich <300 Hz

bei, auf Druckkammerprinzip basierenden, geschlossenen Kopfhörer eine starke Frequenzgangsvariabilität durch unterschiedliches Leakage auf.

Forschungs- und Entwicklungsaufgabe dieser Arbeit

Für die Wiedergabe binauraler Signale wird eine lineare Kopfhörerübertragungsfunktion angestrebt. Eine einfachere Individualentzerrung der HpTF kann mit einem extraauralen, frequenzgangsneutralen Kopfhörer [Too84], [Ric90], [Møl95a] erzielt werden. Ein Prototyp, der diesen Ansprüchen genügen soll, wurde im Rahmen dieser Arbeit verwirklicht, um das am Fachgebiet entwickelte virtual acoustical environment (VAE) [Lin07a], [Lin07b] bzgl. des direkten Vergleichs dynamischer, binauraler Simulationen mit der akustischen Realität weiter in Richtung einer signifikanten Ratewahrscheinlichkeit von 50% zu optimieren.

1.2. Stand der Forschung

Wichtige Beiträge hinsichtlich der Messverfahren von HpTF, der HpTF-Kompensation im Kontext der Binauraltechnik und Diskussionen zur Diffus-/Freifeldentzerrung werden hinfort exzerpiert. Dabei schien eine Auflistung in chronologischer Erscheinungsreihenfolge sinnvoll.

- [Sha66] ist eine frühe Arbeit des Autors. Es wurden HpTF supra- und circumauraler Kopfhörer auf echten Ohren und Ohrkupplern vermessen. Er beobachtet große intraindiviudelle Frequenzgangsvariabilität (in den hohen Frequenzen bis zu 10 dB, Abb. 4), stellt fest, dass im Frequenzbereich 500 Hz-2500 Hz (Sprache) die inter- und intraindividuellen Messvarianzen in einem 2 dB-Bereich liegen. Zudem zeigt er den prinzipiellen HpTF-Unterschied zwischen supra- und circumauralen Bauarten auf und findet eine große Ähnlichkeit aller getesteten Kopfhörer-HpTF mit einer gemittelten ±90°-Nahfeld-HRTF. Er resümiert, dass die getesteten Kopfhörer und Messmethoden durchaus für den Sprachfrequenzbereich ausreichende Ergebnisse liefern, für andere Anwendungen aber spezielle Kopfhörer entwickelt werden sollten und die Anwendung von Ohrkupplern, statt Messungen auf echten Ohren u. U. falsche Ergebnisse liefern kann.

- [Dom75] ist ein früher Versuch automatischer Kompensation von positionsabhängigen HpTF-Varianzen für binaurale Reproduktion. Der Autor spricht von akustischer Balance an den Ohreingängen. Mittels eines 500 Hz-Sinustones und in die Kopfhörermuscheln integrierte Mikrofone können die beiden Kopfhörerkanäle in Amplitude bis auf 0.1 dB und in der Phase bis auf 0.2° interaural und monofrequent abgeglichen werden. Es waren interindividuelle Kanalasymmetrien von bis zu 3 dB/20°, eine intraindividuelle Kompensationsvariabilität bis zu 1.5 dB/10° und ein Kompensationsdrift von <0.5 dB/3° beobachtbar.

- [San80] stellt fest, dass die Diffusfeldentzerrung der getesteten KH für das benutzte Wiedergabesetup als unzureichend eingestuft werden muss, um Lautsprecher- und Kopfhörerreproduktion ähnlich zu empfinden. Er stellt eine Messmethode vor, die eine individuelle Geschmacksentzerrung von KH ermöglicht und für weitere Verbreitung nahelegt. Ein lineares Stereowiedergabesystem mit einem linear empfundenen Schallfeld in einem kleinen, nachhallfreien Raum wird benutzt um die BRTF einer VP zu messen. Im Artikel HEAT-Kurve genannt, ist es die elektroakustische Übertragungsfunktion von Raum, Lautsprecher und Ohr, die es bei Kopfhörerreproduktion des Schallfeldes nachzuahmen gilt. Dazu wird zunächst die HpTF der VP gemessen und kompensiert. Mittels einer personalisierten Entzerrung (PEP) wird dann eine individuelle Geschmacksdiffusfeldentzerrung erzielt. Der Autor schlägt schlussendlich vor, Kopfhörer mit linearem Frequenzgang herzustellen und eine gewünschte Frei-/Diffus- oder andere Geschmacksentzerrung individuell über Messung von HEAT/HpTF und PEP einzustellen.

- [Hel81] dokumentiert intra- und interindividuelle Frequenzgangsvarianzen des Freifeldübertragungesmaßes verschiedener Kopfhörer im Vergleich mit dem HATS KEMAR und bestätigt bekannte Ergebnisse von großen Schwankungen im tief- und hochfrequenten Bereich.

- [Too84] gilt als gute Zusammenfassung des Wissensstandes Mitte der 1980er Jahre, sowohl für, die durchaus unterschiedlichen, Anforderungen der Kopfhörerwiedergabe bei binauraler Reproduktion, bei stereophoner Studioproduktion und der Audiometrie. „In many audio components, meeting different design objectives is simply a matter of competent engineering. In headphones it has been largely a matter of trial and error. The problem is ears - they are all different.“ [Too84], S. 2. Er dokumentiert eigene Messungen und vergleicht mit früheren Ergebnissen bezüglich des Unterschiedes echtes Ohr vs. Ohrkuppler bei verschiedenen Kopfhörertypen. Dabei bestätigt er intra- und interindividuell starke HpTF-Variabilitäten und diskutiert ausführlicher das Bassleakageproblem. Ein extraaurales KH-System (H4) zeigt durch fehlendes Leakage am wenigsten tieffrequente Variabilität in der HpTF und verglichen mit den anderen KH bis 1.5 kHz den linearsten HpTF-Verlauf. Individuell gemessene HpTF ließen sich technisch als auch qualitativ perzeptiv in zwei Gruppen unterscheiden. Einer KH-Gruppe standen die VPn wohlwollend, der anderen eher ablehnend gegenüber. Dies korreliert in den gemessenen HpTF-Verläufen und bestätigt die Notwendigkeit einer Diffusfeldentzerrung, wie in [San80].

- [Ste84] arbeitet die notwendige Frei- bzw. Diffusfeldanpassung für Rundfunkmonitorkopfhörer heraus und dokumentiert speziell für den, als Bezug-Kopfhörer vorgeschlagenen, STAX SR-Lambda die entwickelten Filter.

- [The86] stellt Freifeldentzerrung von KH durch Erklärung des räumlichen Hörens mit einem Assoziationsmodell und Ergebnissen aus Hörversuchen prinzipiell in Frage. Stattdessen sollte eine Diffusfeldentzerrung erfolgen, die aus gemittelten BRTF

(wobei diese im Artikel nicht so genannt werden) erzeugt wird. Weiterhin erläutert er, dass der Lautheitsvergleich zwischen KH- und Stereolautsprecherwiedergabe nicht geeignet ist, um Rückschlüsse auf eine geeignete Diffusfeldentzerrung zu gewinnen und motiviert so zunächst HpTF-Messungen von VPn und eines KK verschiedener KH. Qualitative Hörtests mit verschiedenen KH und verschiedenen Entzerrungen der HpTF (Freifeld, gemitteltes Diffusfeld, keine Entzerrung) zeigten eine Präferenz für die gemittelte Diffusfeldentzerrung, zudem wurde messtechnisch und perzeptiv festgestellt, dass die Diffusfeldentzerrung des getesteten STAX SR Lambda Professional der gemittelten Diffusfeldentzerrung am ehesten entspricht und der perzeptive Unterschied zwischen beiden im Vergleich zu anderen KH nicht so stark ausfiel (siehe [Ste84]). Aus den Ergebnissen und Erkenntnissen wird eine Standardisierung für KH-Frequenzgänge angestrebt.

- [Ric90] stellt den etxraauralen Kopfhörer AKG K 1000 vor. Ausgehend von Überlegungen das Ohr möglichst wenig mechanisch und akustisch zu belasten, wurde eine fast freihängende, speziell entwickelte, als Dipol arbeitende Membran in ein extraaurales Kopfhörerkonzept integriert. Der KH besitzt intentional einen linearen Frequenzgang, wenn man mit einem Messmikrofon wenige Zentimeter vor der freistrahlenden Membran misst. Mit dem in [Per90] vorgestellten BAP 1000 Signalprozessor in Verbindung mit dem K 1000 wird versucht eine binaurale Simulation eines idealen Abhörraums zu realisieren. Der damalige Stand der Technik ermöglichte nur die Synthese des Direktschalles und einer Reflexionen pro Kanal denen unterschiedliche HRTF aufgeprägt sind. Der Prozessor bietet die Möglichkeit unterschiedliche vorkonfigurierte, sowie selbst gemessene HRTF-Datensätze zu benutzen. Eine Kompensation der individuellen Nahfeld-HRTF des K 1000 findet nicht statt. Es wurden Authentizitätsversuche durchgeführt. „Unter bestimmten Voraussetzungen (keine Kopfbewegungen, keine „fühlbaren“ Baßanteile) konnte nicht unterschieden werden, welches der beiden Systeme jeweils aktiv war! Es wurde fast immer die Kopfhörerwiedergabe bevorzugt, die dabei oft für die Lautsprecherwiedergabe gehalten wurde.“ S. 476, [Per90]. Bis auf die fehlende Nahfeld-HRTF-Kompensation und die technisch bedingten Restriktionen wurden hier viele Ideen verwirklicht, die derzeit wieder in den Blickwinkel aktueller Forschung rücken. AKG hat bis jüngster Zeit mit der HEARO-Geräteserie versucht, räumliche Wahrnehmung mittels Kopfhörerwiedergabe 'unter die Leute' zu bringen. Leider wurde die Benutzung eines extraauralen KH als wichtiger Aspekt nicht weiter verfolgt. Die Tatsache, dass der K 1000 nicht mehr lieferbar ist, macht schlussendliche die vorliegende Arbeit notwendig einen extraauralen KH für Forschungszwecke zu entwickeln.

- [Møl92] trägt die fundamentalen Kenntnisse zur binauralen Aufnahme und Wiedergabe zusammen. Desweiteren wird ein vereinfachtes elektrisches Ersatzschaltbild entwickelt, in dem das auf Ohreingang, Ohrkanal, sowie Trommelfell eintreffende Schallfeld die Messvorschrift für HRTF oder BRIR erklärt. Es wird zunächst durch Rechnung bewiesen, dass für bestimmte Annahmen eine Messung des Schalldrucks

am geblocktem Ohrkanal ausreicht, um auf den Trommelfellschalldruck zu schließen. Mit einem weiteren Ersatzschaltbild werden KH-Gütekriterien und Entzerrungsmöglichkeiten für die binaurale Kopfhörerwiedergabe eingeführt und diskutiert.

- [Rya95] beschreibt die Messungen von HRTF eines HATS und HpTF des HATS für einen circumauralen und einen intraauralen KH. Die HpTF des circumauralen KH zeigen positionsabhängig starkes Leakage und hochfrequent Verschiebungen von Notches/Peaks. Beide Effekte treten beim intraauralen Kopfhörer weniger stark in Erscheinung. Die Autoren schließen deswegen, dass intraaurale KH zur binauralen Reproduktion besser geeignet seien, verkennen hier aber das von [Møl92, Møl95a] eingeführte FEC-Kriterium. Aus einem informellen Hörtest konnte mit dem intraauralen, kompensierten KH eine Externalisation mit richtiger Lokalisation ohne spektrale Färbung konstatiert werden. Ungenügend kompensierte HpTF und nichtdynamische Synthese werden im Gegensatz zur Verwendung von nichtindividuellen HRTF als dominierende Artefakte bei binauraler Reproduktion angesehen.

- [Møl95a] greift die aus [Møl92] gewonnenen Erkenntnisse auf. Es erfolgt der Vorschlag Messungen am geblockten Ohrkanal zu bevorzugen, wenn der verwendete KH das FEC-Kriterium erfüllt. Das sogenannte „free air equivalent coupling“ (FEC)-Kriterium geht aus den Überlegungen in Kap. 3.4 in [Møl92] hervor. Dort wurden Kopfhörer, deren akustische Strahlungsimpedanz möglichst der Freifeldimpedanz entsprechen, und damit das Ohr akustisch nicht belasten, offene Kopfhörer genannt. Mit der wichtigen Kopfhörermaßzahl 'pressure division ratio' (PDR) kann das FEC-Kriterium quantitativ erfasst werden. Das Verhältnis PDR als Frequenzgang gibt Aufschluss wie stark die Kopfhörerimpedanz, die der Ohreingang „sieht“, von der eigentlich gewünschten Schallfeldimpedanz abweicht. Für binaurale Reproduktion sollte PDR$\approx$1 angestrebt werden. Es wurden HpTF (im Artikel PTF) und PDR mehrerer KH und VPn gemessen, die intra- und interindividuelle HpTF-Variabilität aufgezeigt und anhand der aufgestellten Gütekriterien die Tauglichkeit der getesteten KH zur binauralen Reproduktion diskutiert, wobei sich herausstellt, dass keiner der verwendeten KH alle Gütekriterien optimal erfüllt. Auffällig und besonders motivierend für diese Arbeit ist das interindividuell am wenigsten auftretende Bassleakage des extraauralen KH BALL (Abb. 6). Der extraaurale KH AKG K 1000 weist zudem die geringsten Schwankungen in der PDR auf.

- [Møl95b] erklärt ein Verfahren mit dem basierend auf physikalischen Messungen von HRTF (Freifeld), BRTF (in einem halligen Raum) und HpTF eine objektiv bewertbare Diffus-, Freifeld oder andere Geschmacksentzerrung (Mischung aus Diffus- und Freifeld, „combined“) erfolgen kann. Die unterschiedlichen Frequenzgangsziele entstehen dabei durch die unterschiedliche Gewichtung von individuell gemessenen HRTF und/oder BRTF. Die resultierenden Entzerrungsfilter zeigen Ähnlichkeiten mit den Frequenzgangszielen in [Too84], [San80]. Außerdem wird gezeigt, dass viele der gemessenen diffusfeldentzerrten KH stark vom objektiv ermittelten Diffusfeldentzerrungsziel abweichen.

- [Møl95c] stellt basierend auf den Messvorschriften [Møl92] eine Messreihe von HRTF vor und vergleicht die Ergebnisse mit früheren Studien bzgl. geblocktem und ungeblocktem Ohrkanal. Es wird festgestellt, dass Messungen am geblockten Ohrkanal ausreichend sind, um alle Richtungsinformationen zu erfassen. Zudem kann die Erkenntnis gezogen werden, dass HRTF-Amplitudenverläufe (Abb. 13 in [Møl95c]) eine gleiche Größenordnung wie HpTF (vgl. Abb. 6 in [Møl95a]) aufweisen. Erfolgt binaurale Wiedergabe also mit einem nicht kompensierten KH mit typischer Diffusfeldentzerrung wird das zu reproduzierende HRTF-Spektrum durch die HpTF entscheidend verfärbt und damit die Simulationsqualität stark beeinträchtigt.
- [Pra96] stellt eine Untersuchung vor, die zeigt, dass im Frequenzbereich 4-20 kHz starke Abweichungen der ILD bis zu 5 dB resultieren können, wenn eine gemessene HRTF mit nichtindividueller HpTF kompensiert wird.
- [Kul00] zeigt, dass mit individueller HpTF-Kompensation der Einfluss eines dynamischen, circumauralen KH in einer binauralen Reproduktionssignalkette vollständig eliminiert werden kann, bei generischer HpTF-Kompensation und unterschiedlicher Aufsetzposition hochfrequent hingegen Fehler >10 dB resultieren können. Ein [Møl92]-ähnliches KH-Ohr-Kupplungsmodell, wird um die Leakage- und KH-Pinnakopplungsimpedanz erweitert, um die positionsabhängigen Kompensationsfehler (Leakage im LF und variierende Notches/Peaks im HF) zu erklären.
- [McA02] stellt für interindividuelle HpTF-Messungen eine Standardabweichung von 9 dB fest. Der restliche Artikel ist methodisch fragwürdig.
- [SM05] benutzt zur individuellen HpTF-Kompensation ein adaptives Wiener-Filter und weist nach, dass damit die Lokalisation und Externalisation unter Benutzung eines circumauralen, dynamischen Kopfhörers sowohl bei Verwendung nichtindividueller BRIR (KEMAR) als auch individueller BRIR verbessert werden kann.
- [Ćirić06] ist eine methodisch ähnliche Studie wie [Møl95a] für Kopfhörer, die in der Audiometrie zur Anwendung kommen. Sie bestätigt die starke inter- und intraindividuelle Frequenzgangsvariabilität circum- und supraauraler Kopfhörer in den tiefen und hohen Frequenzen und starke individuelle Abweichungen bis zu ± 20 dB von PDR=1 für Frequenzen oberhalb 1 kHz.
- In [Sch08],[Sch09a],[Sch09b] wurden verschiedene Entzerrungsmethoden im Kontext der HpTF-Kompensation technisch und perzeptiv untersucht. In einem Hörversuch wurde ein echtes Schallfeld mit binauralen Simulationen im ABC/HR-Versuch für verschiedene kritische Stimuli verglichen. Die binauralen Simulationen erfolgten jeweils mit generisch kompensierten HpTF, die aus den unterschiedlichen Entzerrungsmethoden resultierten. Eine Unterscheidung zwischen Realität und Simulation war in allen getesteten Bedingungen möglich. Eine vollständig unkompensierte HpTF wurde jedoch deutlich schlechter bewertet als die hier dargebotene nichtindividuelle HpTF-Kompensation. Für die am FG derzeit verwendeten STAX KH kann die signifikant bessere LMS-Entzerrungsmethode mit Hochpassregularisierung favorisiert

werden. Wie in [Lin07a], [Lin07b] waren Klangfarbenattribute („Klangfarbe allgemein“, „Höhen/Klinegartefakte“, „fehlender Bass“ S.526 [Sch09a]) häufigstes Unterscheidungsmerkmal zwischen Realität und binauraler Simulation. Diese Arbeit motivierte zwei weitere am FG durchgeführte Arbeiten, [Bri11] und die hier vorliegende, mit dem Ziel HpTF hochgenau vermessen zu können und mit einem extraauralen KH eine individuelle HpTF-Kompensation zu ermöglichen.

- In [Paq10] wird gezeigt, dass Unterschiede bei allen getesteten Stimuli signifikant hörbar sind, wenn die HpTF durch unterschiedliche KH-Trageposition variiert.

- [Bri10], [Lin10] Zur HpTF-Messmethodenverbesserung wurde in [Bri10] eine neu entwickelte Silikon-Otoplastik mit integriertem Miniaturmikrofon vorgestellt, die im Vergleich zu anderen Otoplastiken die geringste HpTF-Variabilität nach mehrmaligem Positionieren in ein künstliches Ohr aufweist und damit genau reproduzierbare, individuelle HpTF-Messungen ermöglicht. Zudem wird mit auditorischer Modellierung aufgezeigt, dass eine individuelle HpTF-Kompensation eine geringere Frequenzgangsvariabilität aufweist als eine generische HpTF-Kompensation (d.h. aus HpTF-Mittelung vieler VP) oder eine nichtindivuelle HpTF-Kompensation (d.h. mit der HpTF des FABIAN HATS [Lin07a]). Mit zwei Hörversuchen [Lin10] wurde gezeigt, dass Unterschiede beim Vergleich des echten Schallfeldes mit der binauralen Simulation deutlich wahrnehmbar sind. Für nichtindividuelle BRIR wurde die Kompensation der zum HATS gehörigen HpTF – von dem die BRIR stammen – perzeptiv bevorzugt, während für individuelle BRIR eine individuelle HpTF-Kompensation weniger störende Unterschiede zwischen Realität und Simulation hervorbrachte.

1.3. Pflichtenheft für einen extraauralen Kopfhörer

Aus den Studien kann zusammenfassend der Schluss gezogen werden, dass extraaurale KH-Modelle einen vergleichsweise lineare Freifeldfrequenzgang besitzen, denen bei Benutzung auf dem Kopf die laterale Nahfeld-HRTF als HpTF aufgeprägt wird [Too84, Ric90, Møl95a, Sch09a]. Extraaurale KH-Modelle sind am stärksten frequenzgangsinvariant [Too84, Møl95a, Sch09a] und erfüllen das FEC-Kriterium am besten [Møl95a]. Aus diesen Erkenntnissen führten Überlegungen auf folgende Kriterien, die ein für Binauralsynthese optimierter, aktiv entzerrbarer, extraauraler KH erfüllen muss:

- Frequenzgangsneutralität (linearer Nahfeldfrequenzgang)
  -für einfache, individuelle Kompensation der lateralen Nahfeld-HRTF
  -für einfache, individuelle/generische Diffus-/Freifeldentzerrung
- geringe intraindividuelle Frequenzgangsvariabilität (Aufsetzposition)
- geringe interindividuelle Frequenzgangsvariabilität (Passung auf dem Kopf)
- Erfüllung des FEC-Kriteriums
- Wiedergabe der gesamten Audiobandbreite
- einfache Kopplung mit einem Subbass-Lautsprecher
- Messung & Kompensation der HpTF, sowie binaurale Wiedergabe mit ein und derselben Kopfhörerpositionierung

Der nach diesen Punkten im Rahmen dieser Masterarbeit entwickelte Prototyp erhält das Arbeitskürzel BK109 nach „**b**inauraler **K**opfhörer **1** aus dem Jahr 20**09**“. Der Kopfhörer wird nach DIN-Nomenklatur als Ohrlautsprecher klassifiziert [DIN08a]. Rechts in Abb. 1.2 ist eine detailreiche Designstudie von Alexander Lindau dokumentiert, links eine Designstudie vom Autor mit Anmerkungen, die in den Prototypen von im „closed box“-Design betriebenen Miniaturbreitbandlautsprechern mündete.

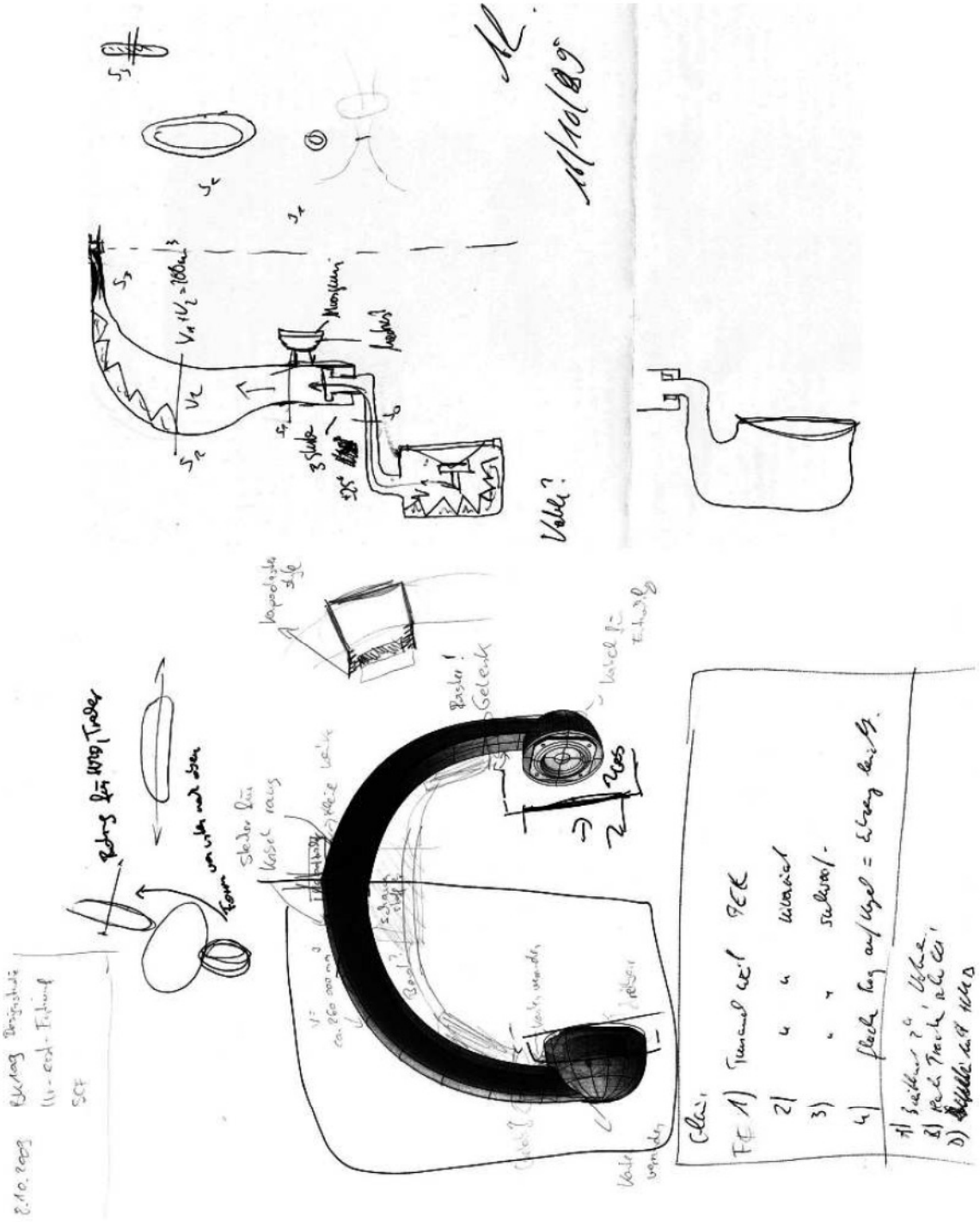

Abb. 1.2.: BK109-Designstudien vom Oktober 2009

2. Theoretische Grundlagen

Für die theoriegeleitete Entwicklung des Kopfhörers ist einschlägiges Ingenieurwissen aus den Bereichen Akustik, Elektrotechnik, Signalverarbeitung, Messtechnik, Statistik und Maschinenbau erforderlich. In diesem Kapitel sollen daher die wichtigsten theoretischen Aspekte zum Zwecke der kompakten und konsistenten Darstellung repetiert werden.
Wichtige Standardwerkzeuge der Schallfeldprädiktion werden ausgehend von der akustischen Feldtheorie abgeleitet. Dies geschieht deswegen ausführlicher, weil Lehrbücher dies nicht geschlossen darbieten. Zur Darstellung der benötigten akustischen Grundgleichungen wird soweit möglich die Nomenklatur nach [Deu06] und [Spo06] eingehalten. In einem weiteren Unterkapitel werden die, zur Kopfhörerentzerrung notwendigen Filtertechniken aus der Lehr- und Forschungsliteratur zusammengestellt und ergänzt. Abschließend wird die notwendige Signalakquise und -verarbeitung kopfhörerbasierter Binauralsynthese repetiert.

2.1. Akustische Feldtheorie

In diesem Unterkapitel werden zunächst die mathematischen Zusammenhänge zur Schallfeldbeschreibung dargelegt, die zur analytischen Berechnung oder numerischen Simulation der Abstrahlung von einem extraauralen Kopfhörer oder Lautsprecher dienen. Dazu wird die linearisierte Wellen-Differentialgleichung hergeleitet, die mit dem Kirchoff-Helmholtz'schen Ansatz in eine Integraldarstellung überführt wird. Das Kirchoff-Helmholtz-Integral (KHI) kann mittels der Randelementmethode (BEM) numerisch ausgewertet werden. Desweiteren können aus dem KHI die Rayleigh-Integrale für einfache planare Geometrien abgeleitet werden, welche in Spezialfällen analytisch lösbar sind. Dies sind Standardwerkzeuge für die Schallfeldprädiktion von akustischen Quellen.

Notationskonventionen

Ortsvektoren seien mit kleinem, fetten Buchstaben z.B. $\mathbf{x}$ symbolisiert, Skalar- bzw. Potentialfelder mit großen Buchstaben z.B. $U(\mathbf{x})$ und Vektorfelder bzw. Flussdichten mit fetten Großbuchstaben, z.B. $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ bezeichnet. Sei A eine Oberfläche, die ein Volumen V einschließt, in der das Potential $U(\mathbf{x})$ und/oder die Flussdichte $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ herrschen kann. Es

besteht weiterhin der Zusammenhang zwischen dem *aus* dem Volumen V zeigenden Normalenvektor $\mathbf{n}$, dessen Einheitsvektor $\mathbf{e_n}$ und dem Flächennormalenvektor $\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp$ (S. 166ff. in [Pap01])

$$\mathbf{e_n} = \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \qquad \mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \mathrm{d}A\ \mathbf{e_n} = \mathrm{d}A\,\frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \qquad |\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp| = \mathrm{d}A \qquad . \tag{2.1}$$

Vektoranalysis

Aus der Definition des Gradienten grad (Glg. (2.1) in [Wun74])

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \operatorname{grad} U(\mathbf{x}) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \oint_A U(\mathbf{x})\,\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp \tag{2.2}$$

und der Definition der Divergenz div (Glg. (2.14) in [Wun74])

$$U(\mathbf{x}) = \operatorname{div} \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \oint_A \mathbf{F}(\mathbf{x})\,\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp \tag{2.3}$$

können die Gauß'schen Integralsätze hergeleitet werden, die für Skalar- und Vektorfelder einen Zusammenhang zwischen Oberflächenintegral und Volumenintegral herstellen. Der Gauß'sche Integralsatz für Skalarfelder lautet (Glg. (2.10a) in [Wun74])

$$\oint_A U(\mathbf{x})\,\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \int_V \operatorname{grad} U(\mathbf{x})\,\mathrm{d}V \qquad , \tag{2.4}$$

für Vektorfelder kann Glg. (2.4) geschrieben werden als (Glg. (2.20a) in [Wun74])

$$\oint_A \mathbf{F}(\mathbf{x})\,\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \int_V \operatorname{div} \mathbf{F}(\mathbf{x})\,\mathrm{d}V \qquad . \tag{2.5}$$

Es gelten die Abkürzungen

$$\operatorname{grad} U(\mathbf{x}) \Leftrightarrow \nabla U \qquad \operatorname{div} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \Leftrightarrow \nabla \cdot \mathbf{F} \qquad \operatorname{div}\operatorname{grad} U(\mathbf{x}) \Leftrightarrow \nabla \cdot (\nabla U) = \nabla^2 U = \triangle U \qquad . \tag{2.6}$$

2.1.1. Akustische Zustandsgleichungen und Wellen-Differentialgleichung

Für Luft, als ideales Gas modelliert, gelten die Schallwechselgrößen Teilchenschnelle $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, Gasdichte $\rho(\mathbf{x}, t)$ und Gasdruck $p(\mathbf{x}, t)$. Den Wechselgrößen sind statische Größen $\mathbf{v}_0(\mathbf{x}, t)$, $\rho_0(\mathbf{x}, t)$ und $p_0(\mathbf{x}, t)$ überlagert. Orts- und Zeitbezug der Größen werden, wenn eindeutig im Folgenden zur besseren Lesbarkeit weggelassen. Es gilt für die Gesamtgrößen mit Index G

$$\mathbf{v}_G = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v} \qquad \rho_G = \rho_0 + \rho \qquad p_G = p_0 + p \qquad . \tag{2.7}$$

Die Schallgeschwindigkeit c ist die mediumsabhängige Geschwindigkeit des Energietransportes mit einer Schallwelle. Desweiteren erfolgt bei schallbedingten Druckschwankungen in Gasen im Allgemeinen keine Wärmeleitung, der Prozess ist adiabatisch (Kap. 2.1 in [Mös07]). Der Zusammenhang (vgl. Glg. (2.9) in [Mös07])

$$\frac{p_G}{p_0} = \left(\frac{\rho_G}{\rho_0}\right)^{\kappa} \tag{2.8}$$

mit dem Adiabatenexponenten κ kann nach Taylorreihenentwicklung um $\rho_G/\rho_0 \approx 1$ linearisiert

$$\rho = \frac{\rho_0}{\kappa\, p_0}\, p \qquad \rho = \frac{1}{c^2}\, p \tag{2.9}$$

werden. In der linearen Akustik wird

$$\operatorname{rot}\mathbf{v} = 0 \qquad |\mathbf{v}_0| = 0 \qquad c \gg |\mathbf{v}| \qquad \rho_0 = \text{const.} \qquad p_0 = \text{const.} \qquad \rho_0 \gg \rho \qquad p_0 \gg p \tag{2.10}$$

angenommen. Die mit Glg. (2.9), (2.10) linearisierten Gleichungen zur Massen- und Impulserhaltung lauten (Glg. (2.55), (2.56) in [Mös07])

$$\boxed{\frac{1}{\rho_0\, c^2}\,\frac{\partial p}{\partial t} = -\operatorname{div}\mathbf{v} \qquad \rho_0\,\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p} \quad . \tag{2.11}$$

Die Gleichungen (2.11) kann man direkt in die linearisierte Wellengleichung für Druck und Schnelle

$$\boxed{\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \operatorname{div}\operatorname{grad} p = \triangle\, p \qquad \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{v}} \tag{2.12}$$

überführen. Diese Wellengleichung stellt eine hyperbolische Differentialgleichung (DGL) 2. Ordnung dar. Wenn nur die Lösung für einen harmonischen, stationären Zeitverlauf interessiert, kann diese DGL in eine homogene lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten überführt werden. Damit kann z.B. mit Separation der Variablen in geeigneten Koordinatensystemen eine Lösung gefunden werden. Hinfort soll das Fouriertransformationspaar

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\,\pi} \int\limits_{\omega=-\infty}^{+\infty} P(\mathbf{x}, \omega)\, \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,\omega\, t}\, \mathrm{d}\omega \tag{2.13}$$

$$P(\mathbf{x}, \omega) = \int\limits_{t=-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{x}, t)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega\, t}\, \mathrm{d}t \tag{2.14}$$

für den Zusammenhang zwischen Zeit und Kreisfrequenz gelten (gleiche Konvention wie Glg. (2.6a),(2.6b) in [Spo06], S. 13 in [Zot09], Glg. (1.4-28) in [Zio94]). Man kann den Druck aus Glg. (2.13) in Glg. (2.12) einsetzen, die Zeitableitung mit dem Differentiationssatz der Fouriertransformation (Glg. (9.103) in [Gir07]) ausführen und unter Benutzung der Zusammenhänge zwischen Schallausbreitungsgeschwindigkeit c, Wellenzahl k, Wellenlänge

λ, Frequenz f und Kreisfrequenz ω

$$c = \lambda\, f \qquad \omega = 2\,\pi\, f \qquad k = \frac{2\,\pi}{\lambda} \qquad k = \frac{\omega}{c} \tag{2.15}$$

die sogenannte Helmholtzgleichung als homogene, lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für harmonische Größen

$$\operatorname{div}\operatorname{grad} P(\mathbf{x},\omega) + k^2\, P(\mathbf{x},\omega) = 0 \tag{2.16}$$

bzw. für inhomogene Randbedingungen mit einer Quelle $Q(\mathbf{x},\omega)$ (Glg. (2.57) in [Spo06])

$$\operatorname{div}\operatorname{grad} P(\mathbf{x},\omega) + k^2\, P(\mathbf{x},\omega) = -Q(\mathbf{x},\omega) \tag{2.17}$$

aufstellen. Glg. (2.16) und (2.17) sind für bestimmte einfache Rand- und Anfangsbedingungen und Quellen/Senken, bei Betrachtung harmonischer, stationärer Vorgänge, sowie für einfache Geometrie im kartesischen, zylindrischen, sphärischen oder elliptischen Koordinatensystem analytisch lösbar.

2.1.2. Kirchhoff-Helmholtz-Integral (KHI)

Es ist nun sinnvoll die Wellen-DGL auch in Integraldarstellung angeben zu können, weil sich eine Problemlösung mit dieser u. U. vereinfacht oder erst ermöglicht. Dies entspricht der im Folgenden ausführlich durchgeführten Herleitung eines Sonderfalls der Green'schen Integralsätze, welcher für die homogene Helmholtzgleichung in das Kirchhoff-Helmholtz-Integral mündet. Es gilt mit (Glg. (2.63) in [Wun74])

$$\nabla \cdot (U\,\mathbf{F}) = \mathbf{F} \cdot (\nabla\, U) + U\,(\nabla \cdot \mathbf{F}) \tag{2.18}$$

die Kettenregel für Produktfelder. Seien jetzt U_1 und U_2 zwei stetige und zweimal stetig örtlich differenzierbare Skalarfelder

$$U = U_1 \qquad \mathbf{F} = \nabla\, U_2 \qquad , \tag{2.19}$$

die innerhalb eines Volumens herrschen. Jetzt kann man Glg. (2.19) in Glg. (2.18) einsetzen

$$\nabla \cdot (U_1\, \nabla\, U_2) = \nabla\, U_2 \cdot (\nabla\, U_1) + U_1\,(\nabla \cdot \nabla\, U_2) \tag{2.20}$$

und mit einer willkürlichen erscheinenden Indexvertauschung

$$\nabla \cdot (U_2\, \nabla\, U_1) = \nabla\, U_1 \cdot (\nabla\, U_2) + U_2\,(\nabla \cdot \nabla\, U_1) \tag{2.21}$$

aufstellen. Mit der Kommutativität der Skalarprodukte $\nabla\, U_2 \cdot (\nabla\, U_1) = \nabla\, U_1 \cdot (\nabla\, U_2)$ kann Glg. (2.20) und Glg. (2.21) zu

$$\nabla \cdot\, (U_1\, \nabla\, U_2 - U_2\, \nabla\, U_1) = U_1\,(\nabla \cdot \nabla\, U_2) - U_2\,(\nabla \cdot \nabla\, U_1) \tag{2.22}$$

zusammengefügt werden. Unter Benutzung des Gauß'schen Integralsatzes Glg. (2.5) kann der Green'sche Integralsatz, oft auch die Green'sche Identität

$$\oint_A [U_1 \nabla U_2 - U_2 \nabla U_1] \, \mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \int_V [U_1 (\nabla \cdot \nabla U_2) - U_2 (\nabla \cdot \nabla U_1)] \, \mathrm{d}V \tag{2.23}$$

bzw. verkürzt

$$\oint_A [U_1 \nabla U_2 - U_2 \nabla U_1] \, \mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \int_V [U_1 \triangle U_2 - U_2 \triangle U_1] \, \mathrm{d}V \tag{2.24}$$

formuliert werden. Explizit soll hier noch einmal darauf verwiesen werden, dass der Flächennormalenvektor $\mathbf{A}_\perp$ nach Glg. (2.2) und (2.3) *aus* dem Volumen heraus zeigt, sowie das Volumen als quellfrei angenommen wird. Führt man die Definition der Richtungsableitung ein (auch Normalenableitung, S.71 in [Wun74])

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{n}} = \langle \nabla U, \mathbf{e_n} \rangle = \nabla U \cdot \mathbf{e_n} \tag{2.25}$$

und benutzt den Flächennormalenvektor $\mathrm{d}\mathbf{A}_\perp = \mathrm{d}A \; \mathbf{e_n}$ aus Glg. (2.1), kann Glg. (2.24) umgeschrieben werden zu

$$+\oint_A \left[U_1 \frac{\partial U_2}{\partial \mathbf{n}} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial \mathbf{n}} \right] \mathrm{d}A = \int_V [U_1 \triangle U_2 - U_2 \triangle U_1] \, \mathrm{d}V \quad . \tag{2.26}$$

Bei Richtungswechsel des Normalenvektors, also *in* das Volumen hinein zeigend, folgt

$$\boxed{-\oint_A \left[U_1 \frac{\partial U_2}{\partial \mathbf{n}} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial \mathbf{n}} \right] \mathrm{d}A = \int_V [U_1 \triangle U_2 - U_2 \triangle U_1] \, \mathrm{d}V} \quad . \tag{2.27}$$

Zur Herleitung des Kirchhoff-Helmholtz-Integrals gibt es verschiedene didaktische Ansätze. Ein sehr intuitiver Zugang gelingt in Kap. 8.1 [Ehr03], ähnelnde Diskussionen werden in Kap. 7.1 [Mor87] und in Kap. 2.6 [Spo06] geführt. Eine konzise, feldtheoretische Herleitung zur Anwendung in der Elektrodynamik erfolgt in Kap. 2.2.3 [Wun74]. Ausführlich wird die Herleitung in Kap. 8 [Wil99] besprochen, ebenda werden auch die inneren, äußeren und gemischten Probleme abgehandelt, die schlussendlich mit der gleichen Formel, aber anderen zugrunde gelegten Annahmen und Geometrie berechnet werden. Hier soll nun der Ansatz aus Kap. 1.3.1 [Gum04] wiedergegeben werden. Dazu wird Glg. (2.27) zunächst umgeschrieben

$$\int_V [U_1 \triangle U_2] \, \mathrm{d}V = \int_V [U_2 \triangle U_1] \, \mathrm{d}V - \oint_A \left[U_1 \frac{\partial U_2}{\partial \mathbf{n}} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial \mathbf{n}} \right] \mathrm{d}A \quad . \tag{2.28}$$

Nun muss den Potentialfeldern U_1, U_2 eine akustische Entsprechung zugewiesen werden. Das Potentialfeld des Kugelmonopols, der wichtigsten Elementarquelle in der Akustik (vgl. Kap. 3.3 in [Mös07]), kann unter Beachtung der gewählten Zeitkonvention Glg. (2.13) als abstrahlende Green'sche 3D-Freifeld-Funktion $G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0} - \mathbf{x}, \omega)$ (Glg. (2.33) in [Spo06])

$$\boxed{G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = \frac{1}{4\,\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}} \tag{2.29}$$

definiert werden, mit der die inhomogene Wellengleichung

$$\triangle\, G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) + k^2\, G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = -\delta(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) \tag{2.30}$$

gilt (Glg. (2.58) in [Spo06], Glg. (1.3.3) in [Gum04]). Die Green'sche Freifeld-Funktion bringt die räumliche Delta-Distribution als Inhomogenität in der Wellengleichung hervor. Später wird erkennbar, dass $G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)$ sehr nützlich zum Lösen der Wellengleichungen Glg. (2.16), (2.17) ist. Man sieht durch den Betrag in Glg. (2.29), dass $G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)$ gilt. Desweiteren lässt sich in Kugelkoordinaten leicht zeigen, dass $G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)$ die Sommerfeldbedingung (Glg. (20.27) in [Ler09], Glg. (42) in [Zot11], Glg. (8.28) in [Wil99] mit + statt − wegen Glg. (2.13),(2.14)) erfüllt, d.h. in sehr weiter Entfernung gilt $\frac{p}{v} = Z_0$ und damit eine reflexionsfreie Ausbreitung ins Unendliche. Daher entstehen bei dieser Quelle keine Schallfeldanteile, die aus dem Unendlichen zur Quelle transportiert werden. Im Folgenden wird die verkürzte Schreibweise $G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = G_{0,3\mathrm{D}}(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)$ verwendet. Ein anderes, beliebiges Potentialfeld wird durch die inhomogene Wellengleichung mit einer beliebigen Quelle $Q(\mathbf{x_0},\omega)$ innerhalb des Volumens $V(\mathbf{x_0})$

$$\triangle\, P(\mathbf{x_0},\omega) + k^2\, P(\mathbf{x_0},\omega) = -Q(\mathbf{x_0},\omega) \tag{2.31}$$

formuliert (vgl. Glg. (2.17)). Diese beiden Felder sollen nun für Glg. (2.28) benutzt werden. Da $G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)$ eine Singularität für $|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}| = 0$ besitzt, wird z.B. in Kap. 8.3 in [Wil99] und ab Glg. (8.1.13) in [Ehr03] gezeigt, dass die Green'sche Identität Glg. (2.28) für einen infinitesimal kleinen Volumenausschluss der Singularität innerhalb des eigentlich quellfreien Volumens trotzdem angewandt werden kann. Mit der räumlichen Austasteigenschaft der Delta-Distribution kann das Integral nach Glg. (1.3.4) in [Gum04]

$$P(\mathbf{x},\omega) = \int\limits_V P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot\delta(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\,\mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \qquad \mathbf{x}\in V\cup\partial V \tag{2.32}$$

geschrieben werden. Einsetzen von Glg. (2.30) in Glg. (2.32) ergibt mit der Schreibweise

$$\triangle_{\mathbf{x_0}}\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = \triangle\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\Big|_{\mathbf{x_0}} \tag{2.33}$$

die Gleichung

$$P(\mathbf{x},\omega) = -\int\limits_V P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot\left[\triangle_{\mathbf{x_0}}\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) + k^2\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\right]\,\mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \tag{2.34}$$

und weiterhin

$$-P(\mathbf{x},\omega) = \int\limits_V \underbrace{\left[P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot \triangle_{\mathbf{x_0}} G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\right]}_{[U_1 \triangle U_2]} \mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) + \int\limits_V \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot k^2\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\right] \mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \quad . \tag{2.35}$$

Man sieht nun mit (2.28)

$$\int\limits_V \underbrace{[U_1 \triangle U_2]}_{P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot\triangle_{\mathbf{x_0}} G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)} \mathrm{d}V = \int\limits_V [U_2 \triangle U_1]\, \mathrm{d}V - \oint\limits_A \left[U_1 \frac{\partial U_2}{\partial \mathbf{n}} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial \mathbf{n}}\right] \mathrm{d}A \quad , \tag{2.36}$$

dass eine Substitution $U_1 = P(\mathbf{x_0},\omega)$ und $U_2 = G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)$ vorgenommen werden kann. Diese Zuordnung ist wieder willkürlich und kann mit gleichem Resultat vertauscht werden. Mit der Substitution ergibt sich für Glg. (2.35)

$$\begin{aligned} -P(\mathbf{x},\omega) &= \int\limits_V \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot k^2\, G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\right] \mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \\ &+ \int\limits_V \left[G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\cdot \triangle_{\mathbf{x_0}} P(\mathbf{x_0},\omega)\right] \mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \\ &- \oint\limits_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\frac{\partial G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} - G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega)\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}\right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \quad . \end{aligned} \tag{2.37}$$

Hier wurde die verkürzte Schreibweise der Richtungsableitung an einem bestimmten Ortsaufpunkt

$$\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} = \left.\frac{\partial P(\mathbf{x},\omega)}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x_0}} \tag{2.38}$$

gewählt. Mit der inhomogenen Helmholtz-Gleichung (2.31) und $G(\mathbf{x_0}-\mathbf{x},\omega) = G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)$ kann zu

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x},\omega) &= \int\limits_V \left[G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)\, Q(\mathbf{x_0},\omega)\right] \mathrm{d}V(\mathbf{x_0}) \\ &+ \oint\limits_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} - G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}\right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \end{aligned} \tag{2.39}$$

vereinfacht werden (vgl. Glg. (2.61) in [Spo06]). Bei homogener Helmholtz-Gleichung, also ohne Quelle innerhalb des Volumens ($Q(\mathbf{x_0},\omega) = 0$), wird Glg. (2.39) zum sogenannten Kirchhoff-Helmholtz-Integral (KHI)

$$\boxed{\alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = \oint\limits_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} - G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}\right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0})} \tag{2.40}$$

mit

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in V \\ 1/2 & \mathbf{x} \in A(\mathbf{x_0}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad , \tag{2.41}$$

(siehe Glg. (1.3.21) in [Gum04], Glg. (2.63) in [Spo06]) für das in Abb. 2.1 alle notwendigen Größen des inneren Problems skizziert sind.

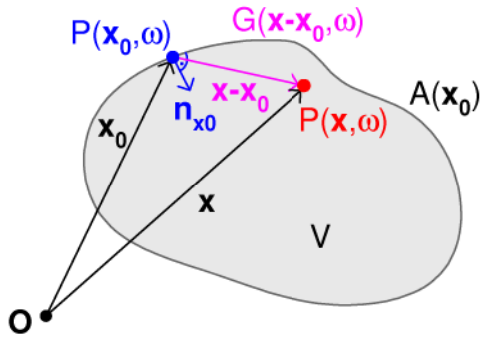

Abb. 2.1.: KHI-Geometrie für inneres Problem nach Glg. (2.40)

2.1.3. Rayleigh-Integral

Führt man für die Green'sche Funktion eine Neumann-Randbedingung ein, also eine verschwindende Ableitung auf dem Randelement

$$\frac{\partial G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}|_{\mathbf{x_0}\in A} = 0 \tag{2.42}$$

und benutzt diese Green'schen Funktion unter Neumann-Randbedingung G_N im KHI Glg. (2.40) resultiert

$$P(\mathbf{x},\omega) \quad = \quad \oint_A \left[-G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega)\,\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}\right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \qquad . \tag{2.43}$$

Aus Glg. (2.43) kann man das erste Rayleigh-Integral als Spezialfall des KHI ableiten. Zur Herleitung des ersten Rayleigh-Integrals sei zunächst erinnert, dass mit Glg. (2.25) und Glg. (2.11)

$$\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} = \nabla P(\mathbf{x_0},\omega)\cdot \mathbf{e_{n_{x_0}}} \qquad \text{und} \qquad \rho_0\,\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial t} = -\nabla P(\mathbf{x_0},\omega) \tag{2.44}$$

gelten, daraus resultiert

$$\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} = -\rho_0\,\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial t}\cdot \mathbf{e_{n_{x_0}}} \tag{2.45}$$

bzw. mit Anwendung der Zeitkonvention Glg. (2.13)

$$\frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} = -\mathrm{j}\,\omega\,\rho_0\,\mathbf{V}(\mathbf{x_0},\omega)\cdot \mathbf{e_{n_{x_0}}} \qquad . \tag{2.46}$$

Einsetzen der Green'schen Funktion unter Neumann-Randbedingung Glg. (2.42) und Glg. (2.46) in das KHI Glg. (2.40) ergibt

$$P(\mathbf{x},\omega) \quad = \quad \mathrm{j}\,\omega\,\rho_0 \oint\limits_A \left[G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega)\,\mathbf{V}(\mathbf{x_0},\omega)\cdot\mathbf{e}_{\mathbf{n}_{\mathbf{x_0}}}\right]\,\mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \qquad . \tag{2.47}$$

Es muss nun eine Green'sche Funktion unter Neumann-Randbedingung, d.h. eine modifizierte Green'sche Freifeld-Funktion gefunden werden

$$G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega) = G(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega) + g(\mathbf{x}_N(\mathbf{x}),\mathbf{x_0},\omega) \qquad , \tag{2.48}$$

die Glg. (2.42) erfüllt (für die folgende Herleitung siehe auch Glg. (4.3)-(4.5) in [Spo06]). Dazu sind die einzelnen Richtungsableitungen

$$\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} = \nabla G\cdot\mathbf{e_n} = |\nabla G|\cdot\cos(\phi) \qquad \frac{\partial g}{\partial \mathbf{n}} = \nabla g\cdot\mathbf{e_n} = |\nabla g|\cdot\cos(\phi_N) \tag{2.49}$$

notwendig. Nimmt man nun für $g(\mathbf{x}_N(\mathbf{x}),\mathbf{x_0},\omega)$ auch eine abstrahlende Green'sche Frei-

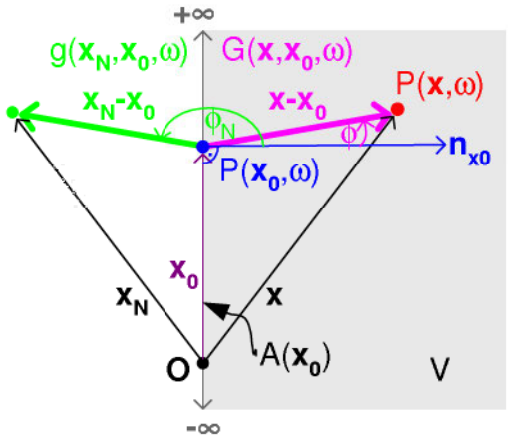

Abb. 2.2.: Rayleigh-Geometrie

feldfunktion für ein Punktpaar $[\mathbf{x}_N(\mathbf{x}),\mathbf{x_0}]$ an und schreibt verkürzt in Kugelkoordinaten

$$G(r,\omega) = \frac{1}{4\,\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r}}{r} \qquad g(r_N,\omega) = \frac{1}{4\,\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r_N}}{r_N} \qquad , \tag{2.50}$$

kann zunächst der Gradient berechnet werden zu

$$\nabla G(r,\omega) = \frac{1}{4\,\pi}\,\frac{(-1-\mathrm{j}\,k\,r)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r}}{r^2} \qquad \nabla g(r_N,\omega) = \frac{1}{4\,\pi}\,\frac{(-1-\mathrm{j}\,k\,r_N)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r_N}}{r_N^2} \tag{2.51}$$

und man findet

$$G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega) = |\frac{1}{4\,\pi}\,\frac{(-1-\mathrm{j}\,k\,r)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r}}{r^2}|\cdot\cos(\phi) + |\frac{1}{4\,\pi}\,\frac{(-1-\mathrm{j}\,k\,r_N)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,r_N}}{r_N^2}|\cdot\cos(\phi_N) \tag{2.52}$$

mit den Richtungsableitungen. Um die Bedingung $\frac{\partial G_N(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}}|_{\mathbf{x_0}\in A} = 0$ zu erfüllen, muss

$$r = r_N \qquad \phi_N = \pi - \phi \tag{2.53}$$

gelten, da dann die Beträge gleich groß sind und der Cosinus der beiden Winkel entgegengesetzte Vorzeichen hervorbringt. Dies kann erreicht werden, indem das in Abb. 2.1 dargestellte Problem so modifiziert wird, dass von einer unendlichen Ebene in den unendlichen Halbraum abgestrahlt wird, wie in Abb. 2.2 grafisch dargestellt. Die unendliche Ebene stellt dann die Spiegelungsebene dar, für die alle $G(\mathbf{x},\mathbf{x_0},\omega)$ entsprechend Glg. (2.53) in den anderen Halbraum zu $g(\mathbf{x}_N(\mathbf{x}),\mathbf{x_0},\omega)$ gespiegelt werden. Man sieht nun weiter, dass mit der Forderung $r = r_N$ also $|\mathbf{x}-\mathbf{x_0}| = |\mathbf{x}_N(\mathbf{x})-\mathbf{x_0}|$ die Green'schen Funktion unter Neumann-Randbedingung einfach zu

$$G_N(\mathbf{x_0},\mathbf{x},\omega) = 2\cdot G(\mathbf{x_0},\mathbf{x},\omega) = \frac{1}{2\,\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|} \tag{2.54}$$

wird. Mit der in das Volumen hinein zeigenden Normalenschnelle $V(\mathbf{x_0},\omega)_{\mathbf{n_{x_0}}}$ in Richtung des Normalenvektors $\mathbf{n}$ am Oberflächenpunkt $\mathbf{x_0}$ und ausformulierter Green'schen Funktion unter Neumann-Randbedingung folgt mit Glg. (2.47)

$$\boxed{P(\mathbf{x},\omega) = \frac{\mathrm{j}\,\omega\,\rho_0}{2\,\pi}\oint\limits_A \left[V(\mathbf{x_0},\omega)_{\mathbf{n_{x_0}}}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}\right]\mathrm{d}A(\mathbf{x_0})} \quad , \tag{2.55}$$

was der Literatur als erstes Rayleigh-Integral bekannt ist. Wegen gleicher Zeit- und Ortskonvention bei der Fouriertransformation ist Glg. (2.55) konsistent mit Glg. (3.61) in [Mös07], Glg. (7.4.1) in [Kin00], Glg. (10.2) in [Bla08], Glg. (13-A-3) in [Bla00]. Hinweis: das gedrehte Vorzeichen in Glg. (2.75) [Wil99] ist auf die gedrehte Konvention zurückzuführen, vgl. Glg. (2.13) hier und Glg. (1.7) in [Wil99].

2.1.4. Randelementmethode (BEM)

Das KHI und das Rayleigh-Integral sind nur in seltenen Fällen mit einfachen Geometrien analytisch lösbar. Daher werden in der Praxis numerische Lösungen dieser Integrale für verschiedene Problemstellungen angefertigt. Ein Standardverfahren ist die Randwertmethode, englisch: boundary element method (BEM). Zur Lösung des KHI werden ein oder zwei Feldgrößen auf der diskretisierten Oberfläche vorgegeben (endliche Anzahl Randelemente). Mit diesen kann das Integral als Riemannsumme numerisch für alle Punkte in dem von der Oberfläche eingeschlossenen Volumen berechnet werden. Der Autor fand folgende Literatur für dieses Unterkapitel hilfreich: Kap. O.5 in [Mec08], Kap. 5.1 in [Mak06], Kap. 8.2 in [Ehr03], Kap. 8.11 in [Wil99], Kap. 20.4 in [Ler09], [Bur71], [Wie09], [Bri09], [Mac97]. Das Wesen der BEM ist, wie folgt, sehr schnell anschaulich erklärt. Das KHI aus

Glg. (2.40)

$$\alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = \oint_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\, \frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} - G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)\, \frac{\partial P(\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} \right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \tag{2.56}$$

kann mit Glg. (2.46) zunächst umgeschrieben werden zu

$$\alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = \oint_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\, \frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} + \mathrm{j}\,\omega\,\rho_0\, \mathbf{V}(\mathbf{x_0},\omega)\cdot \mathbf{e_{n_{x_0}}}\, G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega) \right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \tag{2.57}$$

und mit der in das Volumen hinein zeigenden Normalenschnelle $V(\mathbf{x_0},\omega)_{\mathbf{n_{x_0}}}$ in Richtung des Normalenvektors $\mathbf{n}$ am Oberflächenpunkt $\mathbf{x_0}$ wird

$$\alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = \oint_A \left[P(\mathbf{x_0},\omega)\, \frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_0}}} + \mathrm{j}\,\omega\,\rho_0\, V(\mathbf{x_0},\omega)_{\mathbf{n_{x_0}}}\, G(\mathbf{x}-\mathbf{x_0},\omega) \right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \tag{2.58}$$

mit

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in V \\ 1/2 & \mathbf{x} \in A(\mathbf{x_0}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \tag{2.59}$$

Wenn man nun die Oberfläche A ausreichend genau diskretisiert, so dass für ein Oberflächenteilstück i ein Schalldruck- und ein Schallschnellewert repräsentativ sind, kann man das Integral in zwei Summen von N gewichteten Integralkernen überführen:

$$\begin{aligned} \alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = & \sum_{i=1}^{N} P(\mathbf{x_{0,i}},\omega) \oint_{A_i} \frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_{0,i}},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_{0,i}}}}\, \mathrm{d}A_i(\mathbf{x_{0,i}}) + \\ & \sum_{i=1}^{N} V(\mathbf{x_{0,i}},\omega)_{\mathbf{n_{x_{0,i}}}} \oint_{A_i} \mathrm{j}\,\omega\,\rho_0\, G(\mathbf{x}-\mathbf{x_{0,i}},\omega)\, \mathrm{d}A_i(\mathbf{x_{0,i}}) \quad . \end{aligned} \tag{2.60}$$

Schreibt man den Dipol- und Monopolintegralkern verkürzt

$$D_i = \oint_{A_i} \frac{\partial G(\mathbf{x}-\mathbf{x_{0,i}},\omega)}{\partial \mathbf{n_{x_{0,i}}}}\, \mathrm{d}A_i(\mathbf{x_{0,i}}) \qquad M_i = \oint_{A_i} \mathrm{j}\,\omega\,\rho_0\, G(\mathbf{x}-\mathbf{x_{0,i}},\omega)\, \mathrm{d}A_i(\mathbf{x_{0,i}}) \tag{2.61}$$

kann

$$\alpha\, P(\mathbf{x},\omega) = \sum_{i=1}^{N} P(\mathbf{x_{0,i}},\omega)\, D_i + \sum_{i=1}^{N} V(\mathbf{x_{0,i}},\omega)_{\mathbf{n_{x_{0,i}}}}\, M_i \tag{2.62}$$

geschrieben werden. Für den oft angewendeten Fall einer vorgegebener Oberflächenschnelle $V(\mathbf{x_{0,i}},\omega)_{\mathbf{n_{x_{0,i}}}}$ muss der j-te Druck $P(\mathbf{x_{0,j}},\omega)$ auf der Oberfläche die Gleichung

$$\frac{1}{2}\, P(\mathbf{x_{0,j}},\omega) = \sum_{i=1}^{N} P(\mathbf{x_{0,i}},\omega)\, D_i + \sum_{i=1}^{N} V(\mathbf{x_{0,i}},\omega)_{\mathbf{n_{x_{0,i}}}}\, M_i \tag{2.63}$$

erfüllen. Für $i = 1...N$ diskrete Flächen und damit $j = 1...N$ Drücke $P(\mathbf{x_{0,j}}, \omega)$ kann jeweils eine Gleichung N-ten Grades (wegen der Summe über $i = 1...N$) aufgestellt werden. Diese Gleichungen stellen zusammengenommen ein lineares Gleichungssystem dar, welches nach den Drücken $P(\mathbf{x_{0,i=j}}, \omega)$ zu lösen ist. In Matrizenschreibweise folgt

$$\mathbf{C}\,\mathbf{p}_0 = \mathbf{D}\,\mathbf{p}_0 + \mathbf{M}\,\mathbf{v}_0 \qquad . \tag{2.64}$$

Dabei sind $\mathbf{p}_0$ und $\mathbf{v}_0$ (N,1)-Matrizen, also Spaltenvektoren, die die N-Werte für die Oberflächengrößen $P(\mathbf{x_{0,i}}, \omega)$ und $V(\mathbf{x_{0,i}}, \omega)_{\mathbf{n_{x_{0,i}}}}$ enthalten. $\mathbf{D}$, $\mathbf{M}$ sind (N,N)-Matrizen mit den Ergebnissen der Integralkerne und $\mathbf{C}$ ist eine (N,N)-Diagonalmatrix mit der Diagonale $\alpha = \frac{1}{2}$. Da in Glg. (2.64) der Schalldruck auf der Oberfläche gesucht ist, muss nach $\mathbf{p}_0$ aufgelöst werden. Dies erreicht man mit

$$\mathbf{p}_0 = (\mathbf{C} - \mathbf{D})^{-1}\,(\mathbf{M}\,\mathbf{v}_0) \qquad . \tag{2.65}$$

Ist $\mathbf{p}_0$ bekannt, kann man für beliebige Aufpunkte $\mathbf{x}$ innerhalb des Volumens den Schalldruck $\mathbf{p}$ bzw. $P(\mathbf{x}, \omega)$ mit Glg. (2.62), (2.61) und $\alpha = 1$ ausrechnen. In der Praxis ist BEM wegen der Restriktionen bei numerischer Mathematik eine sehr anspruchsvolle Aufgabe. Es stellen sich hier Fragen zur richtigen, optimalen Diskretisierung der Oberfläche, zur Regularisierung nicht konvergierender Integralkerne und zur Lösung des linearen Gleichungssystems an sich. In diesem Bereich wird ausgiebig geforscht. Für einschlägige Literatur im Bereich Akustik kann z.B. auf die deutschen Autoren Martin Ochmann und Lothar Gaul verwiesen werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde BEM im Kap. 4.8 nach den Vorgaben von [Mak06] genutzt und deshalb nicht weiter vertieft.

2.2. Filtertechnik

An dieser Stelle sollen die gängigen analogen Übertragungsfunktionen von IIR-Audiofiltern 1. und 2. Ordnung zusammengetragen werden, da sie in späteren Kapiteln wiederholend genutzt werden. Für die standardisierten Tief-, Hoch-, Band- und Allpassfilter, sowie Bandstopfilter können die Übertragungsfunktionen und Filterkoeffizienten aus dem Standardwerk [Tie02] genutzt werden. Für Shelving-Filter und parametrische Filter (Bell-Filter, PEQ) gibt es keine einheitliche Definition bzgl. der Pol-Nullstellengüte und Lage der Pole und Nullstellen. Basierend auf [Zoe02], [Zoe05], [Zoe08], in denen diese Filter aus Allpass-Strukturen hergeleitet werden, sowie verschiedenen Papern [Kim38], [BJ], [BJ94], [Orf97], [Chr03] können die in der Industrie weit verbreiteten Arten der Filterimplementierung herausgearbeitet werden. Im Umfang dieser Arbeit können nur die analogen Übertragungsfunktionen unter Verzicht von Herleitungen angegeben werden. Desweiteren werden in weiteren Unterkapiteln das Low Frequency Enhancement-Filter vorgestellt, sowie eine favorisierte Methode zur Frequenzgangsinversion.

2.2.1. Zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Filter 2. Ordnung

Die Transformation der analogen Filterprototypen zu zeitdiskreten Filtern erfolgt in dieser Arbeit – wie in der Audiotechnik immer noch sehr gebräuchlich – mit der bilinearen Transformation (Kap. 7.1.2 in [Opp04]) mit Frequenz- und Güte-PreWarping. In jüngster Zeit wurden andere Verfahren vorgestellt, die analoge Übertragungsfunktionen genauer in den zeitdiskreten Bereich abbilden, u. U. dann einhergehend mit einer höheren Ordnung des Digitalfilters, vgl. dazu [Orf97], [Cla00], [Gun07], [AA07], [Sch10], [AA10].
Es ist die Kreisfrequenz ω ($[\omega]$=rad/s), sowie $\mathrm{j}^2 = -1$. Zwischen der Laplace-Variable s (stationäre Lösung) und der Variable der z-Transformation z (stationäre Lösung) gilt mit der Samplingfrequenz f_s ($[f_s]$=Hz) der Zusammenhang

$$s = \mathrm{j}\,\omega \qquad z = \mathrm{e}^{\frac{s}{f_s}} \quad \overset{\text{Linearisierung Taylor}}{\rightarrow} \quad s = 2\,f_s\,\frac{z-1}{z+1} \qquad . \tag{2.66}$$

Ein Pre-Warping (Glg. (7.28) in [Opp04]) der Grenz- bzw. Resonanzfrequenz f_g ($[f_g]$=Hz, bei Hoch-, Tief-, Allpassfilter und Shelvingfilter) und Mittenfrequenz f_m ($[f_m]$=Hz, bei parametrischem Filter, Bandpass und Bandstopfilter) erfolgt mittels

$$\omega_g \Leftarrow 2\,f_s\,\tan\left(\pi\frac{f_g}{f_s}\right) \qquad\qquad \omega_m \Leftarrow 2\,f_s\,\tan\left(\pi\frac{f_m}{f_s}\right) \qquad . \tag{2.67}$$

Eine Gütevorverzerrung für das parametrische Filter, Bandpass- und Bandstopfilter und den Allpass 2. Ordnung wird in dieser Arbeit nach Glg. (6) in [Cla00]

$$Q_{\mathrm{BP}} \Leftarrow \frac{\frac{\pi\,f_m}{f_s}}{\tan\left(\frac{\pi\,f_m}{f_s}\right)} \cdot Q_{\mathrm{BP}} \tag{2.68}$$

realisiert; eine andere Möglichkeit besteht mit Glg. (14) in [BJ94]. Die zeitkontinuierliche und -diskrete Übertragungsfunktionen $H(s)$ bzw. $H(z)$ für ein Filter 2. Ordnung (Biquad) lauten in üblicher Darstellung[1] allgemein

$$H(s) = \frac{B_0\,s^2 + B_1\,s + B_2}{A_0\,s^2 + A_1\,s + A_2} \qquad H(z) = \frac{b_0 + b_1\,z^{-1} + b_2\,z^{-2}}{1 + a_1\,z^{-1} + a_2\,z^{-2}} \qquad . \tag{2.69}$$

Unter Anwendung der bilinearen Transformation, d.h. $s = 2\,f_s\,\frac{z-1}{z+1}$ eingesetzt in $H(s)$ können die Koeffizienten für $H(z)$ allgemein zu

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{B_2 + 2\,B_1\,f_s + 4\,B_0\,f_s^2}{A_2 + 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2} \\ b_1 &= \frac{2\,B_2 - 8\,B_0\,f_s^2}{A_2 + 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2} \qquad a_1 = \frac{2\,A_2 - 8\,A_0\,f_s^2}{A_2 + 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2} \\ b_2 &= \frac{B_2 - 2\,B_1\,f_s + 4\,B_0\,f_s^2}{A_2 + 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2} \qquad a_2 = \frac{A_2 - 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2}{A_2 + 2\,A_1\,f_s + 4\,A_0\,f_s^2} \end{aligned} \tag{2.70}$$

[1] Matlab-Konvention bei freqs(), freqz()

angegeben werden. Nachfolgend sind für die verschiedenen Filtertypen die Koeffizienten für $H(s)$ aufgelistet. Die Polynom-Koeffizienten $\mathrm{b_i}$ und $\mathrm{a_i}$ für verschiedene Hoch- und Tiefpasscharakteristika können [Tie02] entnommen werden. Bei Filtern 2. Ordnung wird mit $\mathrm{b_i} = 1$ und $\mathrm{a_i} = 1/Q_p$ häufig die Beziehung zur Polstellengüte Q_p verwendet, wobei sich mit $Q_p = 1/\sqrt{2}$ Butterworth-Charakteristik für das Filter 2. Ordnung ergibt. Shelving-Filter 2. Ordnung werden in den meisten Fällen mit fester, nicht frei einstellbarer Pol- und Nullstellengüte $Q_p = Q_z = 1/\sqrt{2}$ symmetrisch bzgl. Verstärkung und Dämpfung implementiert. Die vorgestellten Typen I, II, III sind oft vorkommende Realisierungen. Die Abb. 2.3 bis 2.8 stellen die Filtercharakteristika anhand von Amplituden- bzw. Phasenfrequenzgängen beispielhaft dar.

- **Tiefpass** 1. Ordnung

$B_0 = 0$	$B_1 = 0$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Tiefpass** 2. Ordnung

$B_0 = 0$	$B_1 = 0$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{\mathrm{b_i}}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{\mathrm{a_i}}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Hochpass** 1. Ordnung

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = 0$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Hochpass** 2. Ordnung

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = 0$	$B_2 = 0$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{\mathrm{a_i}}{\omega_g}$	$A_2 = \mathrm{b_i}$

- **Bandpass** 2. Ordnung

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$B_2 = 0$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

- **Bandstop** 2. Ordnung

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = 0$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BS}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

- **Low-Shelve** 1. Ordnung Typ I

  mit $g = 10^{+|G|/20}$

  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = g$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = g$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Low-Shelve** 1. Ordnung Typ II

  mit $g = 10^{-|G|/20}$

  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = g$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = g$

- **Low-Shelve** 1. Ordnung Typ III („ONE-HALF PAD LOSS“-Q)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = g^{-1/2}$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = g^{+1/2}$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = g^{+1/2}$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = g^{-1/2}$

- **High-Shelve** 1. Ordnung Typ I
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{g}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{g}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **High-Shelve** 1. Ordnung Typ II
  mit $g = 10^{-|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{g}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{1}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{g}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **High-Shelve** 1. Ordnung Typ III („ONE-HALF PAD LOSS“-Q)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{g^{-1/2}}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{g^{+1/2}}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{g^{+1/2}}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{g^{-1/2}}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Low-Shelve** 2. Ordnung Typ I
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = g$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = g$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Low-Shelve** 2. Ordnung Typ II
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{-|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = g$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = g$

- **Low-Shelve** 2. Ordnung Typ III („ONE-HALF PAD LOSS“-Q)
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{-1/4}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = g^{-1/2}$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/4}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = g^{+1/2}$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/4}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = g^{+1/2}$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{-1/4}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = g^{-1/2}$

- **High-Shelve** 2. Ordnung Typ I
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{g}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{g}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **High-Shelve** 2. Ordnung Typ II
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{-|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{g}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{g}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/2}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **High-Shelve** 2. Ordnung Typ III („ONE-HALF PAD LOSS“-Q)
  (symmetrisch für $Q_p = Q_z$)
  mit $g = 10^{+|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{g^{-1/2}}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{-1/4}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{g^{+1/2}}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{+1/4}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{g^{+1/2}}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{g^{+1/4}}{Q_z\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{g^{-1/2}}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{g^{-1/4}}{Q_p\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **PEQ** 2. Ordnung Typ I (CONSTANT-Q PEQ)
  mit $g = 10^{G/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

- **PEQ** 2. Ordnung Typ II (SYMMETRICAL-Q PEQ)
  mit $g = 10^{|G|/20}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{BP}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

- **PEQ** 2. Ordnung Typ III („ONE-HALF PAD LOSS"-Q PEQ)
  mit $g = 10^{|G|/20}$ und $Q_{\mathrm{HPL}} = 10^{|G|/40}\, Q_{\mathrm{BP}}$
  für $G \leq 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{HPL}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{HPL}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

  für $G > 0$

$B_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$B_1 = \frac{g}{Q_{\mathrm{HPL}}\,\omega_m}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_m^2}$	$A_1 = \frac{1}{Q_{\mathrm{HPL}}\,\omega_m}$	$A_2 = 1$

- **Allpass** 1. Ordnung

$B_0 = 0$	$B_1 = \frac{-1}{\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = 0$	$A_1 = \frac{+1}{\omega_g}$	$A_2 = 1$

- **Allpass** 2. Ordnung

$B_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$B_1 = \frac{-1}{Q\,\omega_g}$	$B_2 = 1$	$A_0 = \frac{1}{\omega_g^2}$	$A_1 = \frac{+1}{Q\,\omega_g}$	$A_2 = 1$

2.2.2. Low Frequency Enhancement-Filter

Der untere Frequenzbereich einer geschlossenen Lautsprecherbox kann mit aktiver Filterung theoretisch beliebig zu tieferen Frequenzen hin erweitert und mit einer anderen Hochpassfiltercharakteristik belegt werden, wie der folgende Abschnitt aufzeigt. Das Systemverhalten einer geschlossenen Lautsprecherbox entspricht mit der Polgüte Q_{Dr} einem Hochpass 2. Ordnung (Glg. (19) und Abschn. 3 in [Sma72])

$$H_{\mathrm{Dr}}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_{\mathrm{Dr}}}{Q_{\mathrm{Dr}}}\, s + \omega_{\mathrm{Dr}}^2} = \frac{(s - s_{z\mathrm{Dr}})^2}{(s - s_{p\mathrm{Dr}}) \cdot \left(s - s_{p\mathrm{Dr}}^*\right)} \quad , \tag{2.71}$$

d.h. für obige Konvention gilt also b_1=1 und $\mathrm{a}_1 = 1/Q_{\mathrm{Dr}}$. Das System hat zwei Nullstellen im Ursprung der s-Ebene und ein konjugiert-komplexes Polpaar in der linken s-Ebene (für $0 < \omega_{\mathrm{Dr}} < \infty$, $0 < Q_{\mathrm{Dr}} < \infty$).

Mit der Grenzfrequenz $\omega_{\mathrm{DrE}} < \omega_{\mathrm{Dr}}$ soll die Lautsprecherbox tiefer abgestimmt werden ('enhanced low frequency', DrE) und zudem ein Hochpassverhalten 4. Ordnung mit

$$H_{\mathrm{DrE}}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \mathrm{a}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}\, s + \mathrm{b}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2} \cdot \frac{s^2}{s^2 + \mathrm{a}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}\, s + \mathrm{b}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2} \tag{2.72}$$

als Zielfrequenzgang aufweisen. In Pol- und Nullstellendarstellung kann

$$H_{\mathrm{DrE}}(s) = \frac{(s - s_{z\mathrm{DrE}})^2}{(s - s_{p1\mathrm{DrE}}) \cdot \left(s - s_{p1\mathrm{DrE}}^*\right)} \cdot \frac{(s - s_{z\mathrm{DrE}})^2}{(s - s_{p2\mathrm{DrE}}) \cdot \left(s - s_{p2\mathrm{DrE}}^*\right)} \tag{2.73}$$

geschrieben werden. Man erkennt eine Reihenschaltung von zwei Hochpässen mit jeweils potentiell unterschiedlicher Polgüte. Das Zielsystem hat vier Nullstellen im Ursprung der s-Ebene ($s_{z\mathrm{DrE}} = 0$) und zwei komplex-konjugierte Polpaare in der linken s-Ebene (für $0 < \omega_{\mathrm{DrE}} < \infty$, $0 < \mathrm{a_i} < \infty$, $0 < \mathrm{b_i} < \infty$). Mit den Koeffizienten $\mathrm{a_i}$, $\mathrm{b_i}$ wird die Filtercharakteristik des Hochpasses 4. Ordnung, bzw. die Lage der Polpaare bestimmt. Für Butterworth-Charakteristik gilt: $\mathrm{a}_1 = 2\cos(\pi/8)$, $\mathrm{a}_2 = 2\cos(3\,\pi/8)$, $b_{1,2} = 1$; ein Linkwitz-Riley Hochpass (24 dB/Oktave) erhält man mit: $\mathrm{a}_{1,2} = 2\cos(\pi/4)$, $b_{1,2} = 1$ (vgl.

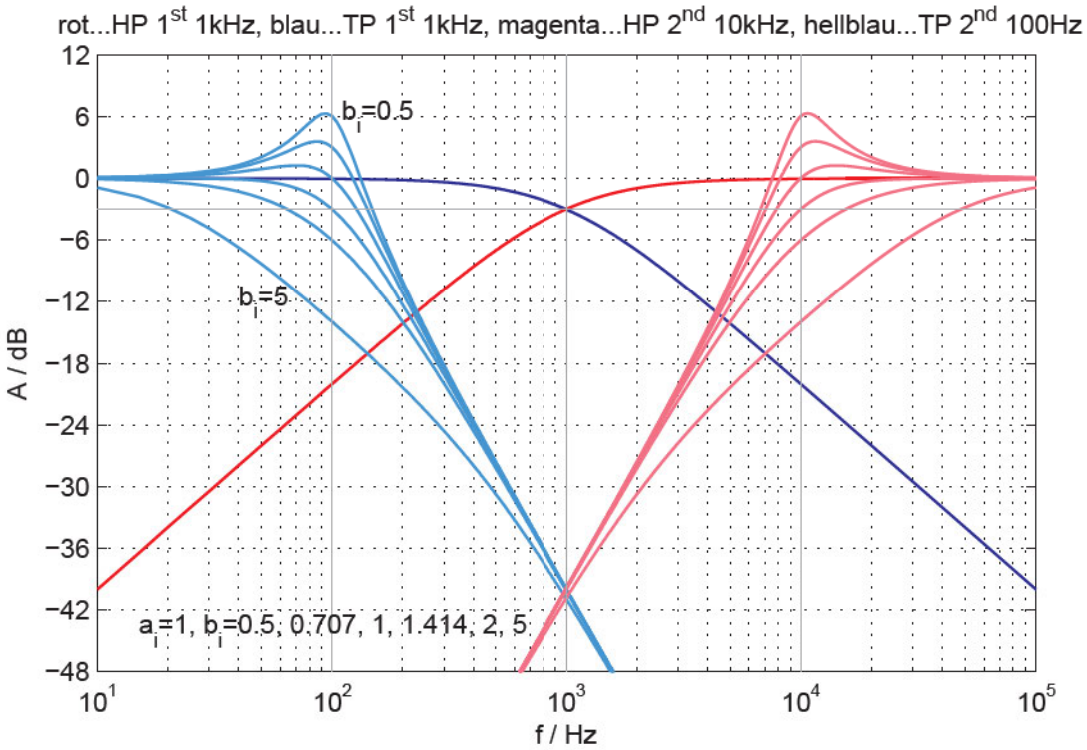

Abb. 2.3.: Frequenzgänge Tief- und Hochpässe 1./2. Ordnung

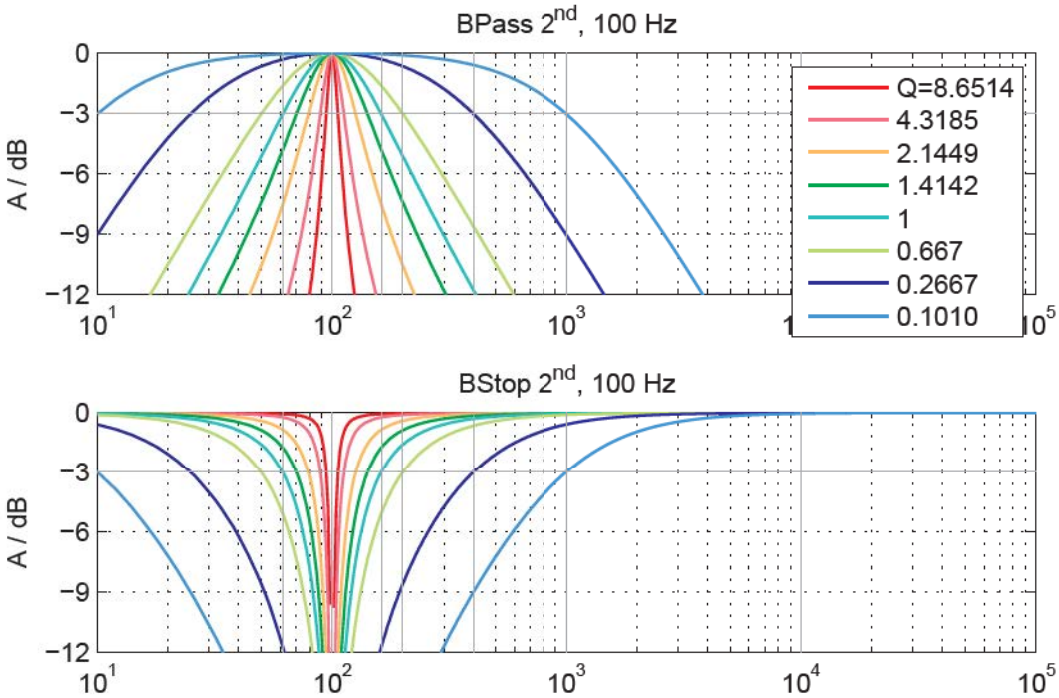

Abb. 2.4.: Frequenzgänge Bandpass und -stop 2. Ordnung

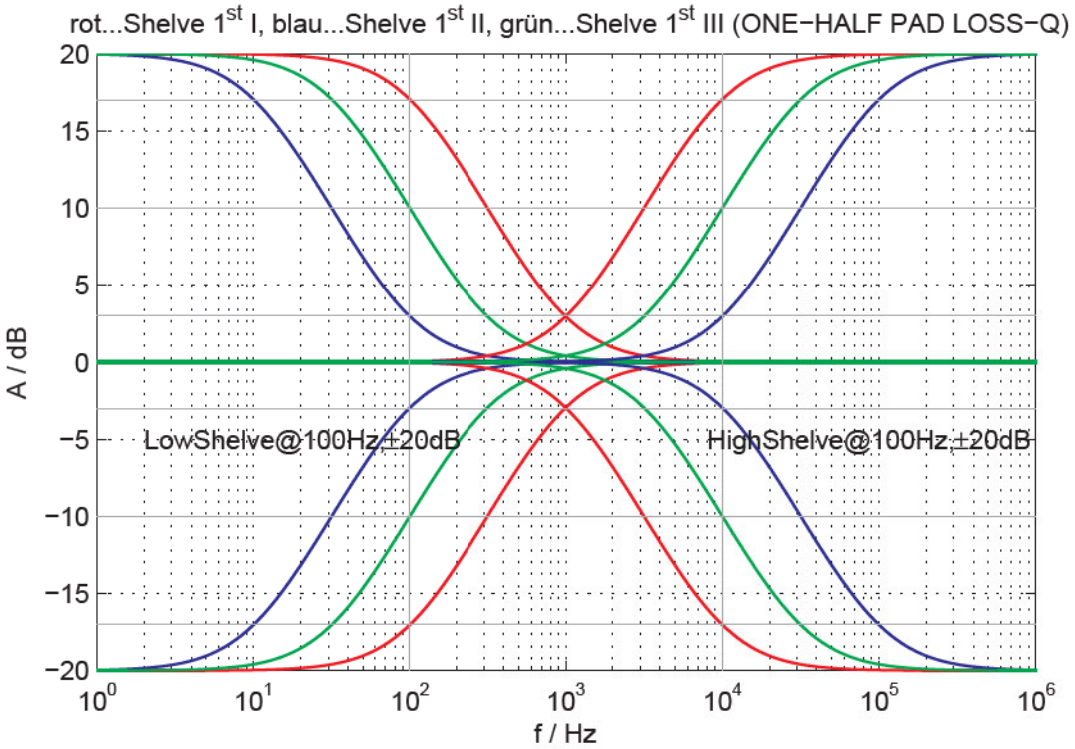

Abb. 2.5.: Frequenzgänge Low-/High-Shelves 1. Ordnung

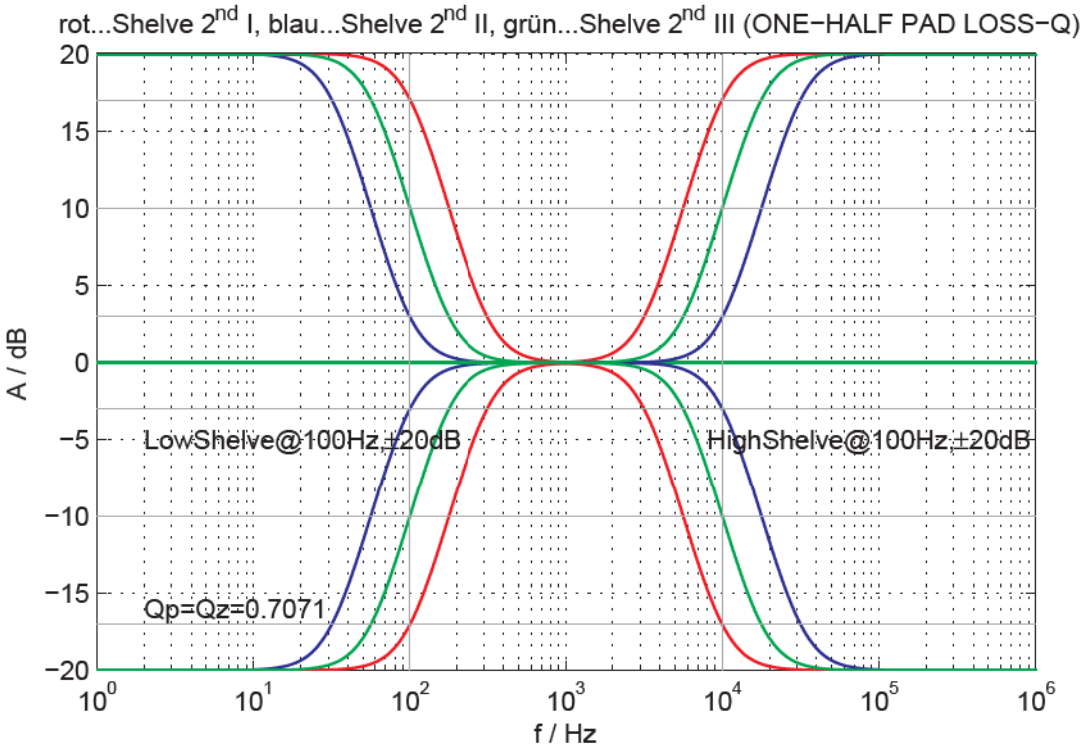

Abb. 2.6.: Frequenzgänge Low-/High-Shelves 2. Ordnung

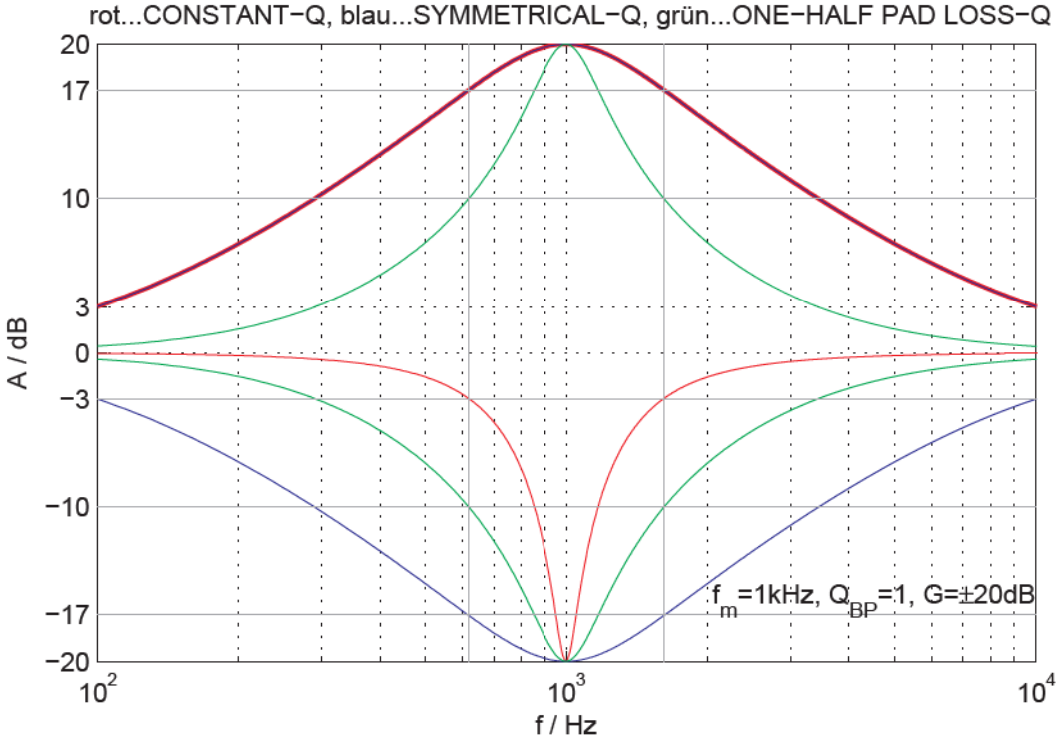

Abb. 2.7.: Frequenzgänge PEQ-Typen I, II, III

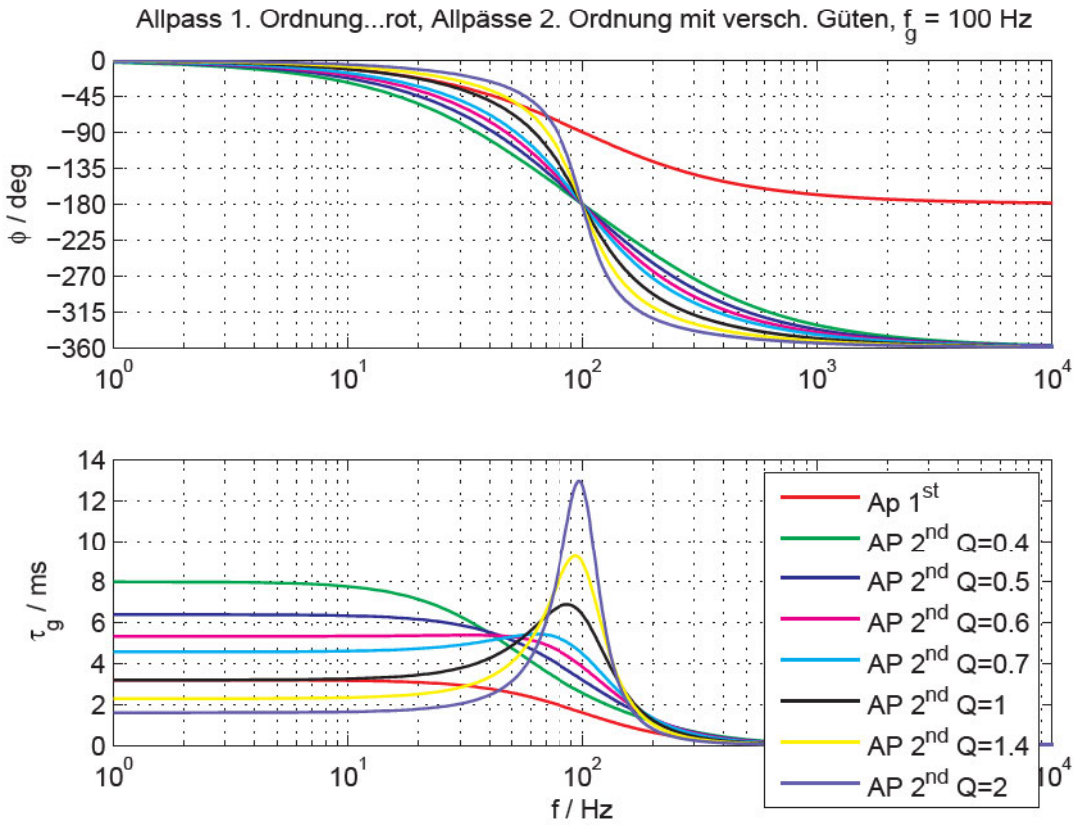

Abb. 2.8.: Allpässe 1. und 2. Ordnung

Glg. (1.34) und Kap. 1.4.1 in [Wan08], Fig. 5 in [Lin76], Glg. (5) in [Lea87]). Nun kann das Entzerrungsfilter 4. Ordnung

$$H_{\mathrm{EQ}}(s) = \frac{H_{\mathrm{DrE}}(s)}{H_{\mathrm{Dr}}(s)} = \underbrace{\frac{s^2}{s^2 + \mathrm{a}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}\,s + \mathrm{b}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2}}_{\text{Biquad 1a } H_{\mathrm{EQ1a}}(s)} \cdot \underbrace{\frac{s^2 + \frac{\omega_{\mathrm{Dr}}}{Q_{\mathrm{Dr}}}\,s + \omega_{\mathrm{Dr}}^2}{s^2 + \mathrm{a}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}\,s + \mathrm{b}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2}}_{\text{Biquad 2a } H_{\mathrm{EQ2a}}(s)} \tag{2.74}$$

bzw. systemtheoretisch äquivalent

$$H_{\mathrm{EQ}}(s) = \frac{H_{\mathrm{DrE}}(s)}{H_{\mathrm{Dr}}(s)} = \underbrace{\frac{s^2 + \frac{\omega_{\mathrm{Dr}}}{Q_{\mathrm{Dr}}}\,s + \omega_{\mathrm{Dr}}^2}{s^2 + \mathrm{a}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}\,s + \mathrm{b}_1\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2}}_{\text{Biquad 1b } H_{\mathrm{EQ1b}}(s)} \cdot \underbrace{\frac{s^2}{s^2 + \mathrm{a}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}\,s + \mathrm{b}_2\,\omega_{\mathrm{DrE}}^2}}_{\text{Biquad 2b } H_{\mathrm{EQ2b}}(s)} \tag{2.75}$$

definiert werden. Da $s_{z\mathrm{DrE}} = s_{z\mathrm{Dr}} = 0$ folgt in der Produktform ein Entzerrungsfilter 4. Ordnung

$$H_{\mathrm{EQ}}(s) = \frac{(s - s_{z\mathrm{DrE}})^2}{(s - s_{p1\mathrm{DrE}}) \cdot \left(s - s_{p1\mathrm{DrE}}^*\right)} \cdot \frac{(s - s_{p\mathrm{Dr}}) \cdot \left(s - s_{p\mathrm{Dr}}^*\right)}{(s - s_{p2\mathrm{DrE}}) \cdot \left(s - s_{p2\mathrm{DrE}}^*\right)} \quad , \tag{2.76}$$

das 1.) zwei komplex-konjugierte Polpaare von $H_{\mathrm{DrE}}(s)$ aufweist, 2.) zwei Nullstellen im Ursprung hat und 3.) ein konjugiert-komplexes Nullstellenpaar besitzt, welches das Polstellenpaar von $H_{\mathrm{Dr}}(s)$ kompensieren kann. Die Biquads $H_{\mathrm{EQ2a}}(s)$ und $H_{\mathrm{EQ1b}}(s)$ sind spezielle Low-Shelve Filter (siehe oben, Low-Shelve 2. Ordnung Typ II, $G > 0$) und realisieren eine sogenannte Linkwitz-Transformation [Sie]. Ein Koeffizientenvergleich von Glg. (2.74) mit der Übertragungsfunktion des Low-Shelve 2. Ordnung Typ II für $G > 0$ ergibt: $Q_{\mathrm{Dr}} = Q_z$, $\omega_{\mathrm{Dr}} = \omega_g$, $\omega_{\mathrm{DrE}} = \omega_g / g^{+1/2}$. Die Biquads $H_{\mathrm{EQ1a}}(s)$ und $H_{\mathrm{EQ2b}}(s)$ stellen Hochpässe 2. Ordnung dar. Abb. 2.9 zeigt die Frequenzgänge eines Beispiel-Entzerrungsvorgangs mit den unterschiedlichen Biquads aus Glg. (2.74), (2.75). Dabei wurde $Q_{\mathrm{Dr}} = 2$ und $\omega_{\mathrm{Dr}} = 2\,\pi\,200$ rad/s gewählt. Die erweiterte Grenzfrequenz wurde zu $\omega_{\mathrm{DrE}} = 2\,\pi\,50$ rad/s festgelegt, was mit $\omega_{\mathrm{DrE}} = \omega_g / g^{+1/2}$ in einer Anhebung von +24.08 dB im LowShelve-Filter mündet. In Rot dargestellt ist das Systemverhalten der geschlossenen Lautsprecherbox, in Blau das komplette Entzerrungsfilter 4. Ordnung und in Schwarz der Zielfrequenzgang mit gewünschtem Butterworth-Verhalten 4. Ordnung. In Cyan und Hellblau sind jeweils die unterschiedlich resultierenden Biquads gezeigt, die in Reihe geschaltet das gleiche Entzerrungsfilter realisieren.

Für ein digitales Filterdesign $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ gibt es verschiedene Möglichkeiten. Ein Direktentwurf mittels bilinearer Transformation ist bis auf die – für dieses Filter – willkürliche Entscheidung der Prewarping-Frequenz möglich. Damit der komplette Entzerrungsvorgang im digitalen Bereich jedoch in sich konsistent bleibt, wird vorgeschlagen, zunächst nur den Hochpass $H_{\mathrm{Dr}}(s)$ und die einzelnen Biquads von $H_{\mathrm{DrE}}(s)$ mit Pre-Warping der jeweiligen Grenzfrequenzen bilinear zu transformieren. Aus den resultierenden $H_{\mathrm{Dr}}(z)$, $H_{\mathrm{DrE1}}(z)$ und $H_{\mathrm{DrE2}}(z)$ kann dann mit Reihenschaltung analog zu Glg. (2.75) und (2.74) das digitale Filter $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ entwickelt werden, damit $H_{\mathrm{DrE}}(z) = H_{\mathrm{Dr}}(z) \cdot H_{\mathrm{EQ}}(z)$ analytisch exakt gilt.

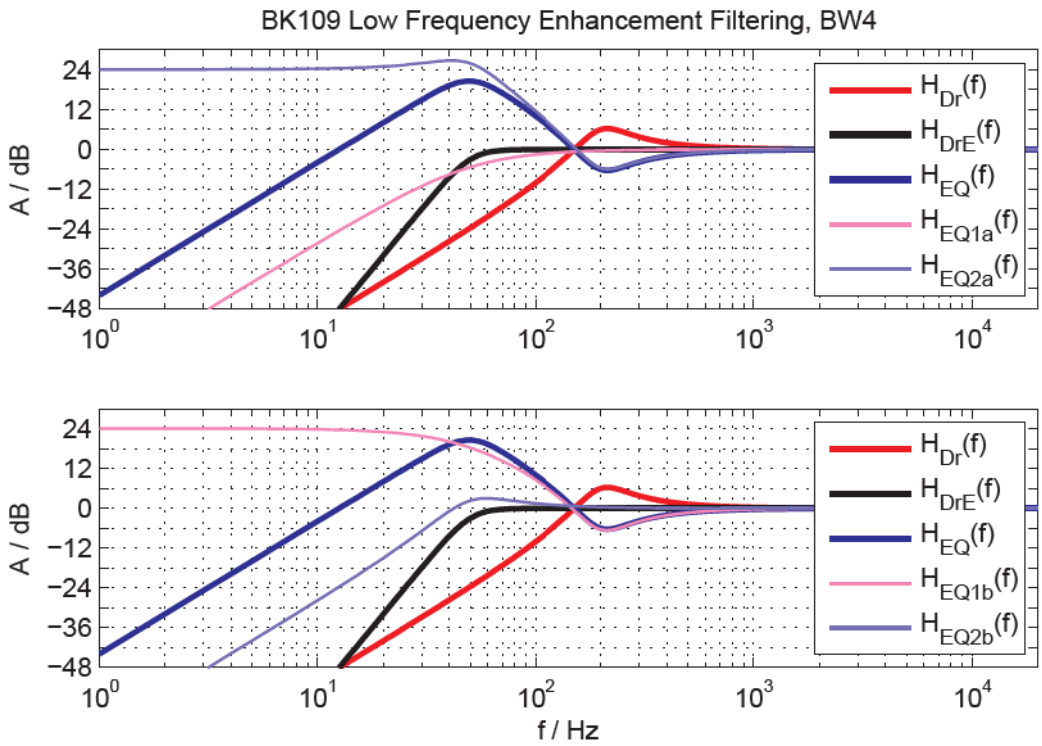

Abb. 2.9.: LFE-Filter, analoger Entzerrungsvorgang, Amplitudengänge

Würde man $H_{\mathrm{DrE}}(z)$, $H_{\mathrm{Dr}}(z)$ *und* $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ individuell aus den analogen Vorbildern mittels bilinearer Transformation ableiten, wäre die Lösung nur in Näherung korrekt. In Abb. 2.10 ist der gleiche Entzerrungsvorgang mittels Pol-Nullstellendiagrammen in der z-Ebene für $f_s = 48$ kHz dargestellt. In den linken Grafiken (rot) sieht man das Systemverhalten der geschlossenen Lautsprecherbox $H_{\mathrm{Dr}}(z)$. In den rechten Grafiken (schwarz) sind die Pole und Nullstellen des gewünschten Zielfrequenzgangs $H_{\mathrm{DrE}}(z)$ (Butterworth 4. Ordnung) dargestellt. In den mittleren Grafiken sind Pol-Nullstellendiagramme für das Entzerrungsfilter $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ visualisiert. Es gibt, wie im analogen Filterdesign, zwei Möglichkeiten, das Filter 4. Ordnung in Filter 2. Ordnung aufzuspalten. Bei einer gedachten Überlagerung der PNDs von $H_{\mathrm{Dr}}(z)$ und $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ erkennt man sehr schön, wie die Polstellen von $H_{\mathrm{Dr}}(z)$ durch die Nullstellen von $H_{\mathrm{EQ}}(z)$ exakt kompensiert werden.
Anzumerken ist, dass die hier vorgestellte Entzerrung im Wesen der Arbeit [Lea81] entspricht. Allerdings kann dort nicht eine beliebige neue Grenzfrequenz ω_{DrE} definiert werden, da das Entzerrungsfilter nicht generisch herausgearbeitet wurde und dadurch Restriktionen im Filterentwurfsverfahren resultieren.

2.2.3. Frequenzgangsinversion

Für die Invertierung von Frequenzgängen (FIR-Filtern), speziell von HpTF wird die Methode nach [Nor06] genutzt. Dem zu invertierenden System $C(\omega)$ wird mit dem Kompensationsfilter $H(\omega)$ die nach der Inversion gewünschte Systemeigenschaft $A(\omega)$ (Zielfunktion)

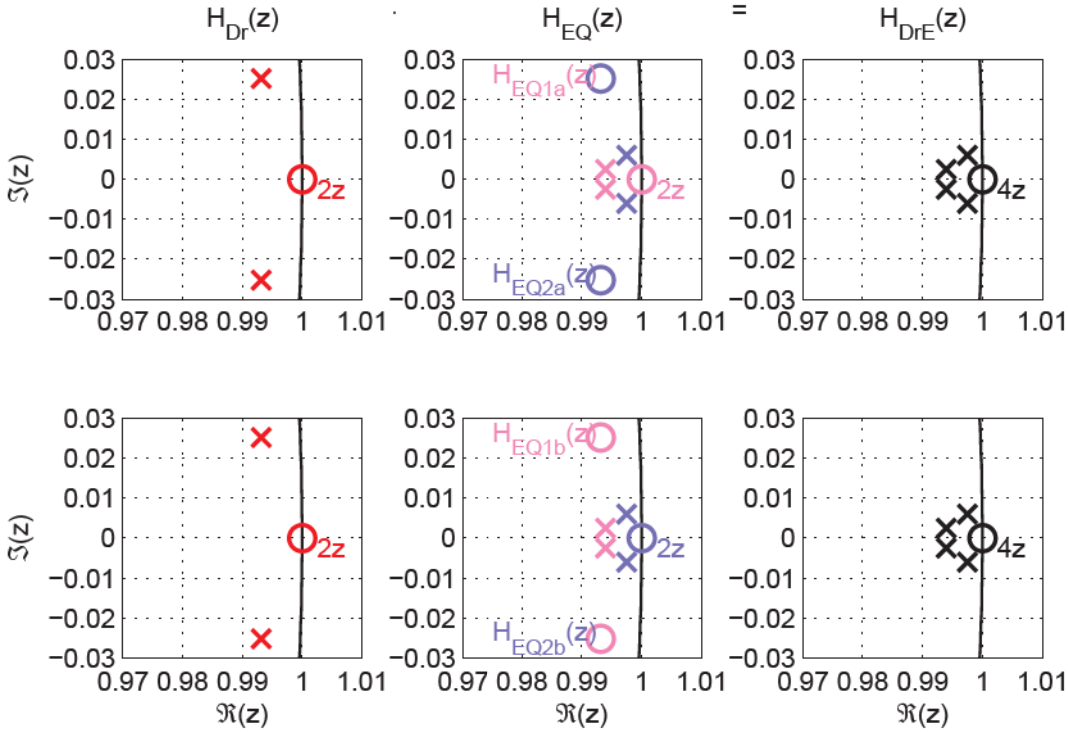

Abb. 2.10.: LFE-Filter, digitaler Entzerrungsvorgang, PNDs

mit Glg. (2.13) in [Nor06]

$$A(\omega) = C(\omega) \cdot H(\omega) \qquad H(\omega) = \frac{C^*(\omega)\, A(\omega)}{|C(\omega)|^2} \tag{2.77}$$

aufgezwungen. Für $A(\omega)$ kann man mit einer Least-Mean-Square Regularisierung den Ausdruck

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \beta \frac{|A_R(\omega)|^2}{|C(\omega)|^2}} \tag{2.78}$$

nach Glg. (2.14) in [Nor06] finden. Hierbei ist β das Regularisierungsgewicht und $A_R(\omega)$ das Regularisierungsspektrum. Die Glg. (2.78), lässt sich – so wie später im Rahmen dieser Arbeit auch benutzt – erweitern durch eine betragsmäßige Bandpassbeschränkung $|A_{\text{TargetBP}}(\omega)|$ und eine beliebige Zielphase $\phi(\omega)$. Damit kann mit

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \beta \frac{|A_R(\omega)|^2}{|C(\omega)|^2}} \cdot |A_{\text{TargetBP}}(\omega)| \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\phi(\omega)} \quad \text{und} \quad \tau_{\text{GD}} = \frac{-\mathrm{d}\phi(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = \text{const.} \tag{2.79}$$

ein linearphasiges Zielsystem definiert werden. Es ergibt sich das Kompensationsfilter

$$H(\omega) = \frac{C^*(\omega) \frac{1}{1+\beta \frac{|A_R(\omega)|^2}{|C(\omega)|^2}} \cdot |A_{\text{TargetBP}}(\omega)| \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\phi(\omega)}}{|C(\omega)|^2} \quad . \tag{2.80}$$

2.3. Binaurale Aufnahme und Wiedergabe

Im folgenden Unterkapitel werden die zur Binauralsynthese benötigten Signale und Frequenzgänge für den Aufnahme- und Wiedergabefall zusammengetragen. Dazu wird [Møl92], [Møl95a], [Vor00a], Kap. 2.1 bis 2.5 in [Lin06], Kap. 1.2 und 1.3 in [Sch08] repetiert. Zur datenbasierten Binauralsynthese benötigt man aufnahmeseitig entweder die head-related impulse response (HRIR) / die binaural room impulse response (BRIR) oder die head-related transfer function (HRTF) / die binaural room transfer function (BRTF)

$$HRTF(\phi, \theta, \mathrm{Ohr}_{L,R}, \omega, r) \qquad BRTF(\phi, \theta, \mathrm{Ohr}_{L,R}, \omega, r) \tag{2.81}$$

$$HRIR(\phi, \theta, \mathrm{Ohr}_{L,R}, t, r) \qquad BRIR(\phi, \theta, \mathrm{Ohr}_{L,R}, t, r) \quad . \tag{2.82}$$

Diese existieren für alle möglichen Kopfrotationen ϕ, θ in einem sphärischen Koordinatensystem und für einen bestimmten Abstand des Kopfmittelpunktes zur Quelle entweder über der Zeit oder über der Frequenz. Nachfolgend wird auf die Indizierung der Winkel-, Ohr- und Wegabhängigkeiten verzichtet. Die Modellierung der Übertragungsfunktionen bzw. Impulsantworten gilt nach Møller allgemein für alle Winkel und im Fernfeld einer Quelle. Hier wird wie [Møl92] der Fall einer HRTF-Akquise betrachtet. Zur Wiedergabe binauraler Signale sind die Übertragungsfunktionen HpTF, PDR und ξ_{HP} von Belang.

2.3.1. Messung von HRTF

In Abb. 2.11 ist ein einfaches Wechselstrom-Ersatzschaltbild aus aktivem (AZP, links) und passivem (PZP, rechts) Zweipol für das auf das Ohr auftreffende Schallfeld dargestellt. Die-

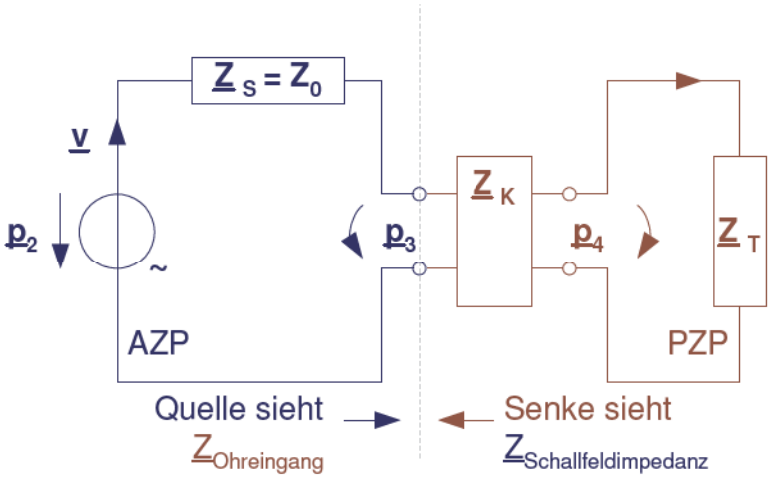

Abb. 2.11.: Ersatzschaltbild für auf ein Ohr auftreffendes Schallfeld

ses Schallfeld wird mit der Ohreingangsimpedanz $\underline{Z}_{\mathrm{Ein}}$ belastet. Die Ohreingangsimpedanz

bildet den PZP, kann unter bestimmten Annahmen mit der Leitungsgleichung beschrieben werden und besteht aus dem Ohrkanal $\underline{Z}_\mathrm{K}$ - modelliert mit einem zylindrischen Rohr konstanten Radius - und der Trommelfell-Abschlussimpedanz $\underline{Z}_\mathrm{T}$. Mit Annahme ebener und verlustloser Wellenausbreitung entlang eines Kundtschen Rohres (Kap. 7.5 in [Bla08]) wird die Ohreingangsimpedanz $\underline{Z}_\mathrm{Ein}$ unter Verwendung von Glg. (9.55) in [Mös07] mit der Ohrkanallänge l_K, der Schallgeschwindigkeit im Ohrkanal c_k und der Schallfeldimpedanz $\underline{Z}_\mathrm{S}$ der Quelle als Fouriertransformierte mit kontinuierlicher Frequenz zu

$$Z_\mathrm{Ein}(\omega) = Z_\mathrm{S}(\omega) \cdot \frac{Z_\mathrm{T}(\omega) + Z_\mathrm{S}(\omega)\,\mathrm{j}\,\tan(\frac{\omega\, l_K}{c_K})}{Z_\mathrm{S}(\omega) + Z_\mathrm{T}(\omega)\,\mathrm{j}\,\tan(\frac{\omega\, l_K}{c_K})} \quad . \tag{2.83}$$

Damit im Ohrkanal ebene Wellenausbreitung möglich ist, muss im hier modellierten Spezialfall für den AZP $\underline{Z}_\mathrm{S}(\omega) = Z_0$ gelten. Die Leitungsimpedanz nach Glg. (2.83) ist nach Umformung dann äquivalent zu den Glg. (A1), (A2) in [Møl92]. Für die im Leitungsmodell geforderte ebene Wellenausbreitung müssen alle Audiofrequenzen wesentlich kleiner als die tiefste cut-on-Frequenz des kreiszylindrischen Rohres sein, vgl. Kap. 2.1.1 [Lin06]. Mit Glg. (2.17) in [Mös07] lässt sich zunächst die Schallgeschwindigkeit c für eine im Ohrkanal angenommene Körpertemperatur $\vartheta = 37°$ C berechnen

$$c_k = \sqrt{\kappa \frac{R}{M} T} \approx \sqrt{1{,}4 \frac{8{,}314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}}{0{,}029\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}}\,310{,}15\,\mathrm{K}} \approx 353\,\mathrm{m/s} \quad . \tag{2.84}$$

Unter Annahme eines durchschnittlichen, konstanten Ohrkanalradius $a_K = 3.75$ mm [Lin06] ist die tiefste cut-on-Frequenz für kreiszylindrische Rohre mit Glg. (6.10) in [Mös07]

$$f_c \approx 0{,}59\,\frac{c_K}{2\,a_K} \approx 28\,\mathrm{kHz} \tag{2.85}$$

höher als der Hörbereich des Ohrs, die Modellierung über die Leitungsgleichung ist damit

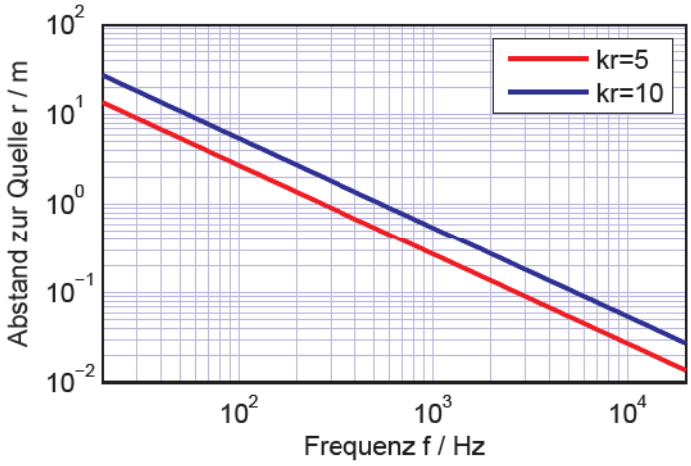

Abb. 2.12.: Abstand zur Quelle wenn $k\,r \gg 1$ als Konvergenz zu Z_0

für die interessierenden Frequenzen statthaft. [Møl92] modelliert mit einem Ohrkanaldurchmesser von $2\,a_K = 8\,mm$, gibt als Grenze $2\,a_K = \frac{\lambda}{4}$ an, rechnet mit $c = 340\,m/s$ und erhält so eine gültige obere Grenzfrequenz von ca. 10 kHz. Für die im Freifeld strahlenden, idealen Elementarquellen Punktquelle und Linienquelle (Mode 0. Ordnung) kann man analytische Ausdrücke für die Schallfeldimpedanz finden. Damit kann eine Abschätzung erfolgen, bei welchen Abständen zur Quelle sich die Schallfeldimpedanz der Luftkennimpedanz annähert und damit ideale ebene Wellenausbreitung erfolgt. Für die Punktquelle gilt (Glg. (2.30) in [Spo06], Glg. (9.14) in [Bla08], Glg. (F.3-11) in [Mec08])

$$\underline{Z}_{\text{Punkt}}(k\,r) = \frac{\mathrm{j}\,k\,r}{1 + \mathrm{j}\,k\,r} \cdot Z_0 \qquad , \tag{2.86}$$

für die Linienquelle gilt (Glg. (2.43) in [Spo06], Glg. (F.4-6) in [Mec08])

$$\underline{Z}_{\text{Linie}}(k\,r) = \frac{H_0^2(k\,r)}{H_1^2(k\,r)} \cdot \mathrm{j}\,Z_0 \qquad . \tag{2.87}$$

Mit der Näherung für große Abstände und/oder hohe Frequenzen folgt für die Punktquelle

$$\underline{Z}_{\text{Punkt}}(k\,r \gg 1) \approx Z_0 \tag{2.88}$$

und für die Linienquelle mit Glg. (4.23) in [Wil99]

$$\underline{Z}_{\text{Linie}}(k\,r \gg 1) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi\,k\,r}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(k\,r - \frac{\pi}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{2}{\pi\,k\,r}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(k\,r - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}} \cdot \mathrm{j}\,Z_0 \approx Z_0 \qquad . \tag{2.89}$$

Abb. 2.12 zeigt den Minimalabstand zur Quelle über die Frequenz, wenn für die Forde-

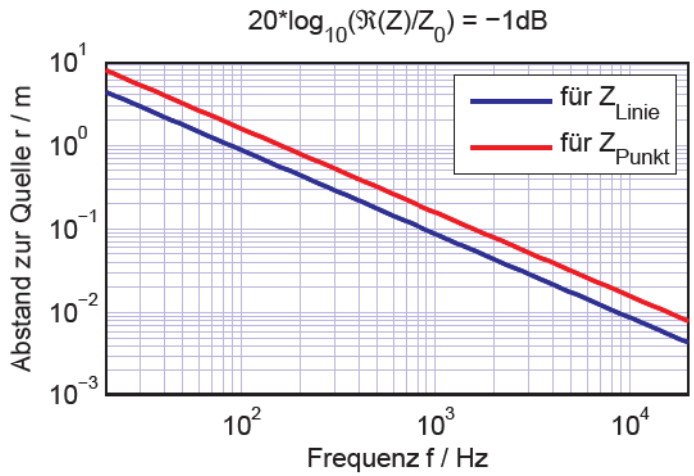

Abb. 2.13.: Abstand zur Quelle wenn $k\,r \gg 1$ als Konvergenz zu Z_0

rung $k\,r \gg 1$ die Werte $k\,r = 5$ und $k\,r = 10$ gelten sollen. Die exakten Werte lauten

$$\underline{Z}_{\text{Punkt}}(k\,r = 5) = (0.962 + 0.192\mathrm{j})\,Z_0 \quad \underline{Z}_{\text{Punkt}}(k\,r = 10) = (0.99 + 0.099\mathrm{j})\,Z_0 \tag{2.90}$$

und

$$\underline{Z}_{\text{Linie}}(k\,r = 5) = (0.986 + 0.097\text{j})\,Z_0 \quad \underline{Z}_{\text{Linie}}(k\,r = 10) = (0.996 + 0.05\text{j})\,Z_0 \tag{2.91}$$

und konvergieren gut gegen Z_0. Das willkürliche Kriterium, dass $\Re(Z_0)$ nur bis max. 1 dB von Z_0 abweichen soll, ist in Abb. 2.13 dargestellt. Man erkennt in beiden Grafiken, dass für praktikable Messabstände > 10 m und plausible Fernfeldnäherungen, die Schallfeldimpedanz gegen Z_0 konvergiert, zumindest für die Elementarquellen 0. Ordnung. Damit kann im Modell oben $\underline{Z}_{\text{S}}(\omega) = Z_0$ angenommen werden.
Abb. 2.11 entnimmt man das bei der binauralen Schallfeldsynthese idealerweise zu reproduzierende und über $\underline{Z}_{\text{T}}$ abfallende Schalldruckpotential $\underline{p}_4$. Das Potential $\underline{p}_3$ fällt über der Ohreingangsimpedanz $\underline{Z}_{\text{Ein}}$ ab. Eine aktive Schallquelle erzeugt ein Schallfeld vor dem Ohr. Diese Quelle kann mittels Spannungsquellen-Ersatzschaltung (in [Møl92, Møl95a, Møl95b, Møl95c] wird die in englischsprachiger Literatur verbreitete Anwendung des Thevenintheorems bemüht) mit einer Potentialquelle und einem näher zu bestimmendem Innenwiderstand in Abb. 2.11 links als AZP dargestellt werden. Unter Beibehaltung der [Møl92]-Konvention erhält das Leerlaufpotential des AZP die Abkürzung $\underline{p}_2$. Das Potential $\underline{p}_2$ herrscht also vor dem Ohr, wenn im AZP der Fluss $\underline{v} = 0$ gilt. In der Akustik gilt dies für schallharte Abschlüsse, also hier für einen schallhart geblockten Ohrkanal, auf den das Schallfeld trifft. Der näher zu bestimmende Innenwiderstand $\underline{Z}_i$ des AZP geht aus Überlegungen zum Kurzschlussfall hervor. Es gilt mit $\underline{p}_2 = \underline{v}_k \cdot \underline{Z}_i$ das Ohmsche Gesetz, d.h. die Proportionalität zwischen Schnelle (Fluss) und Druck (Potential). $\underline{Z}_i = \frac{\underline{p}_2}{\underline{v}_k}$ ist die von der Quelle bestimmte Schallfeldimpedanz $\underline{Z}_{\text{S}}$, die den Kurzschlussstrom hindert unendlich zu wachsen. „Kurz vor“ dem Ohreingang kann man somit $\underline{Z}_{\text{i}} = \underline{Z}_S$ definieren. Im Falle einer ebenen Wellenausbreitung oder näherungsweise im Fernfeld von Quellen gilt dann als Spezialfall die reelle Größe $\underline{Z}_{\text{S}} = Z_0$. Dieser Fall wird offensichtlich auch in [Møl95a] als „free-air radiation impedance“ (Glg. (2)) in allen Rechnungen benutzt und mit ihm hinfort auch das Kriterium des „free air equivalent coupling“ (FEC) für Kopfhörer (Glg. (3) und ff.) motiviert. In Kap. 2.1 [Møl92] muss daher von einer sehr weit entfernten Quelle im Freifeld die Rede sein. Nah-/Fernfeldbetrachtungen bzw. eine Diskussion über die Phasenlage von Schnelle und Druck des Schallfeldes werden ebenda nicht geführt, da davon ausgegangen wird, dass mit Reproduktion nur des Ohr-Schalldrucks eine vollständige Schallfeldresynthese möglich ist [Møl92].
Nach Zusammenschalten des AZP mit dem PZP in Abb. 2.11 kann man die Spannungsteiler

$$\frac{\underline{p}_3}{\underline{p}_2} = \frac{\underline{Z}_{\text{Ein}}}{\underline{Z}_{\text{Ein}} + \underline{Z}_{\text{S}}} \tag{2.92}$$

und

$$\frac{\underline{p}_4}{\underline{p}_2} = \frac{\underline{Z}_{\text{T}}}{\underline{Z}_{\text{Ein}} + \underline{Z}_{\text{S}}} \tag{2.93}$$

aufstellen. Zusammenfassend stellen $\underline{p}_2$ das Druckpotential am schallhart geblockten Ohrkanal, $\underline{p}_3$ das Druckpotential am offenen Ohrkanal und $\underline{p}_4$ das Druckpotential am Trommelfell dar. Mit Übergang von einer einzelharmonischen Wechselstromrechnung zur Fouriertransformierten können nun die Übertragungsfunktionen unter Benutzung von Großbuchstaben und ohne Unterstrich aufgestellt werden.

$$\frac{P_4(\omega)}{P_1(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am Trommelfell}}{\text{Schalldruckspektrum am Referenzpunkt bei abwesendem Hörer}} \tag{2.94}$$

$$\frac{P_3(\omega)}{P_1(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am offenen Ohreingang}}{\text{Schalldruckspektrum am Referenzpunkt bei abwesendem Hörer}} \tag{2.95}$$

$$\frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am geblockten Ohreingang}}{\text{Schalldruckspektrum am Referenzpunkt bei abwesendem Hörer}} \tag{2.96}$$

Der Vollständigkeit halber sind auch die Spannungsteiler (Glg. (2.92), (2.93)) nachfolgend in fouriertransformierter Form einer Übertragungsfunktion angegeben.

$$\frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)} = \frac{Z_{\text{Ein}}(\omega)}{Z_{\text{Ein}}(\omega) + Z_{\text{S}}(\omega)} \qquad \frac{P_4(\omega)}{P_2(\omega)} = \frac{Z_{\text{T}}(\omega)}{Z_{\text{Ein}}(\omega) + Z_{\text{S}}(\omega)} \tag{2.97}$$

Nach [Møl92] (S. 179 unten) wird die sogenannte **h**ead **r**elated **t**ransfer **f**unction (HRTF)

$$\boxed{HRTF(\omega) = \frac{P_4(\omega)}{P_1(\omega)}} = \frac{P_4(\omega)}{P_3(\omega)} \cdot \frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)} \cdot \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)} \tag{2.98}$$

definiert. Werden $\underline{p}_4$ und $\underline{p}_1$ bzw. $P_4(\omega)$ und $P_1(\omega)$ mit der gleichen Quelle und dem gleichen Mikrofon aufgenommen, kompensiert sich der Frequenzgang der Messkette in der HRTF heraus. In [Møl95c] wird dargelegt, dass die Schalldruckspektren $P_{2,3,4}(\omega)$ die komplette Information räumlichen Hörens kodieren. Für eine vergleichsweise praktikable Messung und um den interindividuellen Einfluss des Ohrkanals auszuschließen, wird jedoch die Messung von

$$\boxed{HRTF(\omega)_{\text{Mess}} = \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)}} \tag{2.99}$$

empfohlen. Daher verbleibt in Glg. (2.100) eine Diskussion der beiden Übertragungsfunktionen aus Glg. (2.97).

$$\boxed{HRTF(\omega)} = \frac{P_4(\omega)}{P_3(\omega)} \cdot \frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)} \cdot \boxed{HRTF(\omega)_{\text{Mess}}} \tag{2.100}$$

Die Übertragungsfunktion $HRTF(\omega)_{\text{Mess}}$ bzw. genauer $P_2(\omega)$ kann mit dem FABIAN HATS [Lin06] gemessen werden. Das Spektrum $P_1(\omega)$ wird bei abwesendem FABIAN HATS in theoretischer Kopfmitte gemessen.

2.3.2. Messung von HpTF

Für die Kopfhörerwiedergabe kann ein Ersatzschaltbild in Abb. 2.14 angegeben werden. Es

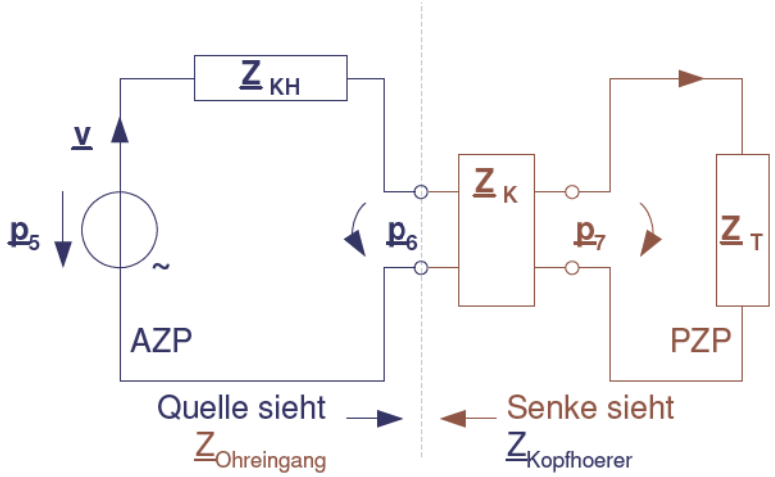

Abb. 2.14.: Ersatzschaltbild für das Kopfhörerschallfeld

gelten die gleichen Modellierungsansätze wie in Kap. 2.3.1. Das Druckpotential $\underline{p}_5$ fällt am geblockten Ohrkanal ab, $\underline{p}_6$ ist das Druckpotential am offenen Ohrkanal und $\underline{p}_7$ stellt den Druck am Trommelfell dar. Die Impedanz $Z_{\mathrm{KH}}(\omega)$ ist die spezifische Strahlungsimpedanz (Feldimpedanz) des Kopfhörers. Diese setzt sich aus der mechanischen und elektroakustischen Strahlungsimpedanz zusammen, die das Ohr akustisch belastet. Die Spannungsteiler lauten demnach

$$\frac{\underline{p}_6}{\underline{p}_5} = \frac{\underline{Z}_{\mathrm{Ein}}}{\underline{Z}_{\mathrm{Ein}} + \underline{Z}_{\mathrm{KH}}} \tag{2.101}$$

und

$$\frac{\underline{p}_7}{\underline{p}_5} = \frac{\underline{Z}_{\mathrm{T}}}{\underline{Z}_{\mathrm{Ein}} + \underline{Z}_{\mathrm{KH}}} \quad . \tag{2.102}$$

Mit dem Übergang zu Schalldruck- und Spannungsspektren (Kopfhörerklemmenspannung) kann man

$$\frac{P_7(\omega)}{U_{KH}(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am Trommelfell}}{\text{Kopfhörer-Spannungsspektrum}} \tag{2.103}$$

$$\frac{P_6(\omega)}{U_{KH}(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am offenen Ohreingang}}{\text{Kopfhörer-Spannungsspektrum}} \tag{2.104}$$

$$\frac{P_5(\omega)}{U_{KH}(\omega)} = \frac{\text{Schalldruckspektrum am geblockten Ohreingang}}{\text{Kopfhörer-Spannungsspektrum}} \tag{2.105}$$

aufstellen, sowie

$$\frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)} = \frac{Z_{\mathrm{Ein}}(\omega)}{Z_{\mathrm{Ein}}(\omega) + Z_{\mathrm{KH}}(\omega)} \qquad \frac{P_7(\omega)}{P_5(\omega)} = \frac{Z_{\mathrm{T}}(\omega)}{Z_{\mathrm{Ein}(\omega)} + Z_{\mathrm{KH}}(\omega)} \tag{2.106}$$

konstatieren. Für die **h**eadphone **t**ransfer **f**unction (HpTF) gilt

$$\boxed{HpTF(\omega) = \frac{P_7(\omega)}{U_{KH}(\omega)}} = \frac{P_7(\omega)}{P_6(\omega)} \cdot \frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)} \cdot \frac{P_5(\omega)}{U_{KH}(\omega)} \quad . \tag{2.107}$$

Nach [Møl95a] (vgl. Glg. (2),(3)) wird

$$\boxed{HpTF(\omega)_{\text{Mess}} = PTF = \frac{P_5(\omega)}{U_{KH}(\omega)}} \tag{2.108}$$

als einfach zu messendes HpTF-Äquivalent definiert. Man erkennt in Analogie zu HRTF, dass

$$\boxed{HpTF(\omega)} = \frac{P_7(\omega)}{P_6(\omega)} \cdot \frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)} \cdot \boxed{HpTF(\omega)_{\text{Mess}}} \tag{2.109}$$

gilt und muss den Einfluss der Glg. (2.106) diskutieren. Die Messung der PTF ist mit am FG verfügbaren Silikon-Ohrstöpseln hochgenau durchführbar (Abb. 1, 2 in [Bri10]).

2.3.3. Wiedergabe von HRTF mit HpTF

Das zu reproduzierende Spektrum $HRTF(\omega) = \frac{P_4(\omega)}{P_1(\omega)}$ muss mittels Kopfhörerwiedergabe $HpTF(\omega) = \frac{P_7(\omega)}{U_{KH}(\omega)}$ aus dem gemessenen Spektrum $HRTF(\omega)_{\text{Mess}} = \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)}$ unter Berücksichtigung von aufnahme- und wiedergabeseitiger Frequenzgangsverzerrungen $H_{Rec,Play}(\omega)$ erzeugt werden. Dazu bedarf es offensichtlich eines Kompensationsfilters $H_{Komp}(\omega)$, um

$$\frac{P_4(\omega)}{P_1(\omega)} \stackrel{!}{=} \frac{P_7(\omega)}{U_{KH}(\omega)} \cdot \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)} \cdot H_{Rec,Play}(\omega) \cdot H_{Komp}(\omega) \tag{2.110}$$

aufstellen zu dürfen. Umgeschrieben und ausmultipliziert folgt

$$H_{Komp}(\omega) = \frac{\frac{P_4(\omega)}{P_3(\omega)} \cdot \frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)} \cdot \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)}}{\frac{P_7(\omega)}{P_6(\omega)} \cdot \frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)} \cdot \frac{P_5(\omega)}{U_{KH}(\omega)} \cdot \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)} \cdot H_{Rec,Play}(\omega)} \tag{2.111}$$

bzw.

$$H_{Komp}(\omega) = \frac{\frac{P_4(\omega)}{P_3(\omega)}}{\frac{P_7(\omega)}{P_6(\omega)}} \cdot \frac{\frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)}}{\frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)}} \cdot \frac{1}{\frac{P_5(\omega)}{U_{KH}(\omega)}} \cdot \frac{1}{H_{Rec,Play}(\omega)} \quad . \tag{2.112}$$

Die Übertragungsfunktionen innerhalb des PZP in Abb. 2.11 und 2.14 sind unabhängig vom AZP, also unabhängig davon, ob eine Schallfeldwiedergabe mit oder ohne Kopfhörer erfolgt. Es ist daher

$$\frac{P_7(\omega)}{P_6(\omega)} \stackrel{!}{=} \frac{P_4(\omega)}{P_3(\omega)} \quad . \tag{2.113}$$

Eine weitere wichtige Übertragungsfunktion kann aus den Spannungsteilern in Glg. (2.97) und (2.106) gewonnen werden

$$\frac{\frac{P_3(\omega)}{P_2(\omega)}}{\frac{P_6(\omega)}{P_5(\omega)}} = PDR = \frac{\frac{Z_{\text{Ein}}(\omega)}{Z_{\text{Ein}}(\omega)+Z_{\text{S}}(\omega)}}{\frac{Z_{\text{Ein}}(\omega)}{Z_{\text{Ein}}(\omega)+Z_{\text{KH}}(\omega)}} = \frac{Z_{\text{Ein}}(\omega) + Z_{\text{KH}}(\omega)}{Z_{\text{Ein}}(\omega) + Z_{\text{S}}(\omega)} \quad , \tag{2.114}$$

wird in [Møl95a] als **p**ressure **d**ivision **r**atio (PDR) eingeführt und findet sich in Glg. (2.112) wieder, die deshalb wiederum als

$$H_{Komp}(\omega) = PDR \cdot \frac{1}{PTF} \cdot \frac{1}{H_{Rec,Play}(\omega)} \tag{2.115}$$

geschrieben werden kann. Glg. (2.115) kann man entnehmen, dass eine vollständige Kompensation gelingt, wenn PTF und PDR für das zu reproduzierende Schallfeld interindividuell gemessen werden und daraus das Filter $H_{Komp}(\omega)$ erzeugt wird. Nimmt man den praxisnahen Fall $Z_S(\omega) = Z_0$ an, kann eine Kompensation unabhängig vom speziellen Schallfeld erfolgen. Ein für binaurale Reproduktion geeigneter Kopfhörer sollte idealerweise ein frequenzgangsinvariantes PDR ≈ 1 aufweisen. Dann führt dies im Kompensationsfilter nur zu kleinen Amplituden- und Phasenverzerrungen. Da $Z_{\mathrm{S}}(\omega)$ und $Z_{\mathrm{KH}}(\omega)$ gegenüber $Z_{\mathrm{Ein}}(\omega)$ nicht vernachlässigbar sind, kann dies nur gelten, wenn $Z_{\mathrm{KH}}(\omega) \approx Z_{\mathrm{S}}(\omega)$. Für $Z_S(\omega) = Z_0$ sieht man, dass die Kopfhörerimpedanz der Luftkennimpedanz entsprechen sollte. [Møl95a] spricht in diesem Fall von einem „free air equivalent coupling“ (FEC) des Kopfhörers. Die Messung von PDR erfordert Messungen am ungeblockten Ohrkanal. Diese sind in [Møl95a] aufwändig mit einem Probe-Mikrofon B&K 4182 und Verlängerungsrohr durchgeführt worden. Da während der Messungen mit und ohne Kopfhörer die statische Positionierung des Probe-Mikrofons für geblockten und ungeblockten Ohrkanal nicht ganz eingehalten werden konnte, sind die Messungen nur bis ca. 7 kHz als reliabel einzustufen (S. 209 oben, links in [Møl95a]). Um die aufwändigen PDR-Messungen zu umgehen, wurde ein anderer Ansatz zur Messung der spezifischen Strahlungsimpedanz des Kopfhörers in Betracht gezogen, der im nächsten Unterkapitel wiedergegeben wird.

2.3.4. Messung der „Offenheit“ von Kopfhörern

In [Vor00a], [Vor00b] wurde eine Messverfahren vorgestellt, das die zusätzliche akustische Belastung des Ohreingangs als Impedanzoffset ermittelt. Dabei ist allerdings zu beachten, dass nur mechanische nicht aber elektro-akustische Impedanzabweichungen erfasst werden, da die Kopfhörer während der Messung nicht im Betrieb sind. Dies ist ein essentieller Unterschied zur PDR-Messung. Die Grundidee dieses Verfahrens basiert auf der Messung eines Absorptionsgrades mit einem Kundtschen Rohr, ähnlich dem Mini-Max-Verfahren (vgl. Kap. 6.2.1 [Mös07]). Dabei wird der Kopfhörer als 'Absorber' an das mit einem Pinna-Modell versehene, offene Ende des Rohres gekoppelt und vom Kundtschen Rohr aus mit einem Lautsprecher beschallt, siehe Abb. 2.15. Mikrofone an verschiedenen Positionen im Rohr erfassen die Schalldrücke, aus denen die Impedanz des Absorbers errechnet werden kann. Der Formelapparat aus [Vor00a], [Vor00b] soll hier mit Möser-Notation repetiert werden. Es gilt die Orts-/Zeitkonvention nach Glg. (2.35) in [Mös07], die mit der Konvention in Glg. (2.13) übereinstimmt. Mit Glg. (6.11) in [Mös07] kann man den eindimensionalen Ansatz ebener Wellenausbreitung in einem Kundtschen Rohr

$$\underline{p}(x) = p_A \left(\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,x} + \underline{r}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,x} \right) \tag{2.116}$$

für die Abb. 2.15 wählen (nach [Mös07]-Konvention erhalten zum Kopfhörer hinlaufende Wellen in negative x-Richtung den komplexen Ortszeiger $\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kx}$, rücklaufende Wellen vom Kopfhörer kommend sind mit $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx}$ definiert). Für die Mikrofone an der Stelle $x = l$ und

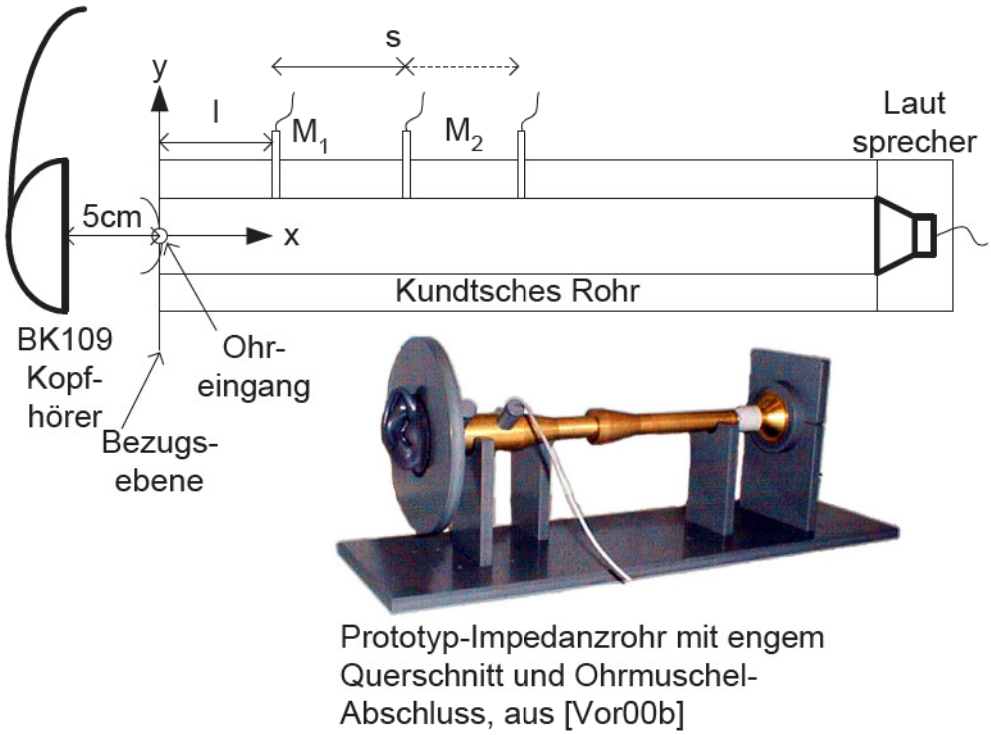

Abb. 2.15.: Kundtsches Rohr zur FEC-Messung nach [Vor00a]

$x = l + s$ gelten die Ansätze

$$\underline{p}(l) = p_A \left(\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kl} + \underline{r}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kl}\right) \qquad \underline{p}(l+s) = p_A \left(\mathrm{e}^{+\mathrm{j}k(l+s)} + \underline{r}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(l+s)}\right) \quad . \tag{2.117}$$

Schreibt man in Glg. (2.117) dem hin- und rücklaufenden Wellenanteil eigene komplexe Amplituden $\underline{p}_{Rück} = p_A\,\underline{r}$ und $\underline{p}_{Hin} = p_A$ zu

$$\underline{p}(l) = p_A\,\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kl} + p_A\,\underline{r}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kl} = \underline{p}_{Hin}\,\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kl} + \underline{p}_{Rück}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kl} \tag{2.118}$$

und folgt dann der in [Vor00a], [Vor00b] gewählten Notation

$$\underline{S}_{M1} = \underline{p}(l) \qquad \underline{S}_{M2} = \underline{p}(l+s) \qquad \underline{S}_d = \underline{p}_{Hin} = p_A \qquad \underline{S}_r = \underline{p}_{Rück} = p_A\,\underline{r} \tag{2.119}$$

erkennt man zunächst

$$\underline{r} = \frac{\underline{S}_r}{\underline{S}_d} \quad , \tag{2.120}$$

und kann sowohl für Mikrofonposition 1

$$\underline{S}_{M1} = \underline{S}_d\,\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kl} + \underline{S}_r\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kl} \tag{2.121}$$

als auch für Mikrofonposition 2

$$\underline{S}_{M2} = \underline{S}_d \, \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,l} \, \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s} + \underline{S}_r \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,l} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s} \tag{2.122}$$

einen komplexen Schalldruckverlauf angeben. Glg. (2.121) und (2.122) werden nach $\underline{S}_d$ bzw. $\underline{S}_r$

$$\underline{S}_d = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,l} \cdot \frac{\underline{S}_{M2} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s}\,\underline{S}_{M1}}{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s}} \qquad \underline{S}_r = \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,l} \cdot \frac{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s}\,\underline{S}_{M1} - \underline{S}_{M2}}{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s}} \tag{2.123}$$

aufgelöst. Der komplexe Reflexionsfaktor wird zu

$$\underline{r} = \frac{\underline{S}_r}{\underline{S}_d} = \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,2\,k\,l} \cdot \frac{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s}\,\underline{S}_{M1} - \underline{S}_{M2}}{\underline{S}_{M2} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s}\,\underline{S}_{M1}} \tag{2.124}$$

und mit Einführung des Übertragungsfaktors $\underline{H}_{12}$ zu

$$\underline{r} = \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,2\,k\,l} \cdot \frac{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k\,s} - \underline{H}_{12}}{\underline{H}_{12} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,s}} \quad \text{mit} \quad \underline{H}_{12} = \frac{\underline{S}_{M2}}{\underline{S}_{M1}} \qquad . \tag{2.125}$$

Die Funktion $\underline{r}(\omega)$ über die Kreisfrequenz lässt sich mit der Übertragungsfunktion

$$\underline{H}_{12}(\omega) = \frac{\underline{S}_{M2}(\omega)}{\underline{S}_{M1}(\omega)} \tag{2.126}$$

und $k = \omega/c$ darstellen als

$$\underline{r}(\omega) = \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,2\,k(\omega)\,l} \cdot \frac{\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,k(\omega)\,s} - \underline{H}_{12}(\omega)}{\underline{H}_{12}(\omega) - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k(\omega)\,s}} \qquad . \tag{2.127}$$

Die komplexen Ortszeiger können abhängig von den Wegstrecken l, s für jede Kreisfrequenz ω errechnet werden. Die Übertragungsfunktion $\underline{H}_{12}(\omega)$ kann mit FFT-basierten Messmethoden ermittelt werden (Zeitkonvention beachten). Für die Wahl von s ist, wie beim Intensitätsmessverfahren (Kap. 5.7.4 in [Mös10]), darauf zu achten, dass für hohe Frequenzen $s < \lambda/2$ gilt. Für tiefe Frequenzen muss ein ausreichend großer Phasenversatz mit s erzielt werden, um ausreichend SNR in $\underline{H}_{12}(\omega)$ zu erzielen. Daher wird die Methode in [Vor00a] mit zwei Positionen s angewandt um einen Frequenzbereich von $200\,Hz < f < 15\,kHz$ abzudecken (vgl. Glg. (8) in [Vor00a]). Für die Abschlussimpedanz gilt nach Glg. (6.30) in [Mös07]

$$\underline{Z} = \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}} Z_0 \quad \text{mit} \quad Z_0 = \varrho_0\, c \tag{2.128}$$

oder aber auch

$$\underline{r} = \frac{\frac{\underline{Z}}{Z_0} - 1}{\frac{\underline{Z}}{Z_0} + 1} \qquad . \tag{2.129}$$

Für einen möglichst reflexionsfreien Abschluss muss $\underline{r} \approx 0$ bzw. $\underline{Z} \approx Z_0$ für alle Frequenzen gelten. Eine grafische Veranschaulichung für $\underline{r}(\omega)$ gelingt mit einem Smith-Diagramm bzw.

der Ortskurve und für die Übertragungsfunktion $\underline{Z}(\omega)/Z_0$ mit einem nach Betrag und Phase getrennten Bodeplot. Der Impedanzoffset durch die zusätzliche akustische Belastung des Ohres durch den Kopfhörer wird ausgedrückt durch

$$\xi_{\mathrm{HP}} = \frac{Z_{\mathrm{HP}}}{Z_0} - \frac{Z_{\mathrm{Pinna}}}{Z_0} \qquad . \tag{2.130}$$

Dabei stellt Z_{Pinna} die Impedanz dar, wenn die Pinna in das Freifeld 'hinein hört' (vgl. Abb. 7 in [Vor00a]). Z_{HP} ist die Impedanz des Kopfhörers, welcher das Freifeld vor der Pinna mechanisch stört.

2.3.5. Kopfhörereigenschaften für binaurale Reproduktion

Aus den obigen Schilderungen lassen sich nun Eigenschaften des idealen Kopfhörers für Binauralsynthese ableiten. Für den Frequenzbereich $20\,\mathrm{Hz} \leq f \leq 20\,\mathrm{kHz}$ soll

$$|\xi_{\mathrm{HP}}| \approx 0 \qquad |PDR| \approx 1 \tag{2.131}$$

und

$$|PTF| \approx \mathrm{const.} \qquad \tau_{\mathrm{GroupDelay}}(PTF) \approx \mathrm{const.} \tag{2.132}$$

gelten.

3. Entwicklung des extraauralen Kopfhörers BK109

Der Entwicklungsweg des Kopfhörerprototypen BK109 führt über die Auswahl eines geeigneten Treibers, die Modellierung und Realisierung des Gehäuses, sowie über die eigentliche Konstruktion des BK109 schlussendlich zur prototypischen Implementierung und Validierung der notwendigen Signalflusskette. Diese Schritte werden in diesem Kapitel ausführlich dokumentiert.

3.1. Treiberauswahl Elektro-Akustik

Um einen geeigneten elektrodynamischen Breitbandtreiber für den Kopfhörerprototypen zu finden, soll zunächst diskutiert werden, wie sich eine Kolbenmembran, welche den Lautsprechertreiber vereinfacht modelliert, in schallharter Einfassung verhält. Dieses Standardproblem der technischen Akustik wird in allen Lehrwerken unter Abstrahlung von Flächen behandelt und wird zugeschnitten auf die hier gestellte Problematik abgehandelt. Daraus resultierend kann eine gezielte Bemusterung von potentiell geeigneten Breitbandtreibern erfolgen. Mit Messungen informellen Charakters kann dann ein bestimmter Treiber, welcher die gestellte Aufgabe bestmöglich erfüllt, ausgewählt werden. Das für ein festzulegendes Nettovolumen resultierende Systemverhalten der geschlossenen Lautsprecherbox wird mit Thiele-Small Parametern vorhergesagt.

3.1.1. Schallfeldanalyse und -synthese: Kolbenmembran in schallharter Wand

Für eine konphas angesteuerte Kreismembran $V(\mathbf{x_0}, \omega)_{\mathbf{n_{x_0}}} = \text{const.}$ mit dem Radius a in einer unendlich ausgebreiteten, schallharten Umrandung kann der Schalldruck mit dem Rayleigh-Integral aus Glg. (2.55) zu

$$P(\mathbf{x}, \omega) \propto \int_A \left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0} - \mathbf{x}|} \right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \qquad k = \frac{\omega}{c} \tag{3.1}$$

angegeben werden; physikalisch bedingte Faktoren vor dem Integralkern werden der einfacheren Lesbarkeit hinfort weggelassen. Die Abb. 3.1 verdeutlicht die in Glg. (3.1) benutzten Größen. Die Kreismembran und die umgebende schallharte Ebene werden der einfachen

Rechnung wegen mit dem Kreismittelpunkt $x = 0$, $y = 0$ in die x-y-Ebene $z = 0$ gelegt und strahlen in den Halbraum $z > 0$, womit $\mathbf{x_0} = [x, y, 0]^{\mathrm{T}}$ und $x_0^2 + y_0^2 =\leq a^2$ folgt (vgl. Kap. 3.6.1 in [Mös07], Kap. 7.4 in [Kin00], Kap. 2.11.2 in [Zol03]). Die folgenden Diskussionen des Integrals geben nun Aufschluss über das prinzipielle Verhalten von Lautsprechermembranen und führen somit zu einer kompromissbehafteten Wahl der geeigneten Membrangröße für das gestellte Problem:

- analytische Lösung des Integrals für Punkte auf der Mittelachse $\mathbf{x} = [0, 0, z]^{\mathrm{T}}$
- analytische Lösung des Integrals für Punkte im sogenannten Fernfeld (vgl. Glg. (3.56), (3.57), (3.58) in Kap. 3.5.4 [Mös07])
  $\mathbf{x} = [x, y, z > 0]^{\mathrm{T}}$, für alle $|\mathbf{x}| = \text{const.}$ erhält man unter den Bedingungen $|\mathbf{x}| \gg 2\,a \cup \frac{|\mathbf{x}|}{2\,a} \gg \frac{2\,a}{\lambda} \cup |\mathbf{x}| \gg \lambda$ für den Halbraum $z > 0$ die Richtcharakteristik der Kreismembran
- numerische Lösung des Integrals für Punkte in einer Parallelebene $\mathbf{x} = [x, y, z_{\mathrm{Ref}}]^{\mathrm{T}}$

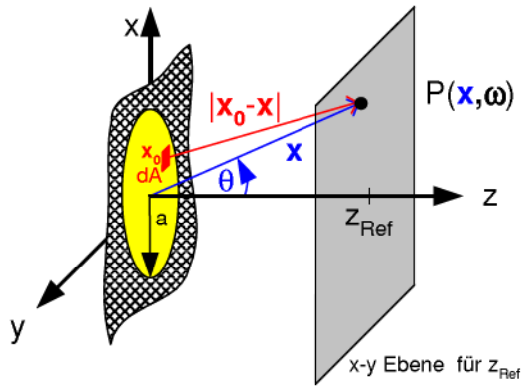

Abb. 3.1.: Geometrie Rayleigh-Integral

Kolbenmembran in schallharter Wand: Punkte auf der Mittelachse

Mit Glg. (3.69) in [Mös07] (vgl. Glg. (7.4.4) in [Kin00]) kann der Schalldruckverlauf entlang der Mittelachse $\mathbf{x} = [0, 0, z]^{\mathrm{T}}$ zu

$$P([0,0,z]^{\mathrm{T}}, \omega) \propto \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\frac{2\,\pi}{\lambda}\,z} \left(1 - \underbrace{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\frac{2\,\pi}{\lambda}\left[\sqrt{a^2+z^2}-z\right]}}_{\text{Extrema: 1 oder } -1}\right) \tag{3.2}$$

angegeben werden. Der Klammerausdruck bzw. genauer der Winkel des komplexen Zeigers bestimmt die Schalldruckamplitude für einen Aufpunkt z. Es können als Schalldruckextrema komplette Auslöschungen und Überhöhungen doppelter Amplitude auftreten. Nullstellen $P([0,0,z_N]^{\mathrm{T}}, \omega) = 0$ resultieren in Glg. (3.2), wenn

$$\sqrt{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{z_N}{\lambda}\right)^2} - \frac{z_N}{\lambda} = n \qquad n \in \mathbb{N} \tag{3.3}$$

gilt. Daraus folgen die Nullstellen

$$\frac{z_N}{\lambda} = \frac{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 - n^2}{2\,n} \tag{3.4}$$

für alle physikalisch sinnvollen $n \in \mathbb{N}^+$, für die $z_N/\lambda \geq 0$ gilt (Glg. (3.70) in [Mös07]). Für $n = 1$ folgt mit

$$\frac{z_{N,\max}}{\lambda} = \frac{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 - 1}{2} \tag{3.5}$$

die am weitesten von der Membran entfernte Nullstelle. Für die Schalldruckmaxima muss aus Glg. (3.2) allgemein

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\frac{2\pi}{\lambda}\left[\sqrt{a^2+z^2}-z\right]} = -1 = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,n\,\pi} \tag{3.6}$$

gelten, und konsistent mit Kap. 7.4 in [Kin00] kann das am weitesten entfernte Schalldruckmaximum mit dem Aufpunkt

$$z_{\mathrm{Fern}} = \frac{a^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} \tag{3.7}$$

angegeben werden. Für alle $z > z_{\mathrm{Fern}}$ geht der Schalldruckverlauf in einen asymptotischen und stetigen Verlauf über. Die Funktionen $z_{N,\max}(f)$ und $z_{\mathrm{Fern}}(f)$ sind für verschiedene Membrangrößen (Durchmesser in Zoll) in Abb. (3.2) dargestellt. Man sieht, dass für ver-

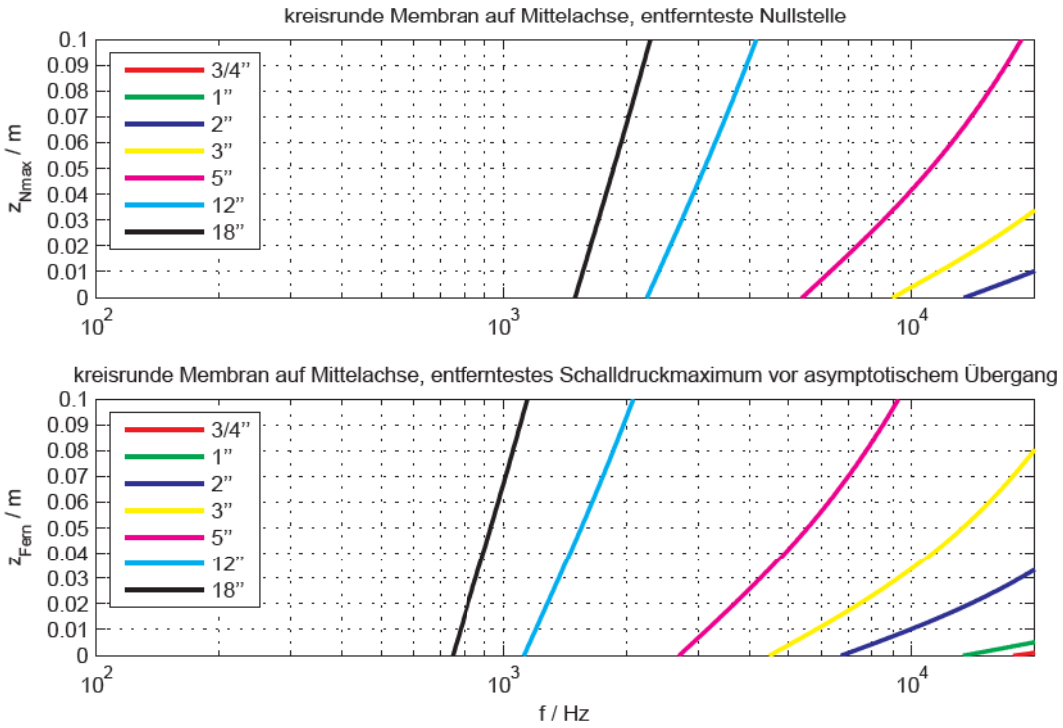

Abb. 3.2.: Kolbenmembran in schallharter Wand, Fernfeldübergang

nünftig realisierbare „Kopfhörermembran zu Ohreingang"-Abstände $z < 0.1$ m nur kleine Membrangrößen (3/4",1",2",3") sinnvoll zur verwenden sind. Dies stellt auf der Mittelachse

sicher, dass keine Frequenz eine Schalldrucknullstelle aufweist. Für $z \gg 2\,a$ und $z \gg \lambda$ folgt dann mit Glg. (3.73) in [Mös07]

$$P([0{,}0,z]^{\mathrm{T}},\omega) \propto \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\frac{2\pi}{\lambda}\,z}}{z} \tag{3.8}$$

das Verhalten des Schalldrucks auf der Mittelachse der Kolbenmembran im Fernfeld. Der Schalldruck nimmt ähnlich wie beim Kugelmonopol mit $\approx 6\,\mathrm{dB}$ pro Entfernungsverdopplung ab. Abb. 3.3 zeigt die obere und untere Grenzfrequenz der oben genannten Fernfeldbe-

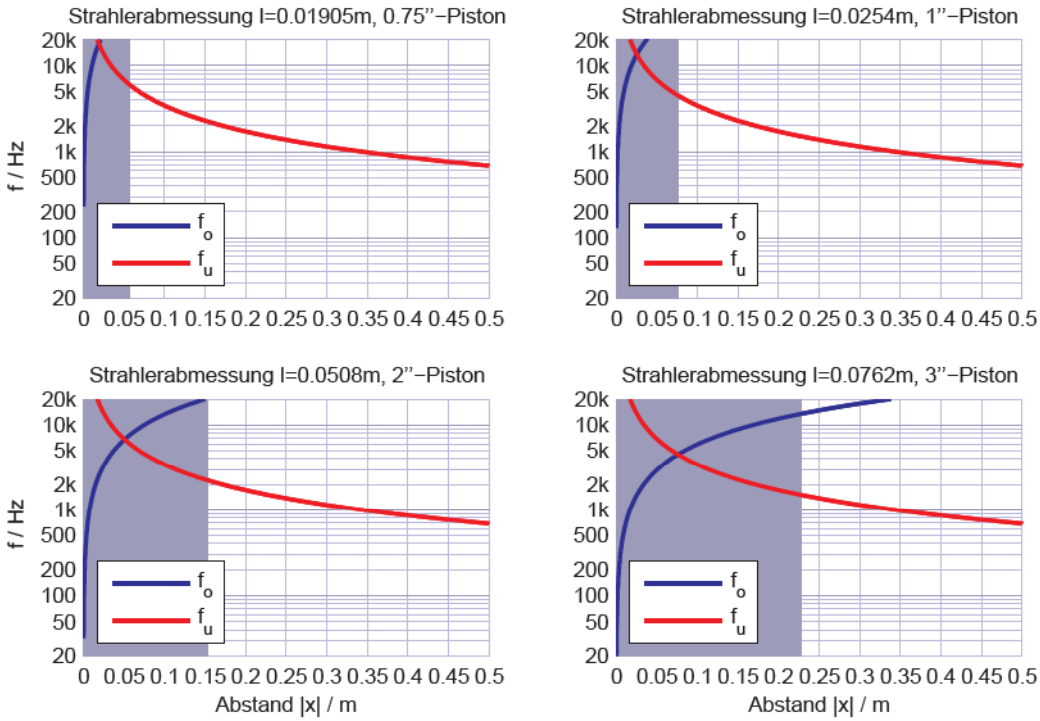

Abb. 3.3.: Kolbenmembran in schallharter Wand, Fernfeldbereich

dingungen für verschiedene Membrangrößen. Die blaue Box in der Grafik markiert den praxisnahen Nahfeld-Bereich $|\mathbf{x}| < 6\,a$. Man sieht, dass das Fernfeldkriterium $|\mathbf{x}| \gg \lambda$ (Druck und Schnelle in Phase) für tiefe Frequenzen mit plausiblen Ohr-Membran-Abständen nicht erfüllbar ist. Das Fernfeldkriterium $\frac{|\mathbf{x}|}{2\,a} \gg \frac{2\,a}{\lambda}$ (kleine Phasenunterschiede für verschiedene Strahlerweglängen) ist bei den Membrangrößen 3/4", 1" und 2" für $|\mathbf{x}| > 6\,a$ für alle hörbaren hohe Frequenzen < 20 kHz erfüllt. Für die 2" und 3" Membran resultieren dann aber unrealistisch große Ohr-Membran-Abstände. Idealer Kompromiss wäre demnach die Benutzung einer 3/4" oder 1" Membran in einem Abstand $0.075\ \mathrm{m} < |\mathbf{x}| < 0.1\ \mathrm{m}$. Später wird dargelegt, dass Treiber dieser Größe die tiefen Frequenzen schlecht abstrahlen können. Zudem erwies sich ein Abstand von 10 cm zwischen Ohreingang und Membran als mechanisch schwierig zu realisieren (erhöhtes Drehmoment durch langen Hebel). Daher wurde schlussendlich ein Abstand von 5 cm mit einem 2" Treiber als Kompromiss gewählt, auch

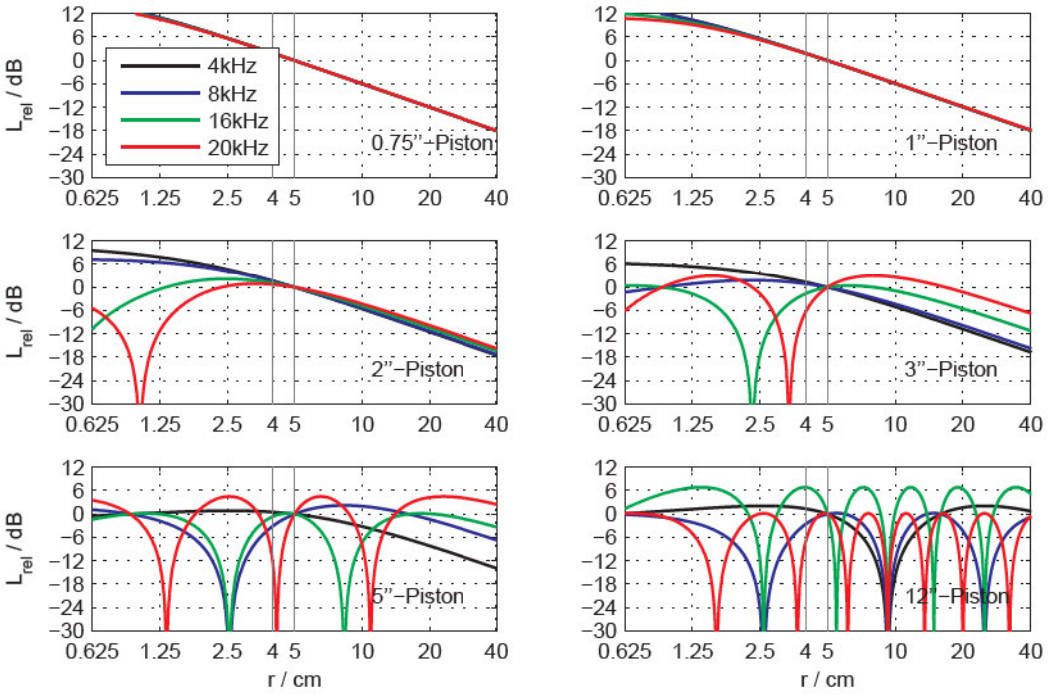

Abb. 3.4.: Kolbenmembran in schallharter Wand, Schalldruckabnahme auf der Mittelachse

wenn hier keines der Fernfeldkriterien eingehalten wird und oberhalb 6.5 kHz positionsabhängige Schalldruckverläufe zu erwarten sind, siehe auch Abb. 3.7, unten. Die Glg. (3.2) ist für verschiedene Membrangrößen und kleine λ, für die der Winkel des komplexen Zeigers signifikant wird, über den Abstand z in Abb. 3.4 aufgetragen. Die Schalldruckamplitude wurde für alle Frequenzen auf 0 dB bei $z = 5$ cm normiert. Man erkennt für den gewählten Kompromiss ($z = 5$ cm, 2"), dass zumindest auf der Mittelachse der Schalldruck im asymptotischen Bereich, weit entfernt von Schalldruckminima verläuft.

Kolbenmembran in schallharter Wand: Polardiagramme im Fernfeld

Der Vollständigkeit halber wird für eingehaltene Fernfeldbedingungen die aus dem Rayleigh-Integral mündende rotationssymmetrische Richtfunktion nach Glg. (7.4.17) in [Kin00] (vgl. Glg. (10.10) in [Bla08], Kap. 11.2 in [Mös07], Kap. 13-B in [Bla00]) für eine kreisrunde Kolbenmembran mit konphaser Schnelleansteuerung und Radius a

$$P(|\mathbf{x}| = \text{const.}, \omega)_{\text{Fern}} \propto \frac{2\, J_1(k\, a\, \sin\theta)}{k\, a\, \sin\theta} \qquad k = \frac{\omega}{c} \tag{3.9}$$

angeben. Diese Richtwirkung wird in Dezibel-Skalierung mit

$$20\,\log_{10}\left(\left|P(|\mathbf{x}| = \text{const.}, \omega)_{\text{Fern}}\right|\right) \propto 20\,\log_{10}\left(\left|\frac{2\,J_1(k\,a\,\sin\theta)}{k\,a\,\sin\theta}\right|\right) \tag{3.10}$$

in Polardiagrammen grafisch veranschaulicht. In den Abb. 3.5 bis 3.10 werden Polardiagramme für 3/4“, 1“, 2“, 3“, 5“ und 12“ Kolbenmembranen gezeigt. Mit der Schallausbreitungsgeschwindigkeit $c = 343\,\text{m/s}$ gilt für alle Membrangrößen das Fernfeld für die Frequenzen 20 Hz - 20 kHz bei einem Messabstand >18 m. Man erkennt für $k\,a\,\sin\theta < 1$ die fehlende Richtwirkung. Für zunehmende $k\,a\,\sin\theta < 3.9$ wird die Hauptkeule schmaler,

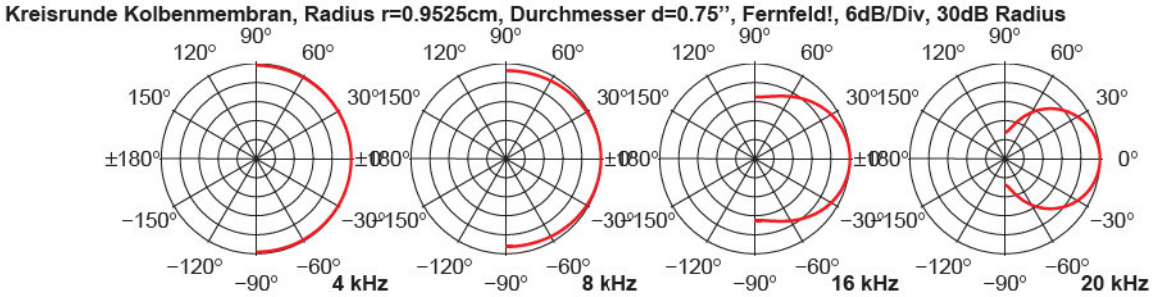

Abb. 3.5.: Polardiagramm 3/4-Zoll Treiber

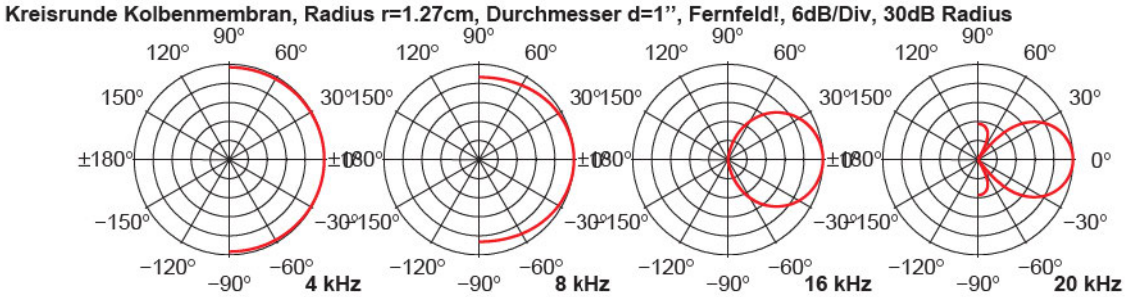

Abb. 3.6.: Polardiagramm 1-Zoll Treiber

es resultieren aber keine Nebenkeulen. Für weiter zunehmende $k\,a\,\sin\theta > 3.9$ entstehen Seitenkeulen und Nullstellen im Polardiagramm und die Hauptkeule wird weitergehend schmaler. Für den Kopfhörer optimal wäre demzufolge eine kleine Membran (3/4“, 1“), die im Fernfeld für alle Frequenzen eine sehr breite Hauptkeule aufweist, da dann positionsunabhängig ähnliche Schalldruckverläufe zu erwarten sind.

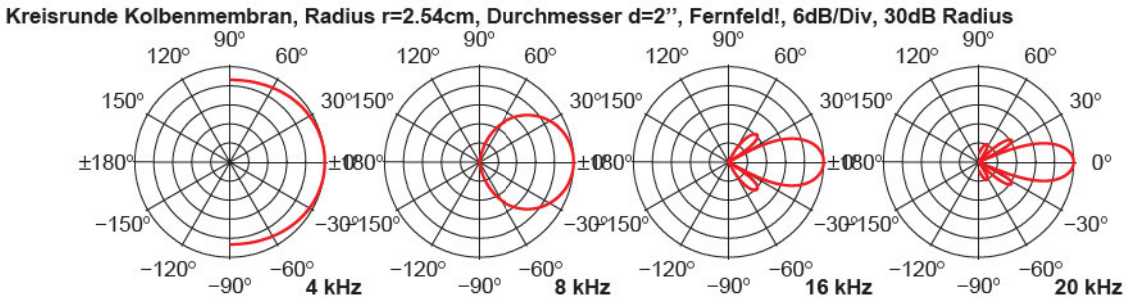

Abb. 3.7.: Polardiagramm 2-Zoll Treiber

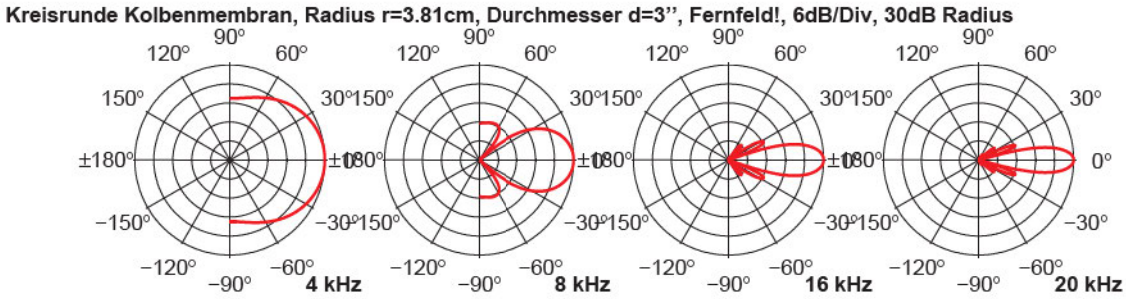

Abb. 3.8.: Polardiagramm 3-Zoll Treiber

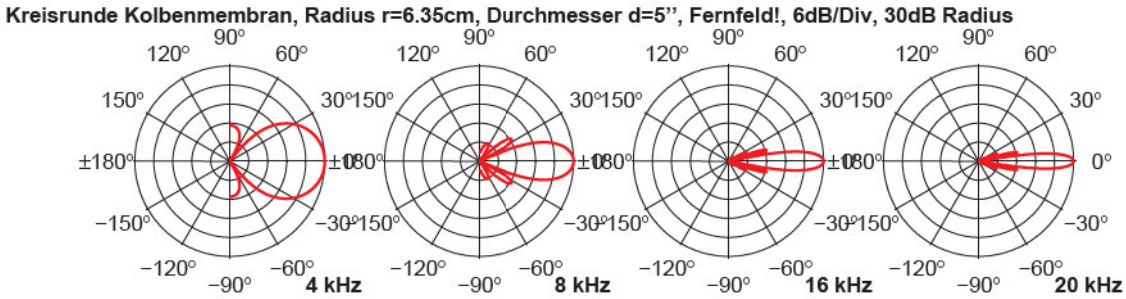

Abb. 3.9.: Polardiagramm 5-Zoll Treiber

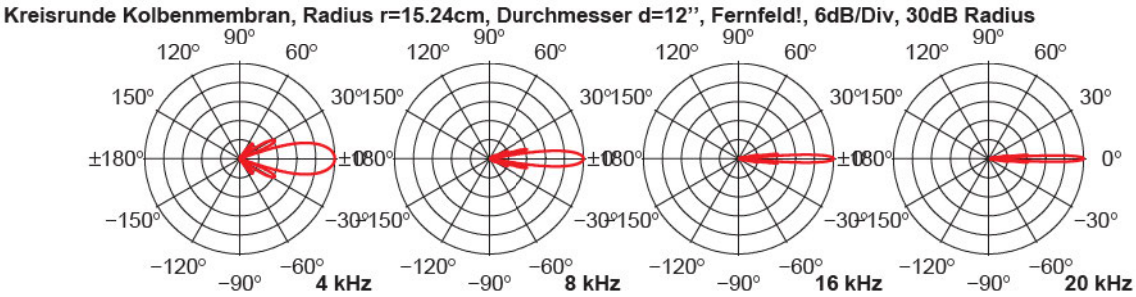

Abb. 3.10.: Polardiagramm 12-Zoll Treiber

Kolbenmembran in schallharter Wand: Auswertung in Parallelebene

Da die bisherigen analytischen Diskussionen des Rayleigh-Integrals nicht ausreichende Aussagen über das Schallfeld für den gewählten Aufpunkt zulassen, muss eine numerische Simulation angefertigt werden. Das Integral in Glg. (3.1) kann man mit Abb. 3.1 numerisch auswerten, wenn das Flächenintegral in eine Doppelsumme überführt wird

$$P(\mathbf{x},\omega) \propto \int_A \left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}\right] \mathrm{d}A(\mathbf{x_0}) \approx \sum_{x_0}\sum_{y_0}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,k\,|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x_0}-\mathbf{x}|}\right] \Delta A(\mathbf{x_0}) \qquad , \qquad (3.11)$$

wobei $x_0^2 + y_0^2 =\leq a^2$ und $\Delta A(\mathbf{x_0}) \to 0$ gelten muss. Für die Parallelebene $\mathbf{x} = [x, y, z_{\mathrm{Ref}}]^{\mathrm{T}}$ mit dem zuvor festgelegten Kompromissabstand $z_{\mathrm{Ref}} = 0.05$ m kann dann für die typischen Oktav-Frequenzen 1, 2, 4, 8, 16 sowie 20 kHz die Doppelsumme ausgewertet werden. Dabei wurde $\Delta A(\mathbf{x_0}) = \left(\frac{\lambda_{20\,\mathrm{kHz}}}{16}\right)^2 = 1.1489\ \mathrm{mm}^2$ als kleines Quadrat modelliert, wodurch die kreisförmige Membran ausreichend genau approximiert wird. Der Abstand zwischen zwei benachbarten x_0 bzw. y_0 entspricht demzufolge $\frac{\lambda_{20\,\mathrm{kHz}}}{16} = 1.0719$ mm. Die gleiche Auflösung wurde für die Aufpunkte $\mathbf{x} = [x, y, z_{\mathrm{Ref}}]^{\mathrm{T}}$ gewählt, um möglichst hochauflösende Grafiken zu erhalten. Da in der hier anfertigten Simulation $|\mathbf{x_0}| < |\mathbf{x}|$ gilt, muss keine Singularität im Integralkern gesondert behandelt werden. Um Rechenzeit zu sparen, wurde das punkt- und achsensymmetrische Schallfeld nur im Quadrant I der Ebene $\mathbf{x} = [x, y, z_{\mathrm{Ref}}]^{\mathrm{T}}$ im kartesischen KS für $0 \leq (x, y) \leq 0.05$ m berechnet und für die Grafiken in die restlichen Quadranten vervielfacht. Die Abb. 3.11 bis 3.16 zeigen die Ergebnisse des Schalldruckbetrags $|P(\mathbf{x},\omega)|$ normiert auf 0 dB im Punkt [0,0,z_{Ref}] (dem optimalen Ohreingangsaufpunkt) in der z_{Ref}-Ebene. Die Farbabstufung zwischen -22.5 dB und + 13.5 dB wurde zu 3 dB/Farbe gewählt, wobei gelb 0 dB ± 1.5 dB entspricht. Man erkennt zumindest für die hier simulierten Frequenzen für kleinen Membrangrößen (3/4“, 1“, 2“) ein ausgeglichenes Schallfeld um den optimalen Ohreingangsaufpunkt herum, welches radial nach außen (also mit zunehmender Entfernung vom Aufpunkt) abnimmt. Für die 2“ Membran kann bei 20 kHz ein Radius von ca. 8 mm um den optimalen Mittelpunkt (bei 16 kHz ca. 9 mm) ausgemacht werden, innerhalb dessen sich das Schallfeld nur ± 1.5 dB ändert. Man kann also grob davon ausgehen, dass man mit einer Positionierungsgenauigkeit der Membranmitte auf den Ohreingang von ± 1 cm einen ausgeglichenen theoretischen Frequenzgang erhält. Bei größeren Membranen entstehen außerhalb des Aufpunktes nicht zu vernachlässigende Nebenmaxima und die Fläche um den optimalen Aufpunkt herum verringert sich bei einigen Frequenzen drastisch. Deshalb wird man bei den 3“, 5“ und 12“ Membranen in dieser Entfernung praktisch nur schwer eine optimale Positionierung zum Ohreingang herstellen können. Die kompromissbehafteten Wahl eines 2“ Treibers wird für die praxisgerechte Kopfhörerpositionierung hier also bestätigt.

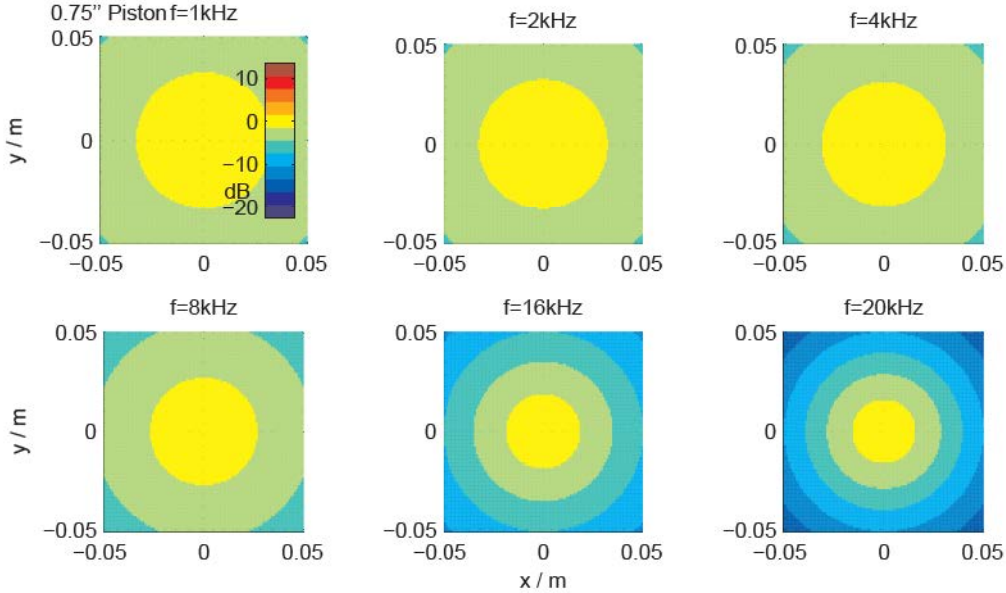

Abb. 3.11.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 3/4“ Membran

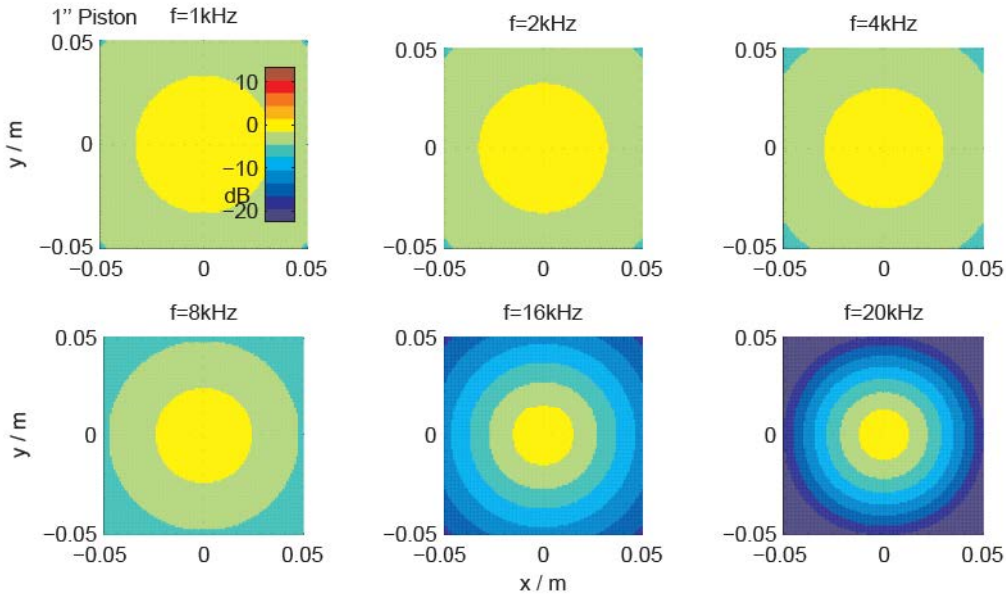

Abb. 3.12.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 1“ Membran

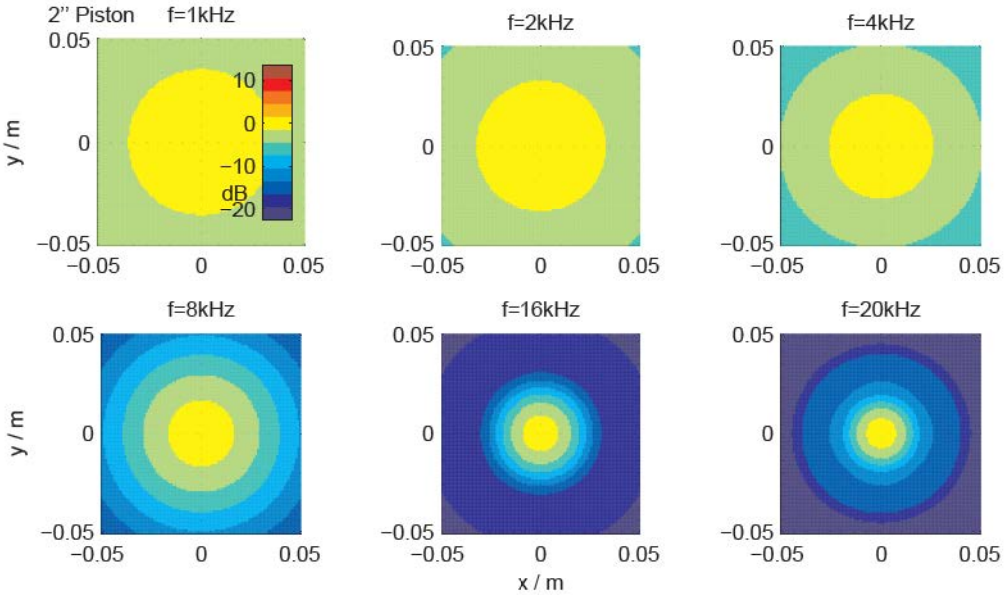

Abb. 3.13.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 2" Membran

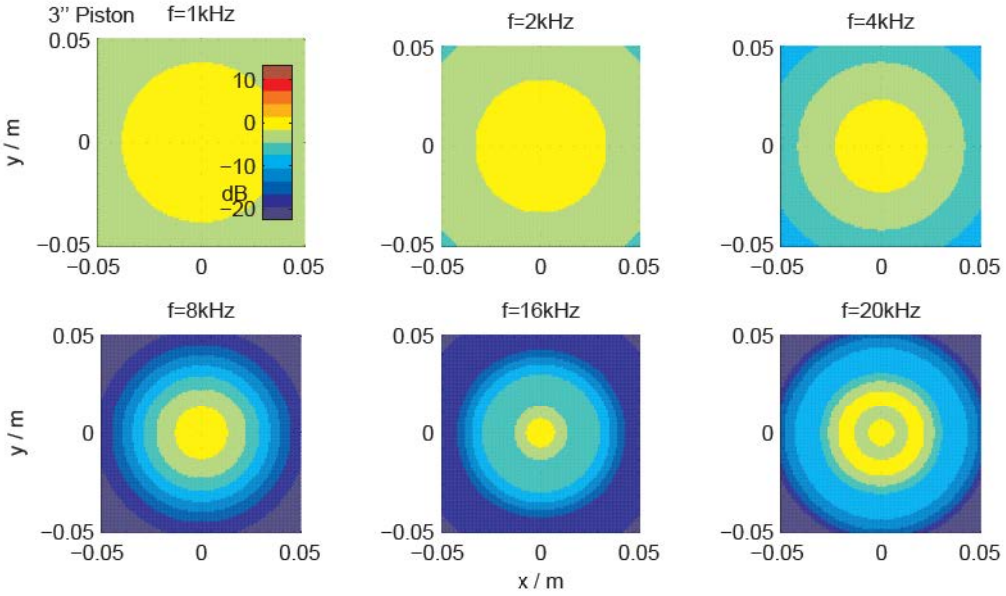

Abb. 3.14.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 3" Membran

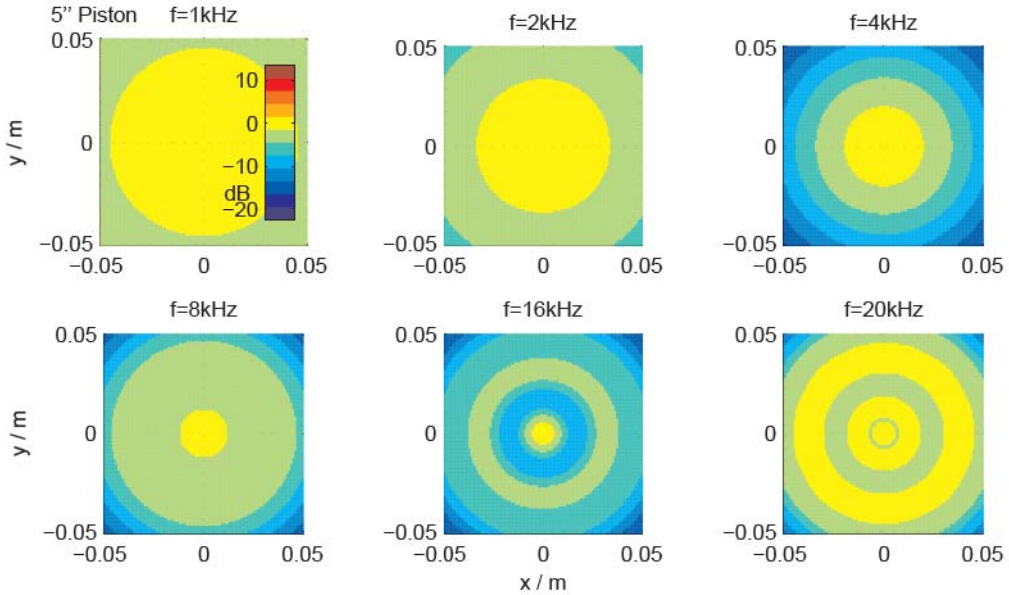

Abb. 3.15.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 5“ Membran

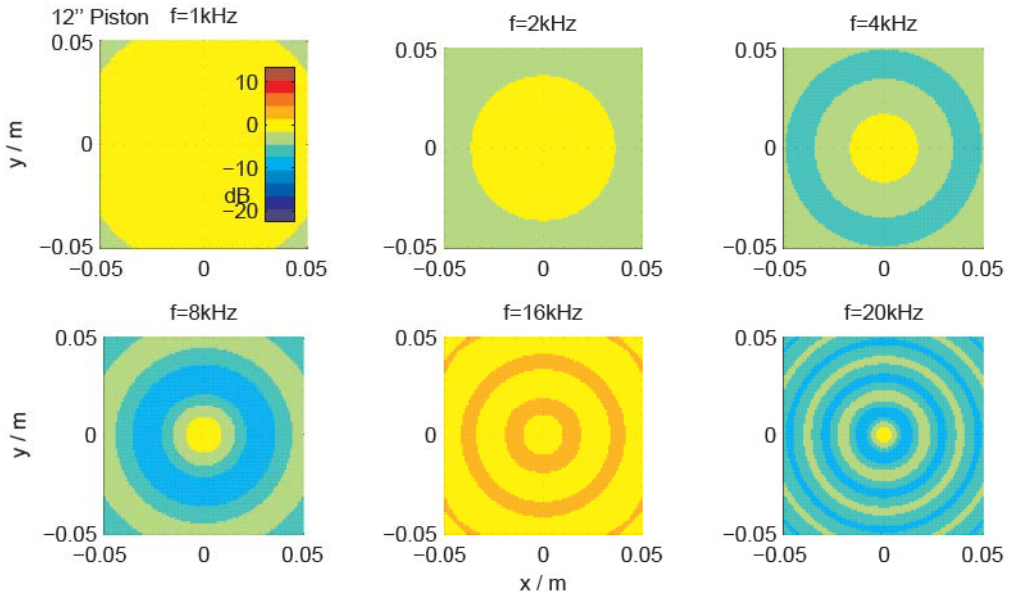

Abb. 3.16.: Schallfeld in 0.05 m Abstand, 12“ Membran

Kolbenmembran in schallharter Wand: spezifische Strahlungsimpedanz

Um die obige Aussage zu bestätigen, dass kleine Membranen tiefe Frequenzen schlecht abstrahlen können, muss die Strahlungsimpedanz der abstrahlenden Quelle genauer diskutiert werden. Mit Kap. F.7 Glg. (3) in [Mec08] (vgl. Glg. (2.159) in [Zol03], Kap. 7.5 in [Kin00], Kap. 6.7.1 in [Ler09]) lässt sich die spezifische Strahlungsimpedanz (Feldimpedanz) einer Kreismembran in einer schallharten Einfassung zu

$$\underline{Z}_{r,s} = \left.\frac{\underline{p}}{\underline{v}_{\mathbf{e_n}}}\right|_{\text{Membran}} = Z_0 \left[1 - \frac{J_1(2\,k\,a)}{k\,a} + \mathrm{j}\,\frac{S_1(2\,k\,a)}{k\,a}\right] \tag{3.12}$$

berechnen. Für $k\,a \gg 1$ wird $J_1(2\,k\,a) \ll k\,a$ und $S_1(2\,k\,a) \ll k\,a$ und damit konvergiert $\underline{Z}_{r,s} \to Z_0$. Für $k\,a < 1.37$ ist $\Im(Z) > \Re(Z)$, für $k\,a > 1.38$ wird $\Re(Z) > \Im(Z)$. Mit Kap. F.5 Glg. (3), (6) in [Mec08] (vgl. Kap. 6.7.10 in [Wil99], Glg. (7.2.19) in [Mor87])

$$\underline{Z}_{r,s} = \frac{1}{2\,(1-\cos\theta_0)} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{-\mathrm{j}\,Z_0}{2\,n+1}\,\frac{h_n^{(2)}(k\,R)}{h_n^{\prime(2)}(k\,R)}\,\left[P_{n-1}\,(\cos\,\theta_0) - P_{n+1}\,(\cos\,\theta_0)\right]^2 \tag{3.13}$$

kann man zudem die spezifische Strahlungsimpedanz einer konphas schwingenden Kugelkappe einer sonst schallharten Kugel mit Radius R errechnen, was nach [Aar10] eine praxisnähere Modellierung von Lautsprechergehäusen zulässt. Die zugehörige Skizze ist in Abb. 3.17 dargestellt. Aus der Skizze kann man zunächst die einfachen geometrischen Beziehungen

$$\cos(\theta_0) = \frac{z_0}{R} \qquad h = R - z_0 = R\,(1-\cos(\theta_0)) = 2\,R\,\sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \tag{3.14}$$

ableiten und mit Kap. 6.2.3.3 in [Bar07] findet man für die Oberfläche der Kugelkappe

$$A_{\text{SphCap}} = 2\,\pi\,R\,h = 4\,\pi\,R^2\,\sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \qquad . \tag{3.15}$$

In [Aar10] wird gezeigt, dass für typische Lautsprecher mit dem Kugelkappenmodell eine genauere Vorhersage der resultierenden Polardiagramme möglich ist, als bei einer einfachen Modellierung einer Membran in schallharter Einfassung. Dazu wird $A_{\text{SphCap}} \stackrel{!}{=} A_{\text{Piston}}$ gewählt. Mit

$$A_{\text{Piston}} = \pi\,a^2 = A_{\text{SphCap}} = 4\,\pi\,R^2\,\sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \tag{3.16}$$

folgt die Bedingung

$$a = 2\,R\,\sin(\frac{\theta_0}{2}) \qquad . \tag{3.17}$$

Es ist nun anzunehmen, dass die Kugelkappenmodellierung auch genauere Vorhersagen für die Strahlungsimpedanz von Lautsprechergehäusen liefert. Dazu wurde für die Simulation $\theta_0 = \pi/4$ gesetzt, da dies näherungsweise dem späteren Designziel einer halbkugelförmig und kantenlosen Treibereinfassung entspricht. Damit ist mit vorgegebenem Kreismembranradius a in Glg. (3.17) der Kugelradius R determiniert und Glg. (3.13) kann numerisch

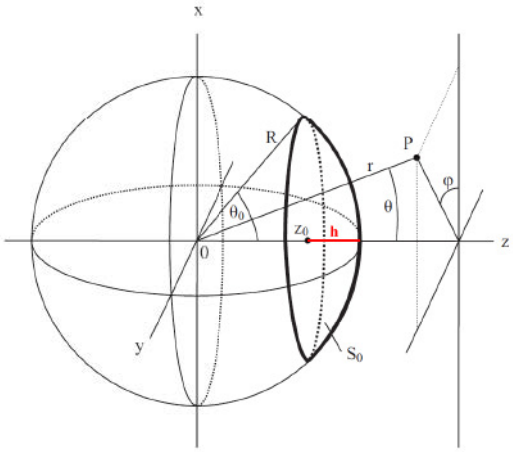

Abb. 3.17.: Geometrie der Kugelkappe, Fig. 1 aus [Aar10] mit Ergänzung

ausgewertet werden. Abb. 3.18 verdeutlicht anhand eines CAD-Renderings den hier diskutierten Fall; die blauen Flächen besitzen den gleichen Flächeninhalt. Abb. 3.19 zeigt

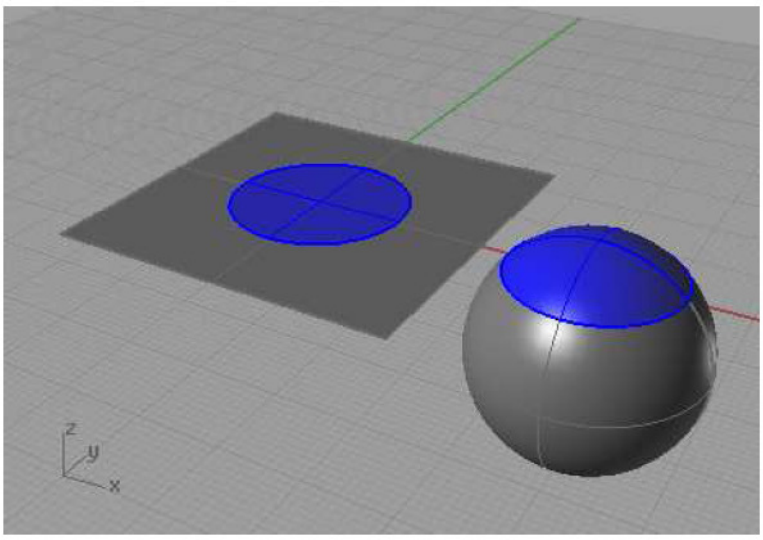

Abb. 3.18.: Kolben- und Kugelkappenmembran gleicher Fläche

die Ergebnisse einer numerischen Auswertung von Glg. (3.12) und (3.13). Dargestellt sind die Realteile der Strahlungsimpedanz normiert auf Luftkennimpedanz Z_0. Die Summe aus Glg. (3.13) wurde für jede Frequenz individuell dann abgebrochen, wenn der Term $\frac{h_n^{(2)}(k\,R)}{h_n'^{(2)}(k\,R)}$ nicht mehr in double-precision in Matlab darstellbar war, aber nach 0 konvergierte. Es gilt anzumerken, dass die Rayleigh-Integralrechnungen, die für die Kolbenmembran angefertigt wurden auch für das Kugelkappenmodell möglich sind (vgl. Glg. (6.134) in [Wil99], Glg. (4) in [Aar10]). Man erkennt mit Abb. 2 in [Aar10], dass der Polarplot des realen Lautsprechers (a) einer verschmierten idealisierten Richtfunktion einer Kolbenmembran entspricht (b), d.h. es existieren real keine idealen Nullstellen. Dies kann mit dem Kugelkappenmodell nach Glg. (3.16) in der Teilgrafik (b) gut vorhergesagt werden. Eine Diskussion dieser Rayleigh-Ergebnisse für Nah- und Fernfeld konnte aus Zeitgründen nicht mehr erfolgen.

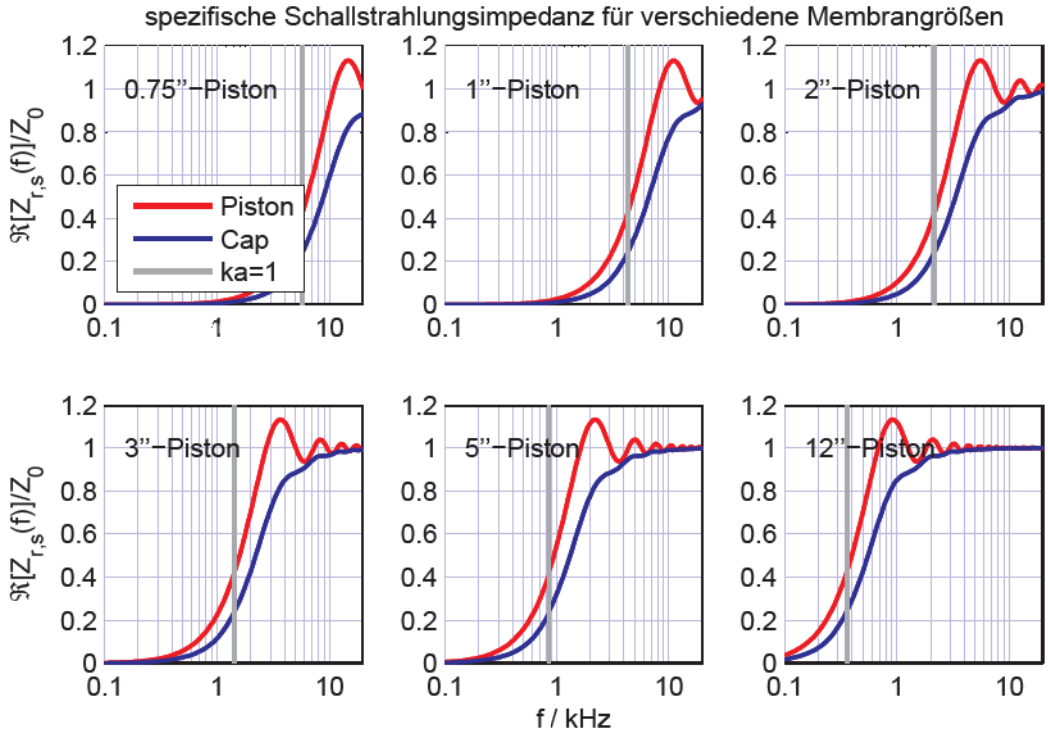

Abb. 3.19.: Strahlungsimpedanz für $\theta_0 = \pi/4$ und $A_{\text{SphCap}} = A_{\text{Piston}}$

Für die idealisierte Membran könnte man nun annehmen, dass eine gute Abstrahlung in die Luft im Anpassungsfall, d.h. $\Re(\underline{Z}_{r,s}) \approx Z_0$ erreichbar ist. Man sieht, dass dies nur für große Membranen ($ka > 1$) für die hörbaren Frequenzen gilt. Jedoch wurde bei der obigen Diskussion der Polardiagramme festgestellt, dass für große Membranen ($ka > 1$) immer eine starke Richtwirkung einhergeht. Dies ist beim Lautsprecherdesign unerwünscht. Vielmehr sollte der Arbeitsbereich $ka < 1$ gewählt werden, da hier keine Richtwirkung existiert. In diesem Arbeitsbereich strahlt die Membran wegen $\Im(Z) > \Re(Z)$ vergleichsweise viel akustische Blindleistung ab. Die akustische Wirkleistung ergibt sich mit der Membranschnelle v_{M} zu (vgl. Glg. (6.17) in [Zol03])

$$P_{\text{Wirk}} = \pi\, a^2\, v_{\text{M}}^2\, \Re(\underline{Z}_{r,s}) \qquad . \tag{3.18}$$

Bei gegebener Membranfläche $\pi\, a^2$ soll für alle Frequenzen die gleiche Wirkleistung

$$P_{\text{Wirk}} \propto v_{\text{M}}^2\, \Re(\underline{Z}_{r,s}) = \text{const.} \tag{3.19}$$

erzielt werden (vgl. Kap. 6.2.1 in [Zol03]). Abweichend von der idealen Membran, die für alle Frequenzen gleiches Verhalten bezüglich der Membranschnelle aufweist, muss eine Lautsprecher-Membran praxisnäher als einfaches Feder-Masse-System

$$v_{\text{M}} \propto \frac{\mathrm{j}\,\omega}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \mathrm{j}\,\eta\,\frac{\omega}{\omega_0}} \tag{3.20}$$

(vgl. Glg. (11.2) u. f. in [Mös07], Kap. 2.4 in [Bla08]) modelliert werden. Dies stellt systemtheoretisch einen Bandpass 2. Ordnung mit der mechanischen Mitten- bzw. Resonanzfrequenz ω_0 dar (vgl. Kap. 2.2). Es gibt nun genau einen Frequenzbereich $\omega_0 < \omega < \omega_{k\,a=1}$ in dem die beiden frequenzabhängigen Funktionen v_{M}^2 und $\Re(\underline{Z}_{r,s})$ ungefähr $P_{\mathrm{Wirk}} = \mathrm{const.}$ bewirken können. Für $\omega < \omega_0$ fällt die Wirkleistung mit 24 dB/Oktave, für $\omega > \omega_{k\,a=1}$ fällt die Wirkleistung mit 12 dB/Oktave ab (vgl. Kap. 6.2.1 in [Zol03] mit ausführlicher Erklärung zu den Näherungen und Fallunterscheidungen). Abb. 3.20 zeigt den Prinzipverlauf der Größen im oberen Bild normiert über $k\,a$, wobei ω_0 aus der praxisnahen Wahl $k\,a = 0.1$ hervorgeht. Das untere Bild stellt die Verläufe über der Frequenz für eine 2" Membran dar; hier resultiert eine Treiberresonanzfrequenz $f_0 = f_{\mathrm{res}} = 215$ Hz. Anhand der Abb. 3.19 und 3.20 wird nun deutlich, dass für eine möglichst ungerichtete Abstrahlung eine kleine Membran gewählt werden muss, da dann $ka < 1$ auch für hohe Frequenzen gilt. Andererseits sieht man, dass wegen $P_{\mathrm{Wirk}} \propto \pi\,a^2$ große Membranen eine bessere

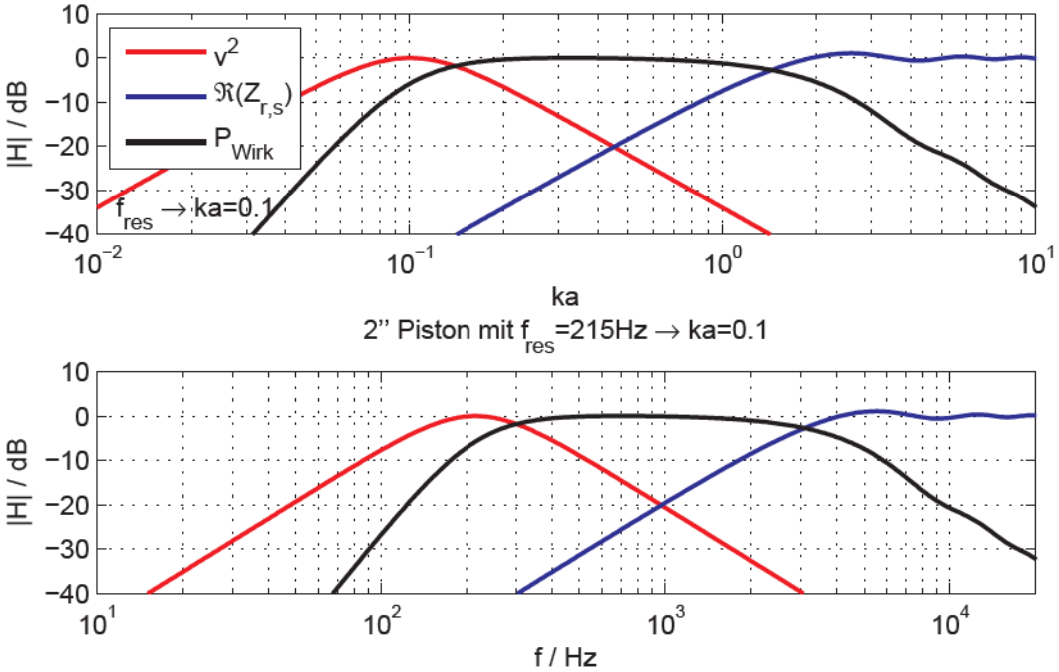

Abb. 3.20.: resultierende Wirkleistung

Wirkleistung als kleine erzielen. Die Forderung einer guten Wirkleistung und gleichzeitig ungerichteter Abstrahlung ist demzufolge für den ganzen Hörbereich nicht für eine Membrangröße erfüllbar, weswegen viele Lautsprecher als Mehrwegsysteme aufgebaut sind, um in jedem Frequenzbereich ein Optimum aus beiden Forderungen zu erzielen. Das hier gestellte Designziel einer breitbandigen Abstrahlung mit nur einem Treiber muss daher mit einer möglichst kleinen und sehr tief abgestimmten Membran erreicht werden. Auch hier stellt ein 2"-Breitbandtreiber den optimalen Kompromiss dar. Noch kleinere Treiber sind neben ihrer schlechten Wirkleistungseigenschaft bei tiefen Frequenzen in der Praxis auch eher

hoch abgestimmt (500-800 Hz). Die Diskussionen bezogen sich ausschließlich auf die Membrangrößen. Wenn man das Bisherige untermauernd nun noch berücksichtigt, dass kleinere Treiber beim praktischen Lautsprecherbau mit weniger Gehäuse-Volumen auskommen und sich eine möglichst kleine Quelle direkt vor dem Ohr weniger akustisch belastend im Vergleich zur Luftkennimpedanz auswirken müsste, kann man die gewünschten Eigenschaften des gesuchten Treibers wie folgt zusammenfassen: $2\,a = 2$“, $f_0 \approx 100$ Hz, geeignet für kleine Gehäusevolumen (passende Thiele-Small Parameter).

3.1.2. Bemusterung von Miniaturtreibern und Treiber-Selektion

Eine Recherche und Bemusterung ergab, dass die in Tab. 3.1 aufgeführten 2“-Breitbandtreiber kommerziell für Kleinkunden erhältlich sind. Es ist davon auszugehen, dass eine wesentlich reichhaltigere Auswahl an 2“-Treibern auf dem Weltmarkt existiert. Die meisten dieser Treiber werden jedoch als OEM-Produkte nur für Großkunden hergestellt, wobei die Automobilindustrie mutmaßlich größter Abnehmer sein dürfte. Die

Tab. 3.1.: Bemusterung von 2“-Breitband-Miniaturtreibern

Hersteller	f_0 / Hz	$\lvert Z\rvert/\Omega$	$P_{\mathrm{RMS}}/P_{\mathrm{PEAK}}$ / W	dB@1W,1m	Preis / €
Peerless Tymphany 830970	147.5	4	7/60	82	≈ 20
Peerless Tymphany 830983	147	4	7/60	83	≈ 20
Tangband W2-1760S	160	4	12/25	84	≈ 23
Tangband W2-800SL	160	4	10/20	87	≈ 19
VECO 50CUG08HX	160	8	5/6	79	?
VECO 50CCF08H	250	8	3/4	80	?
Visaton FRWS 5	250	8	4/10	84	≈ 10
Visaton FRS 5	270	8	5/8	84	≈ 10
Visaton FRWS 5 SC	350	4	4/8	80	≈ 10

letzten vier Treiber in Tab. 3.1 sind wegen ihrer zu hohen Resonanzfrequenz nicht geeignet. Der Treiber VECO 50CUG08HX besitzt zwar eine niedrige Resonanzfrequenz, ist jedoch wegen der fehlenden einschraubbaren Frontblende ungeeignet für ein Prototypendesign. Außerdem ist er nicht mit der notwenigen elektrischen Leistung belastbar, wie im Folgenden ausgeführt wird.

Abschätzung zum maximalen elektrischen Leistungsbedarf

Berücksichtigt man, dass Musik- und Sprachsignale einen hohen Crestfaktor (10-20dB) aufweisen, ist eine hohe Spitzenbelastbarkeit der Treiber wünschenswert. Dies spricht trotz kleinerer Dauerleistung und Sensitivity für die beiden Peerless-Treiber. Dieser Vergleich setzt voraus, dass die Leistungsangaben der unterschiedlichen Hersteller mit

den gleichen Messverfahren für Rated Input Power und Peak Power ermittelt worden sind.

Treiber-Selektion mit informeller Frequenzgangsmessung

Für die schlussendliche Wahl des geeigneten Treibers wurden provisorische, halbkugelförmig (Acryl, Durchmesser $d = 12$ cm) geschlossene Lautsprecher'boxen' mit den vier Treibern Peerless Tymphany 830970, 830983 und Tangband W2-1760S, W2-800SL entwickelt. Für verschiedene Nettovolumina (200, 320, 450 ml) und die Messabstände 4, 5, 6, 10 cm auf Achse wurden dann im RaR des ISTA Frequenzgangsmessungen durchgeführt, siehe Abb. 3.21 Diese Messungen sind (nicht im Einzelnen dokumentiert) als Betragsfre-

Abb. 3.21.: Vorabmessungen nach finaler Bemusterung

quenzgänge normiert auf 0 dB bei 1 kHz in Abb. 3.22 visualisiert. Rot dargestellt ist der betragsgemittelte Amplitudenfrequenzgang. Die Tangband-Treiber erscheinen mit ihrer vergleichsweise höheren Resonanzfrequenz in den vermessenen Gehäusevolumina ein wenig überbedämpft. Dies macht sie für das gewünschte Breitbanddesign mit kleinem Gehäusevolumen weniger geeignet. Die Peerless-Treiber sind hingegen wegen ihrer höheren Spitzenbelastbarkeit, kleineren Resonanzfrequenz und einer leicht unterdämpften Güte als bestmögliche Lösung für ein Prototypendesign zu betrachten.

3.1.3. Thiele-Small Parameter des Peerless P830983

Typischerweise würde man im nächsten Entwicklungsschritt die Thiele-Small Parameter ([Sma72], [Sma73]) der vier potentiell geeigneten Treiber messen, um detailliertere und begründbare Aussagen über ihr Verhalten in geschlossenen Gehäusen zu erhalten. Der Peerless Tymphany 830983 wurde freundlicherweise kostenfrei von der KLIPPEL GmbH mit einem R&D System vermessen (Protokoll). In Tab. 3.2 sind die gemessenen Thiele-Small Parameter dokumentiert. Während der Verschriftlichung dieser Arbeit Anfang 2011 wurde bemerkt, dass revisionierte Datenblätter [Pee09a], [Pee09b] der beiden Peerless-Treiber publiziert wurden, die zum Zeitpunkt der Bemusterung noch nicht verfügbar waren (Stand vorher: [Pee07a], [Pee07b]). Im Wesentlichen wurden die Thiele-Small Parameter überarbeitet. Man sieht in Tab. 3.2, dass die neuen Datenblattangaben von 2009 wesentlich besser

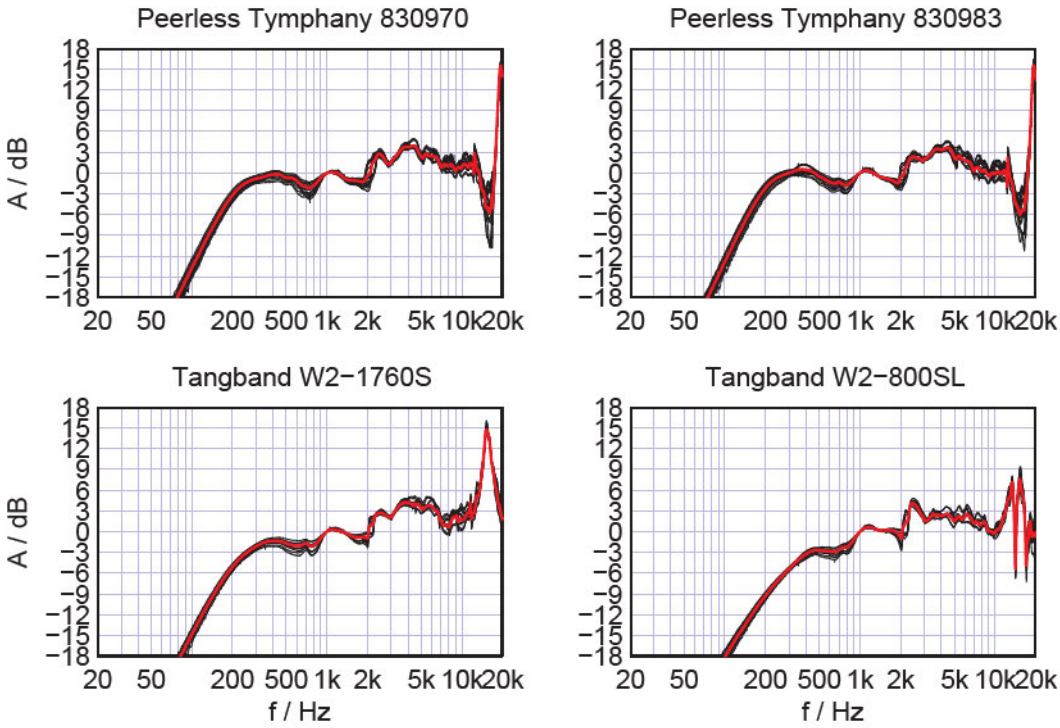

Abb. 3.22.: Frequenzgänge von Vorabmessungen

Tab. 3.2.: Thiele-Small Parameter des Peerless Tymphany 830983

Parameter	Einheit	Datenblatt 2007	Datenblatt 2009	Messung
f_{res}	Hz	147	176	170.5
Qms	-	3.06	5.6	6.685
Qes	-	0.7	0.81	0.837
Qts	-	0.57	0.71	0.744
Bl	N / A	2.8	2.83	2.635
Rms	kg / s	0.47		0.241
Mms	g	1.5	1.64	1.502
Cms	mm / N	0.76	0.5023	0.58
D	cm	4.1	4.4	4.2997
Sd	cm^2	13	15.2	14.52
Vas	l	0.2	0.16	0.173
Sensitivity	dB,1W,1m	83	82.2	82.58
Re	Ω	3.8	3.6	3.61
Zmax	Ω	20.3		32.5
Zmin	Ω	4	4	3.7

den Messergebnissen entsprechen. Die auf den Werten des Datenblattes von 2007 oben getroffenen Begründungen zur Treiberauswahl müssten daher in Teilen revidiert werden. Da diese jedoch zum Zeitpunkt der Bemusterung und Treiberauswahl aktueller Kenntnisstand und Entwicklungsgrundlage waren, wurden sie nicht überarbeitet. Im Idealfall

würde man die finale Treiberauswahl erst nach Messungen der Thiele-Small Parameter, Impedanz-, THD- und Frequenzgangsmessungen aller Treiber in prototypischen Gehäusen durchführen. Basierend auf den gemessenen Thiele-Small Parametern wurde mit einem Lautsprecher-CAD-Online-Rechner (http://micka.de/org/, letzte Änderung: 26.April 2009) nach [Sma73] eine Abschätzung über die zu entwerfende geschlossene Lautsprecherbox vorgenommen. Das aus aus Kap. 2.2.2 bekannte System

$$H_{\text{Closed Box}}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_{\text{res}}}{Q_{\text{TC}}}\, s + \omega_{\text{res}}^2} \tag{3.21}$$

modelliert mit einem Hochpass 2. Ordnung die geschlossene, ungefüllte Lautsprecherbox. In Tab. 3.3 sind die resultierenden Filterparameter für verschiedene Gehäusenettovolumina dokumentiert. Abb. 3.23 zeigt die Amplitudenfrequenzgänge der verschiedenen Sys-

Tab. 3.3.: Systemeigenschaften der Lautsprecherbox

V / l	f_{res} / Hz	$f_{\text{-3dB}}$ / Hz	Q_{TC}
11.79	171.75	162.59	0.75
1.12	183.19	164.45	0.8
0.38	206.06	171.01	0.9
0.22	228.94	180.06	1
0.20	233.51	182.07	1.02

teme. Man erkennt, dass wegen $Q_{\text{TC}} > Q_{\text{TS}} = 0.744$ keine Butterworth-Abstimmung (B2) ($Q_{\text{TC}} = 1/\sqrt{2}$, S. 17 in [Sma73]) möglich ist. Für Systemgüten $Q_{\text{TC}} < 1$ werden schwierig zu realisierende, große Gehäusenettovolumina benötigt. Das Nettovolumen des zu entwickelnden Gehäuses wurde daher zu $V = 0.2$ l festgelegt. Es resultiert ein relativ stark unterbedämpftes System mit $Q_{\text{TC}} = 1.02$ und einer vergleichsweise hohen Resonanzfrequenz $f_{\text{res}} = 233.51$ Hz. Da der Peerless 830983 nach der Klippel-Messung ein nicht erklärbares Fehlverhalten aufwies, wurde das durch die Bemusterung vorliegende Paar von Peerless 830970 für den Bau des Prototypen verwendet. Es musste in Kauf genommen werden, dass dann nur noch Thiele-Small Parameter des Datenblattes vorliegen und die obige Vorhersage der Systemeigenschaft obsolet wird.

3.2. Entwicklung des Lautsprechergehäuses

Das Lautsprechergehäuse muss mit dem festgelegten Volumen $V = 0.2$ l für jedes Ohr formangepasst als Bügel über dem Kopf modelliert werden, siehe Designstudie Abb. 1.2. In diesem Unterkapitel werden die Modellierung und Realisierung des 3D-CADs, sowie die Fertigstellung des Prototypen BK109 dokumentiert.

Das Lautsprechergehäuse wurde mit dem für Industriedesign weitverbreiteten 3D-CAD Programm Rhino4 ([Che08], [McN]) modelliert. Hilfreiche und oft genutzte Befehle sind im

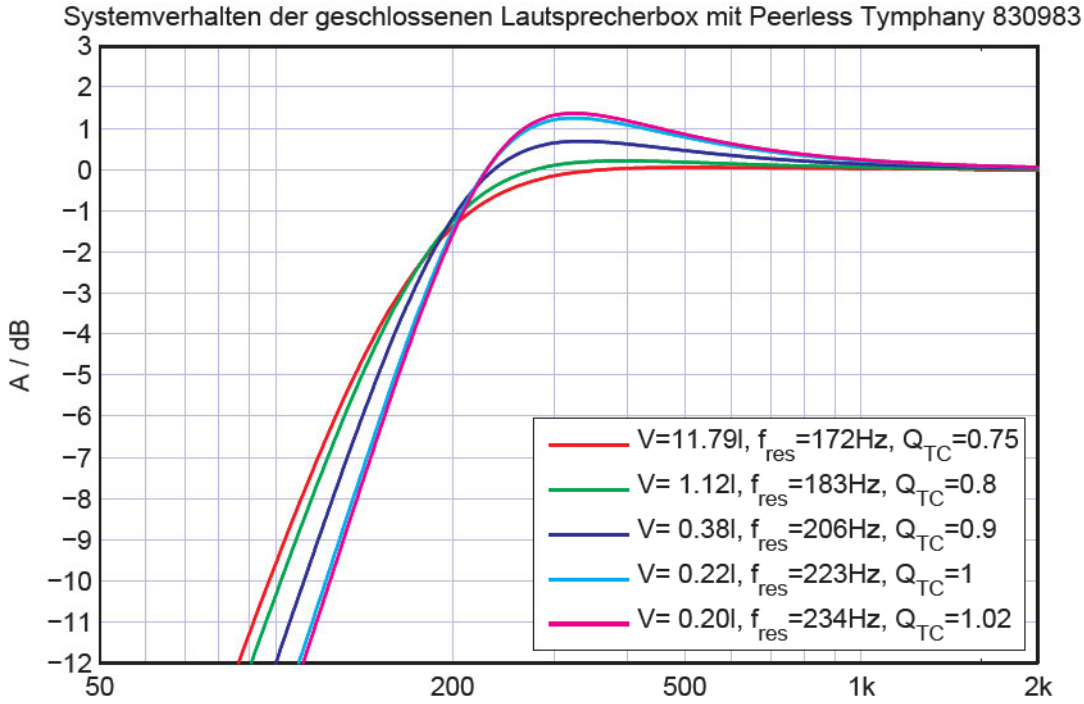

Abb. 3.23.: Systemverhalten des geschlossenen Lautsprechergehäuses

Anhang A dokumentiert. Die Bottom-Up-Konstruktionsmethode erschien geeignet, da der Prototyp zunächst nur einer funktionalen Ästhetik genügen muss. Dabei werden kleinere Funktionseinheiten einzeln nach aufsteigender Größe nacheinander modelliert und später zum fertigen Modell zusammengefügt. Die kleinste Einheit, die Treibereinfassung, besitzt aufgrund des ausgewählten Treibers exakt vorgegebene Abmessungen und diente deshalb als Ausgangspunkt für den bottom-up-Ansatz. Viele Ideen, speziell bewegliche, rotierbare und ausziehbare Details aus der Designstudie, konnten mangels Erfahrung im Rahmen dieser Arbeit leider nicht im CAD-Modell berücksichtigt werden. Stattdessen wurde für den ersten Prototypen ein starrer, doppelt-axialsymmetrischer Doppelbügel favorisiert und umgesetzt. Wegen der Symmetrie wurde zunächst nur eine Kopfhörerhälfte modelliert und im finalen Modell gespiegelt zusammengesetzt.

3.2.1. CAD Treibereinfassung und -schale

Es wurde ein CAD-Modell des Treibers Peerless 830983 angefertigt. Dazu wurden die Abmessungen aus dem Datenblatt [Pee07b] (siehe Abb. 3.24) verifiziert und benutzt. Die Frontplatte des Treibers wurde dabei exakt nachgebildet, während Magnettopf und Anschlüsse nur so genau wie nötig in Radius und Tiefe als Zylinder modelliert wurden. Außerdem wurden Sicke, Membran und Staubschutzkappe ungefähr angedeutet, um das Erscheinungsbild des Treibers realer zu gestalten. Das Volumen des so modellierten Treibers beträgt ca. 45 ml. Abb. 3.25 zeigt ein Rendering des CAD-Modells im Vergleich zu einem

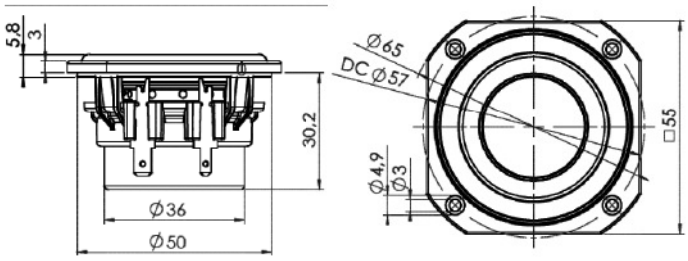

Abb. 3.24.: Peerless 830983: Treiberabmessungen aus [Pee07b]

realen Treiber in ungefähr gleicher Größe. Die Treibereinfassung konnte nun mit den Trei-

Abb. 3.25.: Peerless 830983: Vergleich CAD-Modell und Foto aus [Pee07b]

berabmessungen exakt entworfen werden. Die Passung für die Treiber-Frontplatte wurde mit 0.75 mm Toleranz entworfen, was nach neuen Datenblättern [Pee09a], [Pee09b] großzügig bemessen ist. Abb. 3.26 zeigt das Rendering des CAD-Modells einmal mit und einmal ohne Treiber. Die Treibereinfassung wurde als Kreis modelliert und weist mit dem Ziel

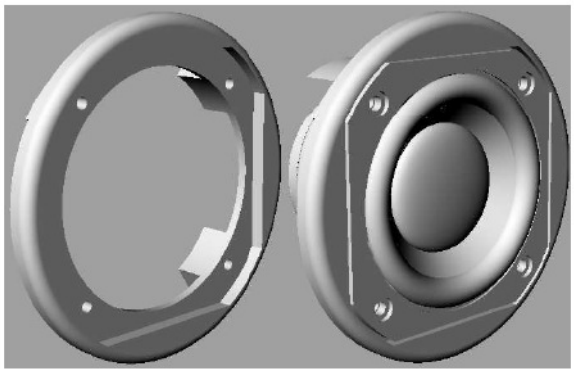

Abb. 3.26.: CAD-Modell der Treibereinfassung für Peerless 830983

einer möglichst kleinen Reflexionsfläche vor dem Ohr eine minimal größere Fläche als die Treiberfrontplatte auf. Die kürzeste Strecke zwischen Treiber und Berandung beträgt 3.5 mm und wurde als mechanisch ausreichend stabil angesehen. Zur Befestigung des Treibers in der Treibereinfassung wurden vier ⌀2.5 mm Kernbohrungen für M3x10 Schrauben vorgesehen, die ausreichend materialunterfüttert sind. Die Außenkanten der Einfassung wurden abgerundet. Durch Anwendung der Bottom-Up-Konstruktionsmethode kann die Treibereinfassung einfach und schnell für beliebige 2"-Treiber angepasst werden. Danach

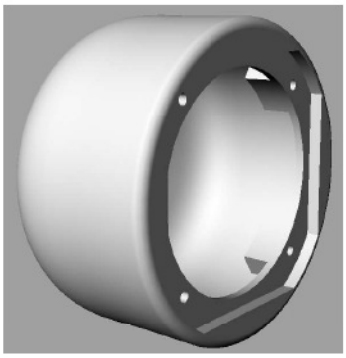

Abb. 3.27.: CAD-Modell der Treiberschale für Peerless 830983

wurde als zweite funktionale Einheit eine grob halbkugelförmige Schale mit 43 mm Tiefe und 5 mm Dicke mit einem Nettoinnenvolumen von V $\approx$ 110 ml modelliert. Abb. 3.27 zeigt die verbundenen Funktionseinheiten Treibereinfassung und Treiberschale in einem CAD-Rendering.

3.2.2. CAD Kopfhörerbügel

Das erforderliche Rest-Nettovolumen im zu modellierenden Bügel wurde zu

$$V_{\text{Bügel}} = V_{\text{200ml}} + V_{\text{Treiber}} - V_{\text{Schale}} = 200\,\text{ml} + 45\,\text{ml} - 110\,\text{ml} = 135\,\text{ml} \tag{3.22}$$

berechnet. Damit das starre Kopfhörergehäuse auf möglichst viele Kopfformen passt, muss die Größe und Form des Gehäusebügels mit Auswertung von anthropometrischen Kopf-Daten festgelegt werden. Dazu wurden die Maße aus den DI-Normen [DIN08b], [DIN05], [DIN92], aus einer Erhebung junger Erwachsener [Gre01] und aus der HRTF-Datenbank CIPIC [Alg01b], [Alg01a] herangezogen. Zusätzlich liegt ein VPn-Datensatz bzgl. der Tragus-Tragus-Distanz vor, der im Rahmen von Fabian Brinkmann's Magisterarbeit [Bri11] entstand. Nachfolgend werden die Daten bzgl. Kopfbreite (kob), Ohrhöhe (ohko), transversaler Kopfbogen (kobo) aus den Quellen exzerpiert und zur Festlegung des Kopfhörer-Formfaktors diskutiert. Abb. 3.28 verdeutlicht skizzenhaft und nicht maßstabsgetreu die Größen.

Kopfbreite (kob)→ Bügelbreite (bügb)

Zur Ermittlung der erforderlichen Bügelbreite (bügb, Abb. 3.28) bei vorgegebenem Membran-Ohreingangsabstand von 5 cm wären unter Annahme axialsymmetrischer Köpfe Populationsmaße der Tragus-Tragus-Distanz ideal geeignet. Diese wird in den bekannten Quellen (außer Brinkmann) leider nicht erhoben. Daher wird auf das Datenmaterial zur Kopfbreite zurückgegriffen und a priori angenommen, dass diese geringfügig größer ist als die Tragus-Tragus-Distanz. Um die Diskussion an dieser Stelle zu vereinfachen, wird die Kopfbreite der Tragus-Tragus-Distanz gleichgesetzt. Die Daten zur Kopfbreite *DINm*,

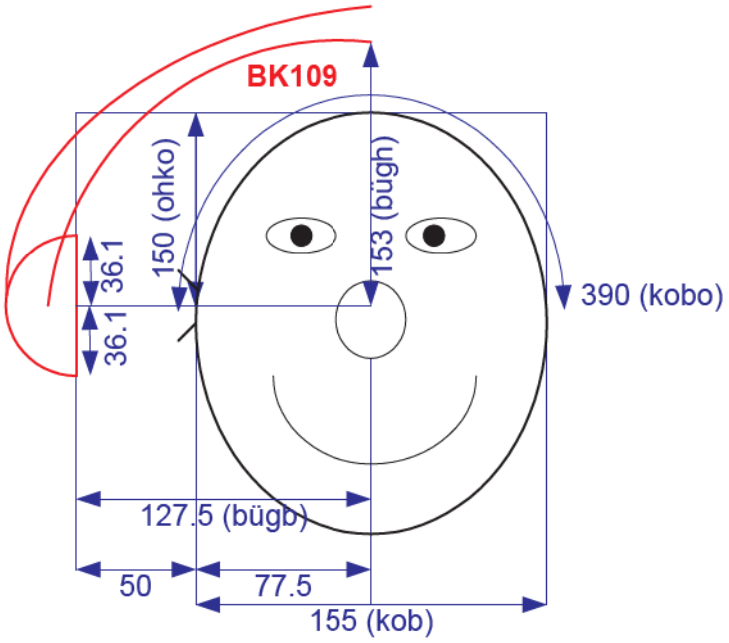

Abb. 3.28.: mittlerer Kopf zur Formgebung des Gehäusebügels

DINf für männliche und weibliche Köpfe des Alters 18-65 Jahre sind auf S. 73 in [DIN05] in den Perzentilen P_5, P_{50} und P_{95} angegeben. Aus S. 38 und S. 40 in [Gre01] kann man die Kopfbreite *BUBm* und *BUBf* junger männlicher und weiblicher Erwachsener in den Perzentilen P_1, P_5, P_{50}, P_{95} und P_{99} herauslesen. Die anthropometrischen Kopfbreite-Rohdaten der *CIPIC*-Datenbank können eigenständig deskriptiv ausgewertet werden. Es liegen nutzbare Daten von 37 männlichen und weiblichen VPn vor, die in der Auswertung nicht getrennt berücksichtigt wurden. *Brinkmann*-Rohdaten zur Tragus-Tragus-Distanz liegen auch von 37 vorwiegend männlichen, studentischen VPn vor. In Abb. 3.29 sind die Daten grafisch aufgearbeitet. In der linken Grafik sind Boxplots der *CIPIC*- und *Brinkmann*-Daten mit Median (P_{50}), Interquartil- und Interdezilbereich (IQR als Box, IDR als Whisker), sowie Daten außerhalb des Interdezilbereiches (Outlier) dargestellt (vgl. S. 40 [Bor05]). In der rechten Grafik sind die vorliegenden Perzentile von *DINm*, *DINf* und *BUBm*, *BUBf* mit verschiedenen Markierungen visualisiert für männliche und weibliche Köpfe. Die Tragus-Tragus-Distanz im *Brinkmann*-Boxplot ist dem Median nach kleiner als die Kopfbreiten, was die obige Vermutung zumindest nicht widerlegt. Auf tiefgründige statistische Auswertung wurde deshalb entwicklungspragmatisch verzichtet. Mit den Überlegungen aus Kap. 3.1.1 eines kompromissbehafteten idealen Membranabstandes von 5 cm kann nun der folgende Gedankengang herausgearbeitet werden: Für nur wenige, sehr große Köpfe kann der Membran-Ohrabstand von 5 cm unterschritten werden, allerdings muss dann der Minimalabstand von 4 cm eingehalten werden (vgl. Abb. 3.4). Bei kleinerer Kopfbreite entstehen größere Membranabstände, welche als tolerabel einzustufen sind. Daher wurden die beiden ähnlichen Median-Werte $\approx$ 155 mm der *DINm* und *BUBm* für die

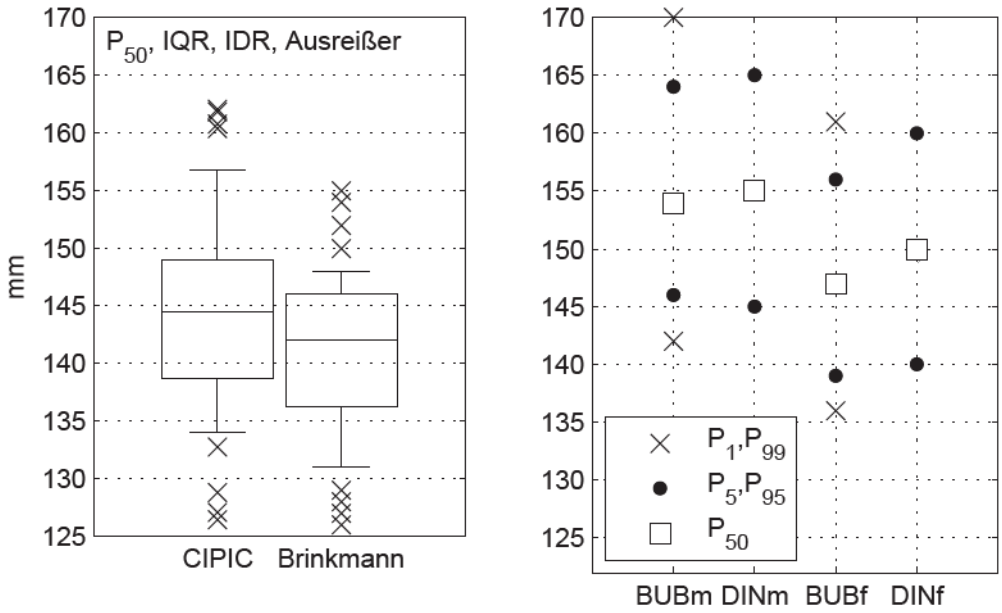

Abb. 3.29.: anthropometrische Deskriptiva der Kopfbreite

größeren männlichen Köpfe als mittlere Referenz-Kopfbreite gewählt, die zur Festlegung der Kopfhörerbügelbreite dient. Die resultierende Fehlanpassung des Referenzmembranabstandes bezogen auf die breiteste Kopfstelle ist in Abb. 3.30 für die unterschiedlichen Perzentile dargestellt. Für Frauenköpfe ergibt sich aus *DINf* und *BUBf* in Extremfällen

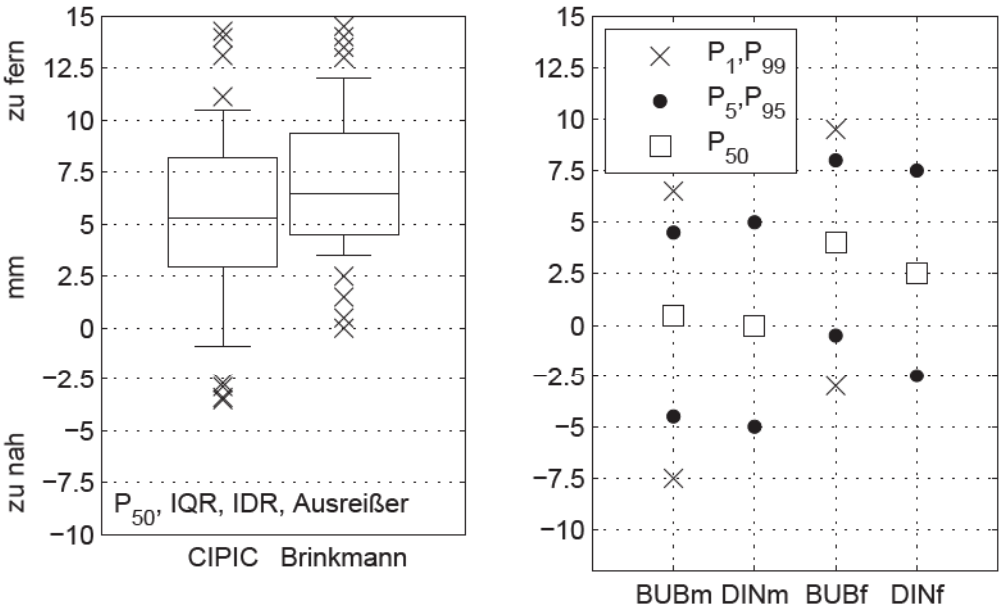

Abb. 3.30.: Fehlanpassung Membranentfernung zu Kopfbreite

großer Köpfe eine Fehlanpassung von bis zu -3 mm, d.h. hier ist die Membran bezogen auf 5 cm Referenzabstand mit 4.7 cm zu nah am Ohr. Im entgegengesetzten Fall einer zu weit entfernten Membran resultiert eine Fehlanpassung von maximal +9.5 mm für 1% der Frauenpopulation. Bei männlichen Köpfen ergibt sich aus *DINm* und *BUBm* für 90% der Population eine Fehlanpassung nicht größer als ±5 mm. In Extremfällen (1% der Population) ist die Membran entweder 7.5 mm zu nah am Ohr (dies entspricht einem noch tolerablen Membranabstand von 4.25 mm) oder 6.5 mm zu weit entfernt vom Ohr. Für die mittleren 50% der *CIPIC*-Stichprobe ist die Membran zwischen 3 bis 8 mm zu weit entfernt. Bei einigen Ausreißern ergibt sich ein tolerabler Membranabstand bis maximal 3.5 mm zu nah am Ohr. Für 10% der *CIPIC*-Population mit kleinen Köpfen wird die Membran zwischen 11 bis 14 mm zu weit entfernt sein. Bezogen auf die Tragus-Tragus-Distanz der Brinkmann-Stichprobe ist die Membran immer mindestens 5 cm vom Ohrkanaleingang entfernt. Die Bügelbreite (bügb) 77.5+50=127.5 mm erscheint daher gut gewählt.

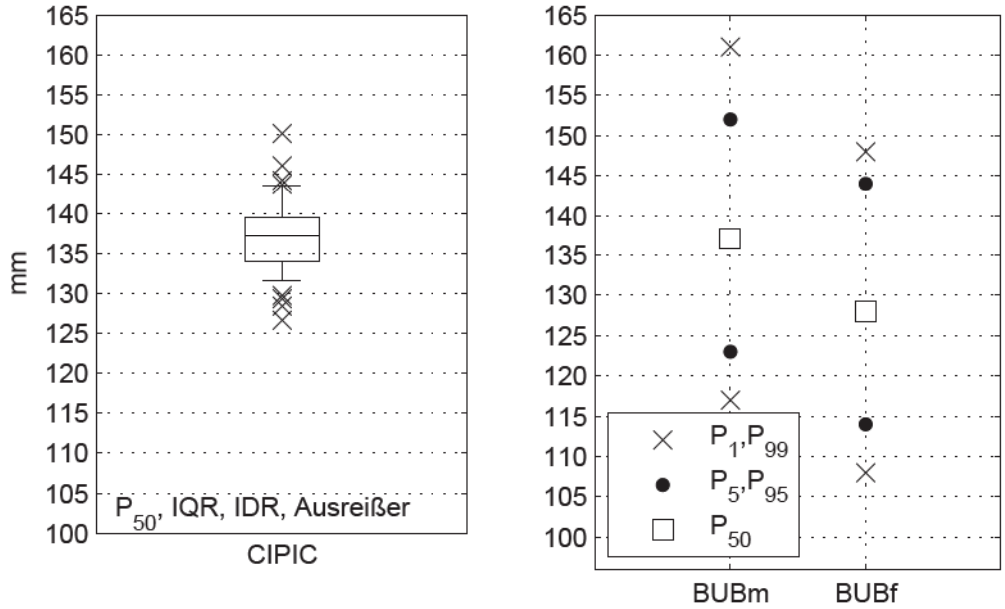

Abb. 3.31.: anthropometrische Deskriptiva der Ohrhöhe

Ohrhöhe (ohko), Transversaler Kopfbogen (kobo) → Bügelhöhe (bügh)

Die Ermittlung der erforderlichen Bügelhöhe (bügh) erfolgt über die Ohrhöhe (ohko, vgl. Abb. 3.28). Aus S. 38 und S. 40 in [Gre01] kann man für die Ohrhöhe junger männlicher und weiblicher Erwachsener die Perzentile P_1, P_5, P_{50}, P_{95} und P_{99} heranziehen; diese werden für diesen Abschnitt wieder als *BUBm* und *BUBf* deklariert. In der DIN sind keine geeigneten anthropometrischen Maße zur Ohrhöhe dokumentiert. In der *CIPIC*-Datenbank

kann man die Ohrhöhe von 37 VPn aus anderen erhobenen Körpermaßen errechnen und deskriptiv auswerten. Abb. 3.31 stellt die zur Verfügung stehenden Maße in Form eines Boxplots für *CIPIC* und Markierungen der Perzentile für *BUBm*, *BUBf* dar. Mit einem starren Bügelgehäuse ist eine exakte Passung bei sehr unterschiedlichen Kopfformen nicht realisierbar. Vielmehr muss die Bügelhöhe zunächst so gewählt werden, dass auch die größten Köpfe, d.h. hier die mit der größten Höhe mit dem Kopfhörer bespielt werden können. Für alle kleineren Köpfe kann dann mittels einer Schaumstoffunterfütterung zwischen Bügel und Oberkopf erreicht werden, dass Membranmitte und Ohreingang auf einer Höhe zu liegen kommen. Die Schaumstoffunterfütterung sollte zwecks Tragekomforts für alle Kopfformen in verschiedenen Dicken erfolgen. Es wurde eine mittlere Ohrhöhe von 150 mm angenommen. Für etwas mehr als 5% der Population *BUBm* ist diese Ohrhöhe und daraus resultierende Bügelhöhe zu klein, im Extremfall ist sie für 1% bis zu 11 mm zu niedrig angesetzt. Für die *CIPIC*- und weibliche *BUBf*-Population ist die Wahl unkritisch. Der Bügel wird mit einer finalen Bügelhöhe (bügh) von 153 mm so modelliert, dass auch für sehr große, männliche Köpfe (P_{95}) eine 1 cm starke Schaumstoffunterfütterung möglich wird. Die Krümmung des Bügels muss ausgehend von der festgelegten Bügelbreite (bügb)

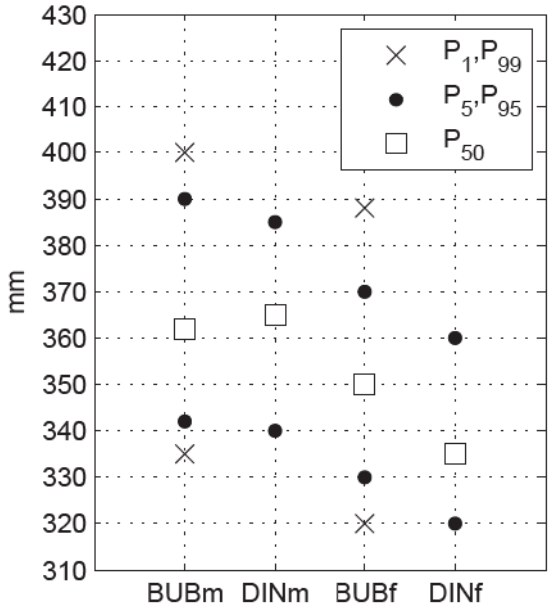

Abb. 3.32.: anthropometrische Deskriptiva des transversalen Kopfbogens

und Bügelhöhe (bügh) so erfolgen, dass möglichst alle Köpfe unter das Gehäuse passen und eine planare Auflagefläche am oberen Kopfende existiert. Die Länge des transversalen Kopfbogens (kobo) (S. 74 in [DIN05], S. 38/40 in [Gre01]) wird als Hilfsgröße herangezogen, auch wenn diese nicht beschreibt, wie individuell verschieden geformt die Köpfe sind. Ausgehend von einem Rechteck mit den Seitenlängen ohko und kob/2 kann man den halben transversalen Kopfbogen kobo/2 von einem Eckpunkt zum Diagonalpunkt ellipsenartig ungefähr der Kopfform entsprechend spannen. Dabei wurde basierend auf dem

P_{95} von *BUBm* (vgl. Abb. 3.32) eine transversale Kopfbogenlänge (kobo) von 392.5 mm gewählt. Abb. 3.33 veranschaulicht das Hilfsrechteck und den halben transversalen Kopfbogen mitsamt der fertig modellierten Treiberschale. Kreise von 1 cm Radius wurden als Abstandsreferenz für die Schaumstoffunterfütterung entlang des Bogens als Hilfsobjekte eingefügt. Eine genaue Kopfform (bzw. der Kopfschnitt auf Höhe des Ohreingangs) wurden mit extrahierten Maßen der Kopfschnitte aus einem Messpuppenkopf mittlerer Größe aus [DIN92] modelliert.

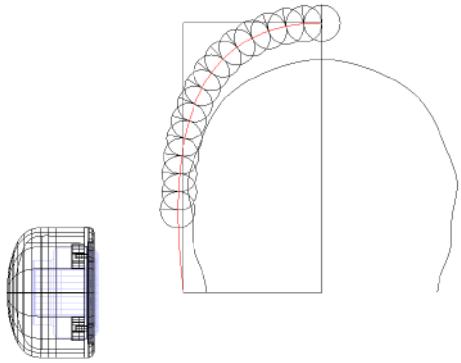

Abb. 3.33.: Hilfskonstruktionen Kopfschnitt und Transversalbogen

CAD des Gehäusebügels

Mit den obigen Vorgaben kann nun der Gehäusebügel modelliert werden. Von fünf männlichen VPn wurden ausweisähnliche Fotos angefertigt und die Tragus-Tragus-Distanz vermessen. Diese Fotos können größenskaliert in Rhino als Hintergrundbild eingefügt werden und dienen während der CAD-Modellierung zusammen mit dem Messpuppenkopf zur finalen Anpassung der Bügelkrümmung und des Gehäuses. Für den am FG benutzten Headtra-

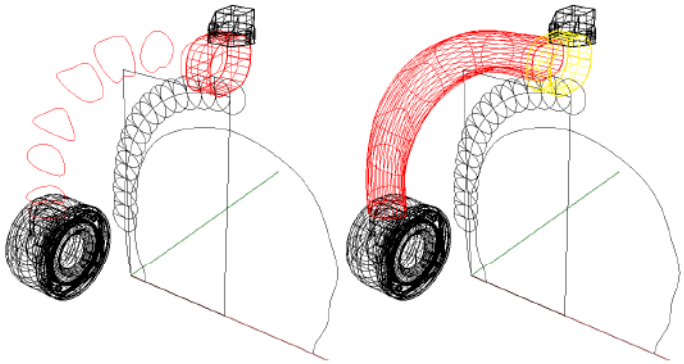

Abb. 3.34.: Bügeldesign

cker Polhemus FASTRAK wurde der Sensor nachmodelliert. Danach wurde ein quaderförmiger Körper mit abgerundeten Kanten am oberen Ende des Bügels so modelliert, dass der Sensor eine planare Auflagefläche erhält. Dieser Körper ist massiv ausgeführt, um beim Zusammenbau des rechten und linken Gehäusebügelteiles die akustische Trennung des linken

und rechten Gehäusevolumen zu erreichen. In Abb. 3.34 sind Sensor und Auflagekörper dargestellt. Für den Bügel wurden mehrere axialsymmetrische Hilfsflächen ausgehend von der Treiberschale bis zum oberen Kopfende mit ansteigender Winkelung modelliert, die mit dem Rhino-Befehl *Loft* und eingeschalteter *History→Update*-Funktion zu einem Volumenkörper aufgezogen werden konnten. Der Volumenkörper konnte anschließend in einem iterativen Prozess durch Größen- und Winkelmodifikation und Verschiebung der Hilfsflächen zu einem plausiblen Gehäuse mit dem erforderlichen Volumen

$$V_{\text{Bügel}} = V_{200\text{ml}} + V_{\text{Treiber}} - V_{\text{Schale}} = 200\,\text{ml} + 45\,\text{ml} - 110\,\text{ml} = 135\,\text{ml} \tag{3.23}$$

modelliert werden, siehe Abb. 3.34, rechts. Die Hilfsflächen in der Nähe der Treiberschale wurden dabei so gestaltet, dass das Gehäuse spitzwinklig zum Ohr hinläuft, um mögliche Reflexionen vom Ohr wegzulenken. Zum oberen Kopfende zulaufende Hilfsflächen nehmen immer mehr die Fläche eines abgerundeten Rechtecks an. Mit dem Rhino-Befehl *OffsetSrf* wurde ein massiver Bügelkörper mit 5 mm Wandstärke realisiert.

3.2.3. Modellierung und Herstellung des Prototypen

Die Treibereinfassung, Treiberschale und der gesamte Bügel wurden zu einem Modell zusammengefügt. Danach wurde dieses gespiegelt und zum kompletten Kopfhörer modelliert. Für die Lautsprecherkabel wurden am oberen Ende des Bügels ⌀7 mm Öffnungen vorgesehen. Zudem wurden für den Tracker-Sensor 6 mm tiefe, ⌀2.5 mm Kernbohrungen realisiert. Auf mittlerer Stirnhöhe wurden dem Kopfhörermodell Laschen auf jeder Seite für eine Stirnbandbefestigung angefügt. Desweiteren wurde der Kopfhörermodell-Schriftzug *BK109* und eine Kanalcodierung *L/R* auf die Gehäuseoberfläche eingeprägt. Das gerenderte CAD-Modell ist in Abb. 3.35 dargestellt. Die linke Hälfte des Modells zeigt einen Schnitt zur Darstellung des Innengehäuses. Das Rhino 3D-Modell wurde ins STL-Format

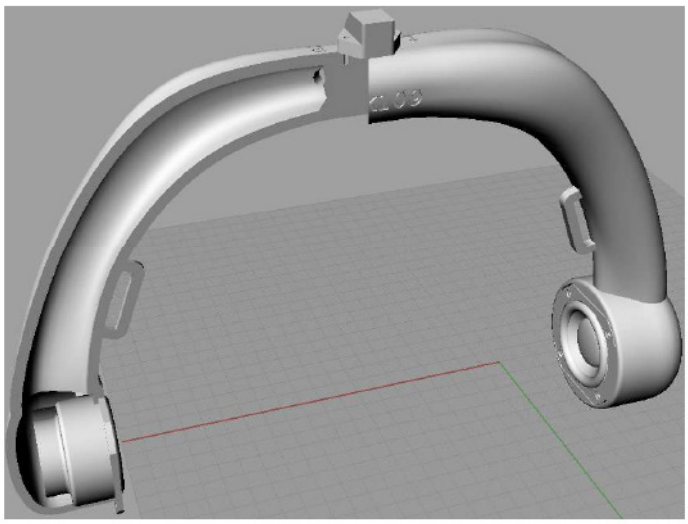

Abb. 3.35.: finales CAD-Modell des BK109, links aufgeschnitten

exportiert und unter Verwendung von ABS mit einem FDM-Drucker mit 0.25 mm Fertigungstoleranz zu einem Prototypen modelliert (vgl. Kap. 1.4, 1.5 in [Kam06], [Geb00]). Die Durchführung oblag Dr.-Ing. M. Makarski als Auftragsarbeit.

3.3. Signalkette und Messaufbau

Für die Fertigentwicklung des BK109 und messtechnische Validierung musste ein Laboraufbau für verschiedene Messungen realisiert werden. In Abb. 3.36 ist der Signalflussplan dargestellt. Der fertig zusammengebaute Prototyp wird von einer Endstufe Yamaha P3500S angetrieben. Die notwendige IIR- und FIR-Entzerrung wird mit der DAW Adobe Audition 3 EDU durch VST2.4 PlugIns auf einem Notebook ThinkPad T400 realisiert. Das Audio-Interface Roland UA-1EX wurde per ASIO in die DAW eingebunden. Es wurden beide analoge Ein- und Ausgänge benutzt. Die für Messungen notwendige konstante ASIO-Latenz wurde verifiziert. Das PlugIn keFIR v1.3 realisierte eine „Zero-Latency“ FIR-Faltung. Für die Low Frequency Enhancement-IIR-Filter wurde eigens ein VST2.4-PlugIn entwickelt, da kein PlugIn verfügbar war, das diese spezielle Anforderung und/oder eine freie Wahl der Filterkoeffizienten in double-precision erfüllte.

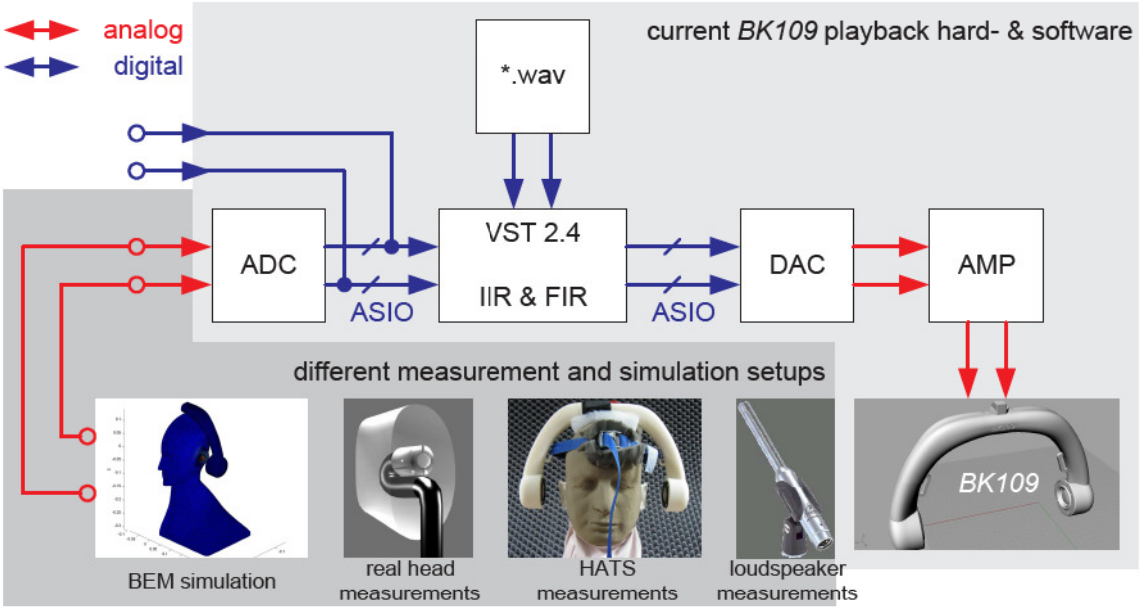

Abb. 3.36.: Signalflussplan und Messverfahren für BK109-Validierung

3.3.1. Entwicklung eines VST-PlugIns für IIR-Filter

Mit dem VST2.4 SDK[1] [Ste06] wurde unter Microsoft Visual C++ 2005 basierend auf dem *again*-SDK-Beispiel ein Stereo-PlugIn mit dem in Abb. 3.37 dargestellten Signalfluss programmiert. Pro Kanal werden vier[2] in Reihe geschaltete IIR-Biquads und ein Gain

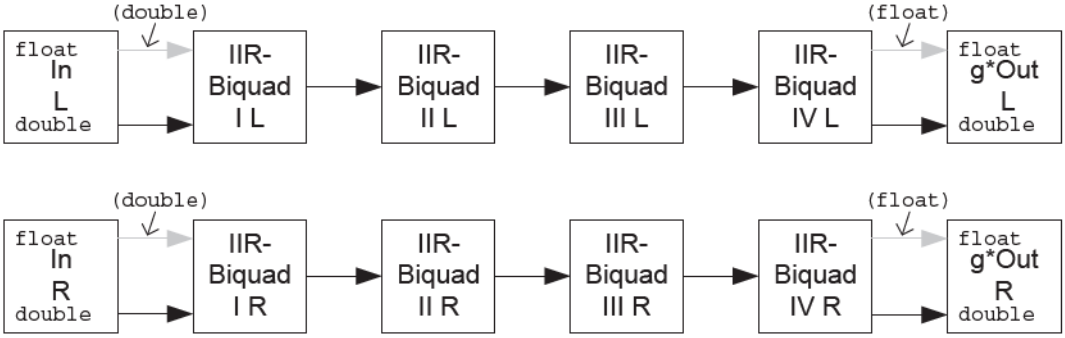

Abb. 3.37.: Signalfluss VST-PlugIn IIR-Biquads

gerechnet. Diese Verarbeitung wird in double-precision durchgeführt. Falls das PlugIn für float-Audiodaten instanziiert wird, werden die Eingangsdaten vor der Signalbearbeitung von float auf double gecastet (vgl. [Erl00]). Die, dem VST-Host zu übergebenden Ausgangsdaten werden bei Bedarf zurück von double auf float gecastet. Die Berechnung der Biquads erfolgt in – für double-precision Daten unkritischer, aber nicht performance- und speicheroptimierter – Direktform I (vgl. Kap. 6.3.1 in [Opp04]).

Membervariablendefinition in again.h:

Als Membervariablen sind im nachfolgenden Beispielcode für das erste Biquad des linken Kanals die Array-Definition der Filterkoeffizienten a,b und die Delaylines für Ein- und Ausgangsdaten zIn1L bzw. zOut1L als Arrays zu erkennen. Zudem wurde ein auf beide Kanäle wirkender Verstärkungsfaktor Att definiert.

```
class AGain : public AudioEffectX
{
public:
 AGain (audioMasterCallback audioMaster);
 ~AGain ();
//..
  double Att;      //Attenuation for headroom with internal gain
  //********************
  //left channel biquads
  //********************
  double a1L[3];     //left, Biquad 1, coeff a
```

[1]Download als registrierter User

[2]diese Festlegung wird aus Kap. 4 erkennbar

```
  double b1L[3];    //left, Biquad 1, coeff b
  //delayline
  double zIn1L[3];  //for Biquad 1, in,
  double zOut1L[3]; //for Biquad 1, out
  //zxx1L[0] are not used in the biquad,
  //the code is however better readable
//..
}
```

Konstruktor in again.cpp:

Im Konstruktor, d.h. der zuerst aufzurufenden Methode bei der Objekt-Instanziierung einer Klasse, im Falle hier AGain, werden die Delaylines mit Null initialisiert und die Biquadkoeffizienten einer zu definierenden Filtercharakteristik fest zugeordnet. Auf die Möglichkeit der Änderung der Filterkoeffizienten zur Laufzeit, z.B mit einer GUI, wurde verzichtet, da die Filterkoeffizienten zur Entzerrung des Kopfhörers eher statisch festzulegen sind und sich dann nicht mehr ändern. Während der Entwicklung und Validierung konnten verschiedene Koeffizientensätze einfach mittels Neukompilation des PlugIns realisiert werden. Außerdem wurde ein Verstärkungsfaktor von -25 dB festgelegt.

```
AGain::AGain (audioMasterCallback audioMaster)
: AudioEffectX (audioMaster, 1, 1)      // 1 program, 1 parameter only
{
//...
 //user code for Stereo-PlugIn: 4xIIR biquad per channel
 //-25dB Attenuation for headroom with internal gain:
 Att = 0.0562341325190349;

 //clear biquad delay line left, note that zInxx[0] and zOutxx[0] remain
 //uninit since it will never be used in DSP
 zIn1L[1] = 0.; zIn1L[2] = 0.;
 zOut1L[1] = 0.; zOut1L[2] = 0.;
 //filter coeff for 44.1kHz from BK109Filter_BW4_50Hz.m!!!
 //linkwitz transform, left channel
 a1L[0] = 1.0;  //a[0] is not used in the biquad-algorithm,
 a1L[1] = -1.986871228545549; //the code is however much more stringent
 a1L[2] = 0.986921654076390;
 b1L[0] = 1.024256747834604;
 b1L[1] = -1.986329006377665;
 b1L[2] = 0.963207128409670;
//...
}
```

FIFO-DSP-Processing in again.cpp:

In der eigentlichen Signalverarbeitungsroutine, der Methode processDoubleReplacing (oder processFloatReplacing) erkennt man im Beispielcode das samplebasierte Abarbeiten eines Sample-Blocks für das erste Biquad des linken Kanals. Für jedes Sample erfolgt zunächst die Berechnung der Differenzengleichung, danach die Aktualisierung der Zwischenspeicher und zum Schluss die Verstärkung.

```
void AGain::processDoubleReplacing (double** inputs,
 double** outputs, VstInt32 sampleFrames)
{
//...
while (--sampleFrames >= 0)
{
 //do for left CH:
 tmpInL = (*in1++); //get sample from input FIFO
 //calc biquad in direct-form I:
 tmpOutL = + b1L[0]*tmpInL    + b1L[1]*zIn1L[1]  + b1L[2]*zIn1L[2]
           - a1L[1]*zOut1L[1] - a1L[2]*zOut1L[2];
 zIn1L[2]  = zIn1L[1];  zIn1L[1]  = tmpInL; //FIR-taps
 zOut1L[2] = zOut1L[1]; zOut1L[1] = tmpOutL; //IIR-taps
 (*out1++) = tmpOutL*Att; //apply gain and fetch to output FIFO
}
//...
}
```

Die Funktionalität des PlugIns wurde nach ausführlichem Debugging mit verschiedenen Koeffizientensätzen messtechnisch validiert, was hier undokumentiert bleibt. Es soll hier noch der Hinweis erfolgen, dass das PlugIn eher auf einfache Les- und Pflegbarkeit entwickelt wurde, weniger auf Performance bzgl. Speicherplatzbedarf und -handling, sowie Ressourcenausnutzung.

3.3.2. Messaufbauten

Verschiedene Laboraufbauten zur messtechnischen Validierung wurden realisiert. Die bei circum- und supraauralen Kopfhörern typischerweise durchgeführten Messungen mit einem ohrähnlichen Kuppler sind für den extraauralen Fall nicht sinnvoll anzuwenden. Vielmehr müssen im zu erwartenden Ohrabstand 'normale' Lautsprechermessungen 1.) angefertigt werden, aus denen der Nahfeldfrequenzgang und die Sensitivity des Lautsprechers hervorgeht. Desweitern sind die elektrische Impedanz und das nichtlineare Verhalten von Interesse. Diese Messergebnisse erlauben durch Anpassung der Entzerrungsfilter die Fertigentwicklung des BK109. In einem nächsten Schritt 2.) kann die resultierende linearisierte und nichtlinearisierte HpTF auf dem FABIAN HATS vermessen und diskutiert werden. In einer weiteren Messreihe 3.) müssen der Einfluss individueller HpTF und deren Entzerrung messtechnisch untersucht werden. Eine für diese Arbeit angefertigte Simulation 4.)

gibt Aufschluss über das akustische Impedanzverhalten. Tabelle 3.4 zeigt die Messreihen im Überblick. Als Messmethode für 1.), 2.) und 3.) kommt die Ein-Kanal-FFT Analy-

Tab. 3.4.: Messreihen

1.)	Messmikrofon ECM8000, Monkey Forest	Nahfeld-Frequenzgang
		Sensitivity
		elektrische Impedanz
		THD
2.)	FABIAN HATS und FABIAN Mess-Software	Kanalübersprechen
		HpTF
3.)	InEarMic und FABIAN Mess-Software	HpTF
4.)	BEM-Simulation	FEC

se (vgl. Kap. 21.2.5 in [Mül08]) mit deterministischem Sinussweep zum Einsatz. Für 1.) wurde dabei das Messsystem Monkey Forest [Goe06],[Goe99], für 2.) und 3.) die Matlab-Messsoftware für den FABIAN HATS [Lin06] benutzt. Im folgenden Kapitel 4 werden die Messergebnisse dokumentiert.

4. Messtechnische Validierung des BK109

In diesem Kapitel erfolgt zunächst die Dokumentation der Messungen zur technischen Fertigentwicklung des BK109 als Ohr-Lautsprecher. Dafür wurden übliche Lautsprechermessungen zur elektrischen Impedanz und Nahfeldfrequenzgänge in Arbeitsposition angefertigt. Daraus kann das Systemverhalten ermittelt und mittels IIR-Entzerrung linearisiert werden.
Der so auf das Messmikrofon in Referenzabstand von 5cm linear entzerrte Kopfhörer wird auf nichtlineare Verzerrungen und Sensitivity überprüft und danach bzgl. des Verhaltens bei binauraler Wiedergabe auf dem FABIAN HATS untersucht. Die hier resultierenden HpTF und deren Variabilität, sowie das Kanalübersprechen sind vor allem von Interesse. Anschließende Messergebnisse dokumentierten die Güte der FIR-Linearisierung der FABIAN HATS HpTF. Abschließend werden auf VPn gemessene und linearisierte HpTF dokumentiert. Es werden zur Übersichtlichkeit nur die Messergebnisse des linken Kopfhörer-Kanals dokumentiert. Filtereinstellungen werden für die Kanäle individuell am Ende des Kapitels angegeben.

4.1. Nahfeld-Frequenzgang ohne IIR-EQ & Gehäusefüllung

Da vom verwendeten Treiber keine exakten Thiele-Small Parameter vorliegen (siehe vorheriges Kapitel) können Messergebnisse mit diesen nicht zuverlässig vorhergesagt werden. Das resultierende Systemverhalten wurde daher empirisch ermittelt. Abb. 4.1 zeigt die mit Monkey Forest gemessenen 1/6-Oktav-geglätteten, gefensterten Amplitudenfrequenzgänge des nicht entzerrten, unbefüllten, fertig montierten Prototypen. Gemessen wurde mit einem kompensierten Behringer ECM8000 im Laborraum E-N105/106 in den Abständen 4, 5 und 6 cm jeweils auf Achse und außerhalb der Mittelachse. Die Frequenzgänge wurden auf gleiche Durchlassverstärkung bei 100 Hz normiert. Man erkennt die für geschlossene Lautsprechergehäuse typische Hochpassflanke von 12 dB/Oktave. Desweiteren ist bei 463 Hz ein Einbruch zu erkennen, der auf destruktive Interferenzen in Kombination mit der Gehäuseabmessung zurückzuführen ist. Unterhalb von 1 kHz sind bis zu 0.4 dB Abweichungen zwischen den Einzelmessungen zu beobachten, die bis 8 kHz wegen der einsetzenden Richtwirkung des Treibers auf bis zu 2 dB und oberhalb 8 kHz auf bis zu 5 dB ansteigen. Zwischen 14 - 15 kHz ist eine destruktive Partialschwingung, bei 19 kHz eine konstruktive Partialschwingung zu beobachten. Die Amplitudenüberhöhung zwischen 3-8 kHz ist

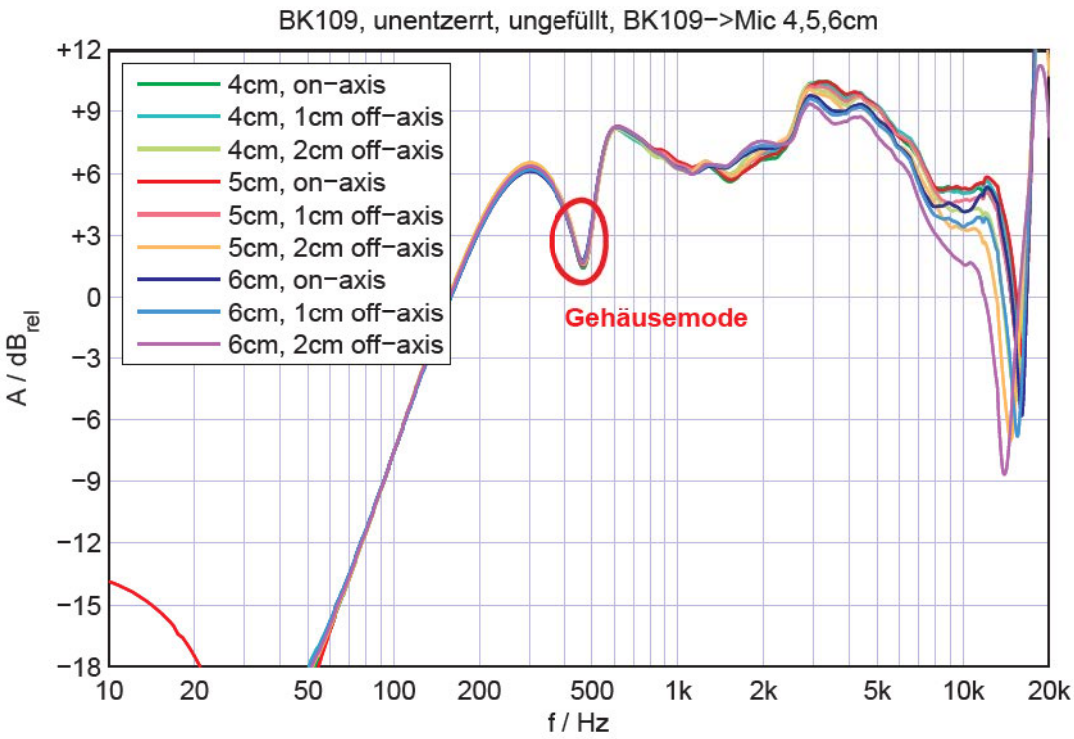

Abb. 4.1.: BK109, Nahfeld-Frequenzgang, roh

wegen $k\,a > 1$ auf den nicht vollständig kompensierten Baffle Step[1] zurückzuführen. Der Prototyp wurde mit Polyesterwolle [2] vollständig ausgefüllt, um die Gehäuseresonanz zu bedämpfen.

4.2. Elektrische Impedanz mit Gehäusefüllung

Eine elektrische Impedanzmessung mit Monkey Forest gibt Aufschluss über das Systemverhalten des befüllten, aber unentzerrten Prototypen. In Abb. 4.2 ist der Impedanzverlauf über die Frequenz dargestellt. Man erkennt einen stark bedämpften, aber sonst unkritischen und typischen Verlauf der Impedanz des geschlossenen Lautsprechergehäuses. Ebenfalls können ein Gleichstromwiderstand R_E =3.234 Ω und eine Systemresonanzfrequenz f_c =237.2 Hz bei einem Impedanzmaximum von 9.515 Ω herausgelesen werden. Mit [Sma72] (Abschnitt 6, S. 806, linke Spalte mittig) kann mit den zwei ermittelten Grenzfrequenzen $f_1 = 123.1$ Hz und $f_2 = 389.1$ Hz eine stark bedämpfte Systempolgüte von $Q_{TC0} = 0.52$ errechnet werden. An dieser Stelle wäre empirisch ein bestmöglicher Kompromiss zwischen Menge des Dämpfungsmaterials, Dämpfung der Gehäuseresonanz und Systempolgüte herauszuarbeiten, um die Polgüte zu vergrößern. Dies wurde jedoch

[1] Simulation mit http://micka.de/org/bafflestep.php
[2] http://www.thomann.de/de/visaton_daempfungsmaterial.htm

unterlassen, da die Befüllung des Gehäuses sehr umständlich durch die kleine Treiberschalenöffnung erfolgen musste und einmal appliziertes Material sehr langwierig und schwierig zu entfernen war.

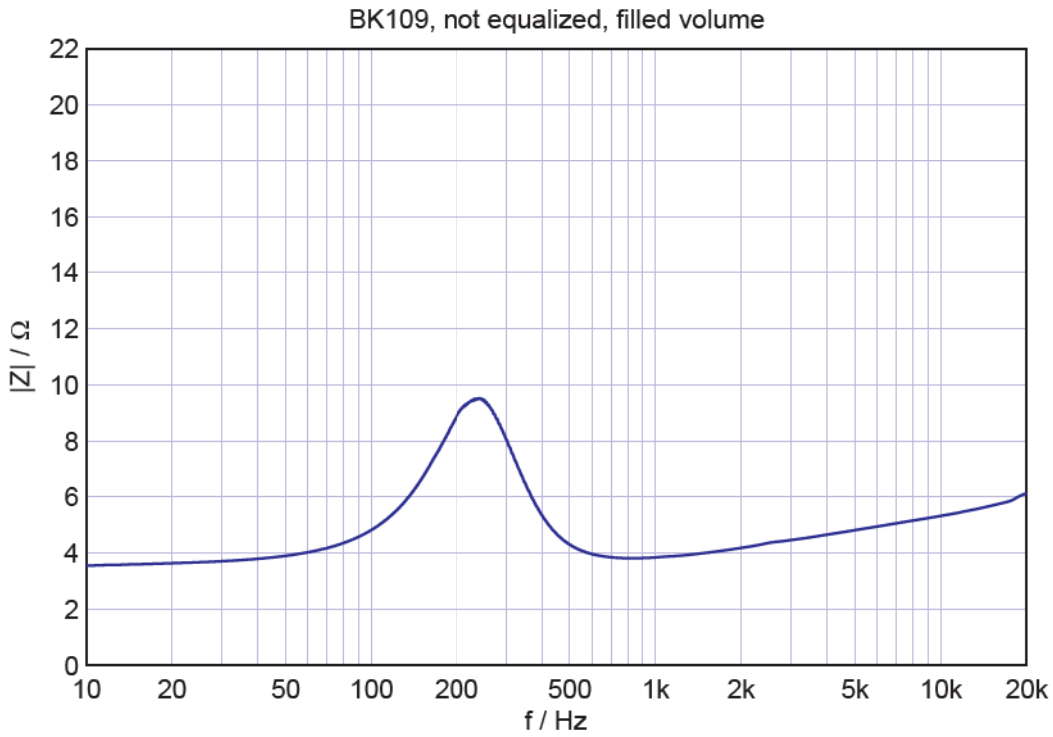

Abb. 4.2.: BK109, elektrische Impedanz, gefüllt

4.3. Nahfeld-Frequenzgang mit IIR-EQ & Gehäusefüllung, Sensitivity

Das befüllte Gehäuse wurde einer weiteren Nahfeldfrequenzgangsmessung mit dem gleichen Messaufbau wie in Kap. 4.1 unterworfen, Messabstand 5 cm on-axis. Daraus folgte bei der Resonanzfrequenz $f_c = 237$ Hz eine Systemgüte $Q_{TC0} = 0.55$, wenn man die Messung mit einem entsprechend idealen Hochpassfilterverlauf verglich. Zur weiteren Kompensation des Bafflesteps wird ein PEQ Typ II mit $f_m = 3600$ Hz, $G =$ -2.8 dB, $Q_{\mathrm{BP}} = 1.5$ (vgl. Kap. 2.2) eingesetzt. Außerdem hebt ein High-Shelve Typ I die hohen Frequenzen ab der Grenzfrequenz $f_c = 8000$ Hz um $G = +2.3$ dB leicht an ($Q_p = Q_z = 1/\sqrt{2}$). Mit der in Kap. 2.2.2 beschriebenen Entzerrung wurde das Systemverhalten der geschlossenen Lautsprecherbox auf 50 Hz mit Butterworth-Charakteristik 4. Ordnung abgestimmt. Theoretische und gemessene Frequenzgänge sind in Abb. 4.3 dargestellt. In Rot ist der theoretische Verlauf für den nicht entzerrten Fall zu sehen, in Hellrot der gemessene Frequenzgang mit PEQ und High-Shelve-Filter aber ohne Low Frequency Enhancement-Filter. Blau stellt den zu erwartenden Butterworth 4. Ordnung Verlauf dar, hellblau den gemessenen Frequenzgang des

vollständig IIR-entzerrten Treibers. Die gestrichelten schwarzen Kurven zeigen die beiden Biquads, die als schwarze durchgehende Kurve das Low Frequency Enhancement-Filter realisieren. Es sei daran erinnert, dass die IIR-Filter von dem in Kap. 3.3.1 vorgestellten VST-PlugIn in Echtzeit gerechnet werden. Die Filterkoeffizienten wurden nach Kap. 2.2 und 2.2.2 mit Matlab-Skripten berechnet und „hart“ für jeden Kanal individuell in das VST-PlugIn kompiliert. Man erkennt für die neue Systemresonanzfrequenz 50 Hz eine maximale Anhebung von ca. 24 dB und eine Erweiterung des tiefen Frequenzbereiches um mehr als 2 Oktaven. Der resultierende Amplitudenfrequenzgang weist eine Variabilität

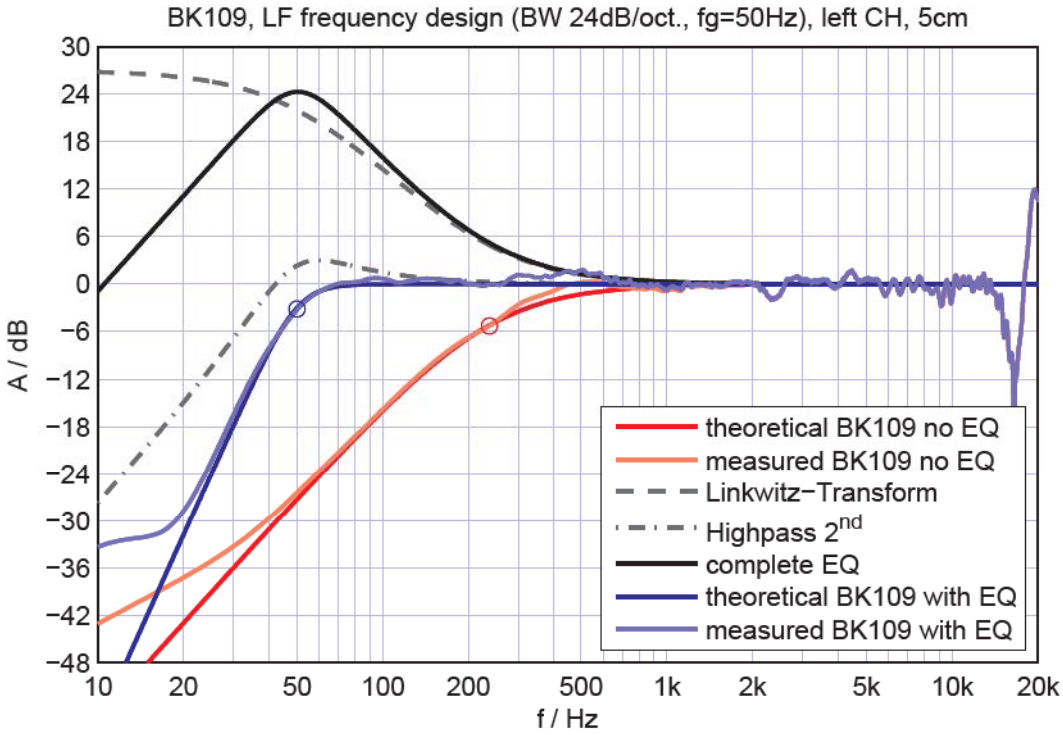

Abb. 4.3.: BK109, Nahfeld-Frequenzgang, IIR-entzerrt

von ± 2 dB zwischen 54 Hz und 14.3 kHz auf. In Abb. 4.4 ist die Sensitivity, d.h. der zu messende Schalldruck für 1 m Messentfernung und 1 W elektrische Leistung für beide Kopfhörerkanäle dargestellt. Man erkennt, dass die Datenblattangabe des P830970 mit 82.7 dB SPL@1W,1m ± 1 dB im Mittel gut mit den Messungen übereinstimmt. Lediglich der Bereich um 500 Hz fällt etwas aus diesem Toleranzschlauch und hätte mit einem zusätzlichen IIR-Filter besser linearisiert werden können.

4.4. Nichtlineare Verzerrungen

Als Maß für nichtlineare Verzerrungen wurde der Klirrfaktor (THD) mit Monkey Forest gemessen, wiederum im Quasifreifeld (Nahfeldmessung mit Fensterung) für den Referenzabstand 5 cm und on-axis zur Membran. Das verwendete Messmikrofon Behringer ECM

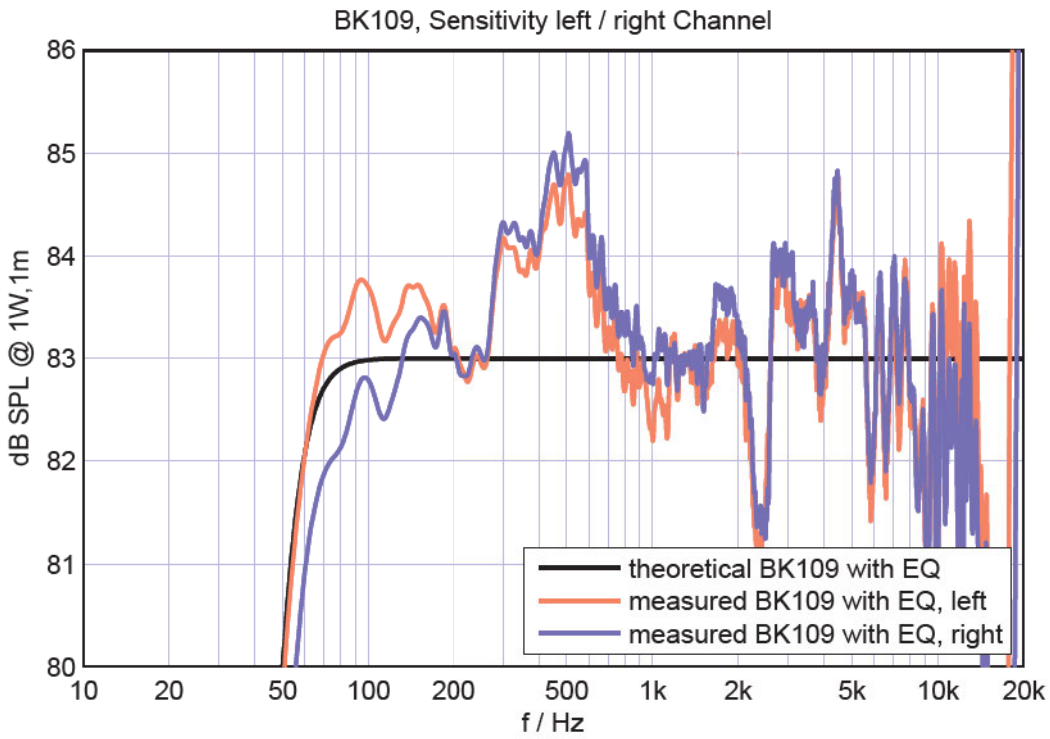

Abb. 4.4.: BK109, Lautsprecher-Sensitivity, IIR-entzerrt

8000 weist nach [Mül09] (S.86, Grafik mittig) bei 90-100 dB SPL von 2 kHz einen THD von ca. -50 dB auf, wobei bei diesem Schalldruckpegel die 2. Harmonische deutlich dominant die Nichtlinearität bestimmt. Der THD wurde bei – für monofrequente Anregung geltenden – Schalldruckpegeln 77, 83, 89 und 95 dB über die Frequenz vermessen und ist in Abb. 4.5 dargestellt. „Wegen kleiner Membranauslenkungen und relativ geringer elektrischer Leistung, die benötigt wird, ist der THD für Frequenzen oberhalb 200 Hz nahezu unabhängig vom Schalldruckpegel. Oberhalb 300 Hz bleibt der THD unter -40 dB (d.h. $< 1\%$). Wegen der großen Anhebung tiefer Frequenzen steigt der THD stark zu tieferen Frequenzen an.“ [Sch11]. Die THD-Pegel-Zunahme ist dabei annähernd linear proportional zur Schalldruckpegelzunahme (d.h. $f(x) = x + n$). Die Messergebnisse für kleine THD (<-50 dB) scheinen plausible Werte nur des Lautsprechers zu sein, weil anzunehmen ist, dass das Behringer-Mikrofon zu höheren Frequenzen einen geringeren THD aufweist, als die oben angegebenen -50 dB nach [Mül09]. Es sei angemerkt, dass eine Ansteuerung mit praxistauglicheren Signalen hohen Crestfaktors u. U. problematisch höhere Auslenkungen und damit auch höhere Nichtlinearitäten mit sich bringen, als bei den hier verwendeten monofrequenten Sinus-Stepsignalen. Für einen SPL von 83 dB mit 12 dB Crestfaktor im Signal könnte man allerdings die THD-Kurve für 95 dB SPL als Peakbelastung für die Membranauslenkung und damit resultierender Nichtlinearität heranziehen. Diese Kurve erscheint zumindest oberhalb 100 Hz wegen THD $<$ -20 dB als tolerabel.

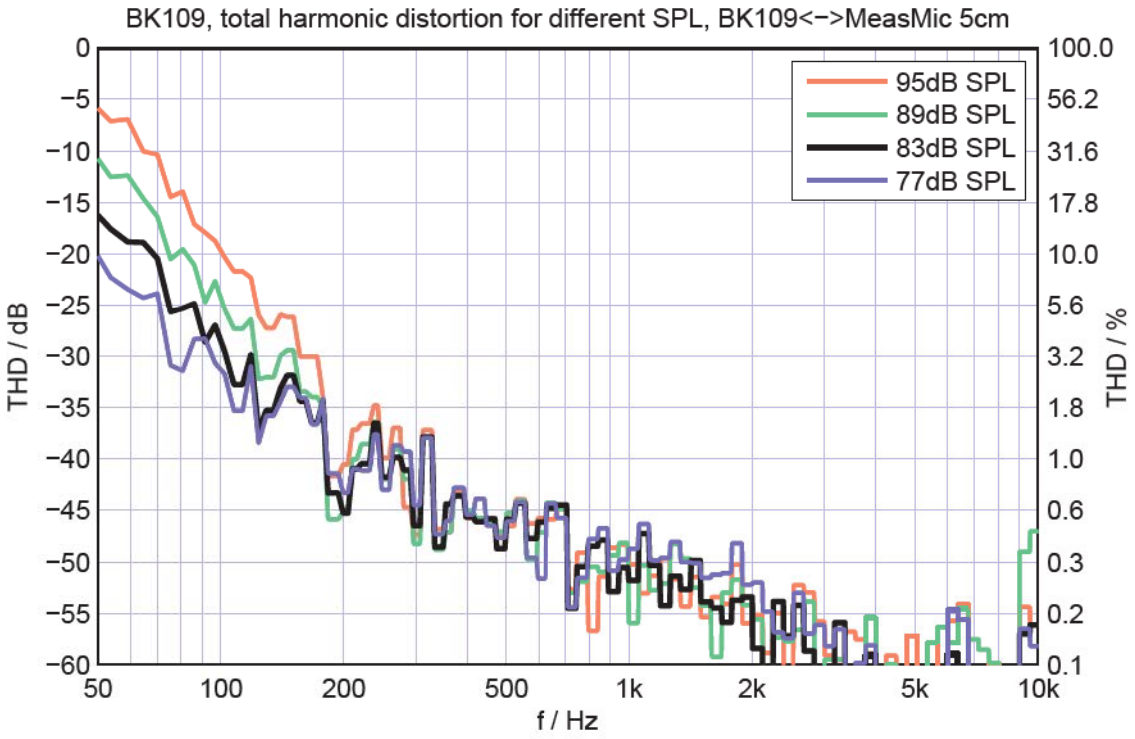

Abb. 4.5.: BK109, THD für verschiedene SPL über die Frequenz

4.5. Kanalübersprechen

Nach Tab. 3.4 werden nun die im Punkt 2.) aufgeführten, folgenden Messungen dokumentiert. Diese wurden mit dem FABIAN HATS und zugehöriger Matlab-Messsoftware durchgeführt. Der Kopfhörer wurde auf einer Schaumstoffunterlage mit einem Spanngurt fest und symmetrisch auf dem KK montiert, siehe Abb. 4.6. Zunächst wurde das Grund-

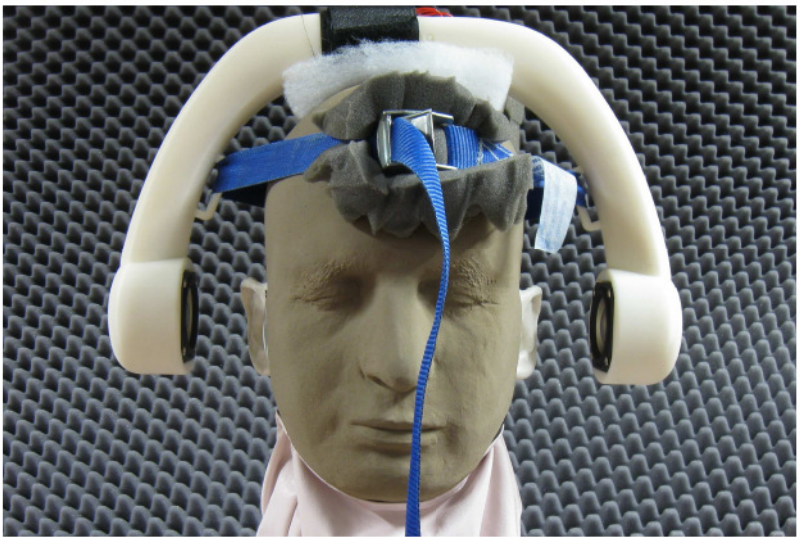

Abb. 4.6.: FABIAN HATS mit provisorisch montiertem BK109

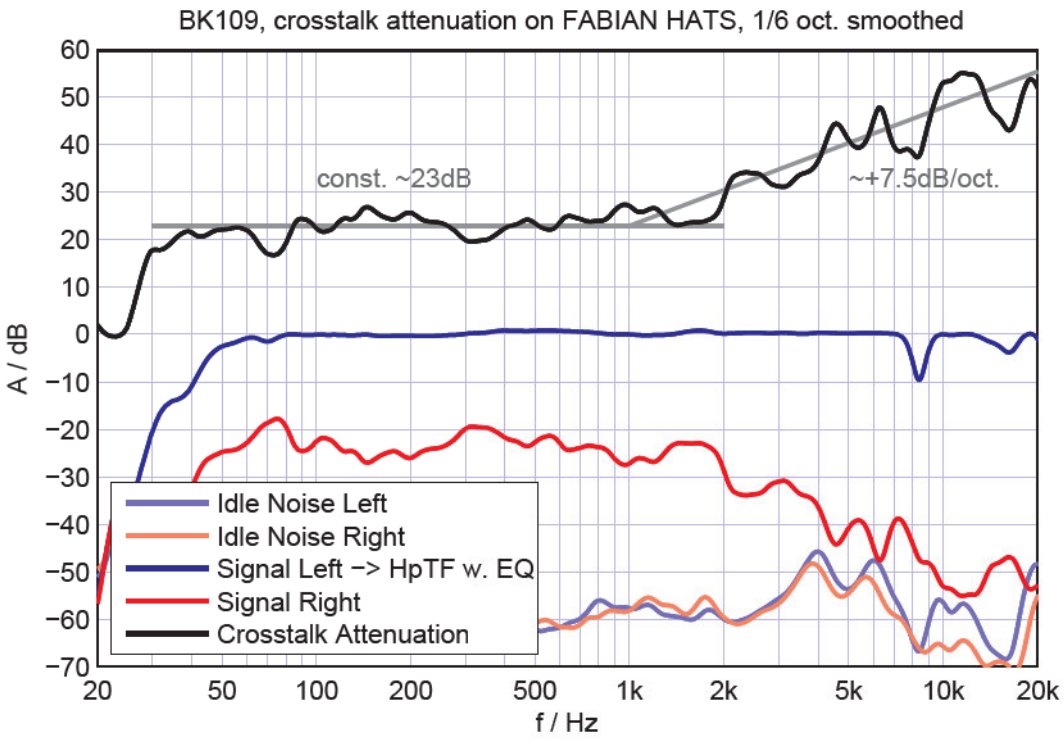

Abb. 4.7.: BK109, Kanalübersprechen

rauschen der Messkette für beide Kanäle gemessen. Danach wurden beide Mikrofonkanäle aufgenommen, während nur jeweils einer der beiden Kopfhörerkanäle angesteuert wurde. Daraus lässt sich das Kanalübersprechen als Dämpfung zwischen inaktiven und aktivem Kanal berechnen. Abb. 4.7 zeigt die verschiedenen Messungen für den Fall, dass der linke Lautsprecherkanal als aktiver in das rechte Ohrmikrofon überspricht. Jeweils hell in Rot und Blau ist das Hintergrundrauschen dargestellt. Der Amplitudenfrequenzgang des linken Kanals ist in Blau skizziert[3], während das Übersprechsignal im rechten Kanal als rote Kurve ausgeführt ist. Man erkennt, dass das Hintergrundrauschen pegelmäßig unterhalb des Übersprechsignals liegt. In Schwarz ist die resultierende Übersprechdämpfung als Pegeldifferenz zwischen der blauen und roten Kurve zu erkennen. Frequenzen unterhalb von 2 kHz weisen eine nahezu frequenzunabhängige Dämpfung um ca. 23 dB auf. Oberhalb von 2 kHz nimmt die Dämpfung um ca. 7.5 dB/Oktave zu und erreicht oberhalb von 5 kHz unbedenkliche Werte > 40 dB. Dies ist zurückzuführen auf die zunehmende Abschattung der Wellen durch den Kunstkopf.

4.6. Intraindividuelle HpTF-Variabilität

Es wurden nun verschiedene HpTF des BK109 auf dem FABIAN HATS gemessen, diese entsprechen im Folgenden genauer der Messvorschrift für $\mathrm{HpTF}(\omega)_{\mathrm{Mess}}$ nach Glg. (2.108).

[3]hier wurde die HpTF schon mit FIR linearisiert

Die Diskussionen zu allen folgenden Messungen wurden vom Autor bereits in [Sch11] geführt und daher sinngerecht übernommen.

HpTF ohne FIR-Entzerrung

Zunächst erfolgte eine Messreihe, bei der der Kopfhörer 10-mal auf den Kunstkopf gesetzt und möglichst genau repositioniert wurde. Für jede der 10 Positionen wurde die HpTF des IIR-entzerrten BK109 gemessen. Abb. 4.8 zeigt die nicht geglätteten Frequenzgänge für das linke Ohr, in Schwarz die einzelnen HpTF, in Rot das Betragsmittel. Zusätzlich ist in Blau die HRTF für lateralen Schalleinfall orthogonal zur Ohreingangsebene dargestellt. Man er-

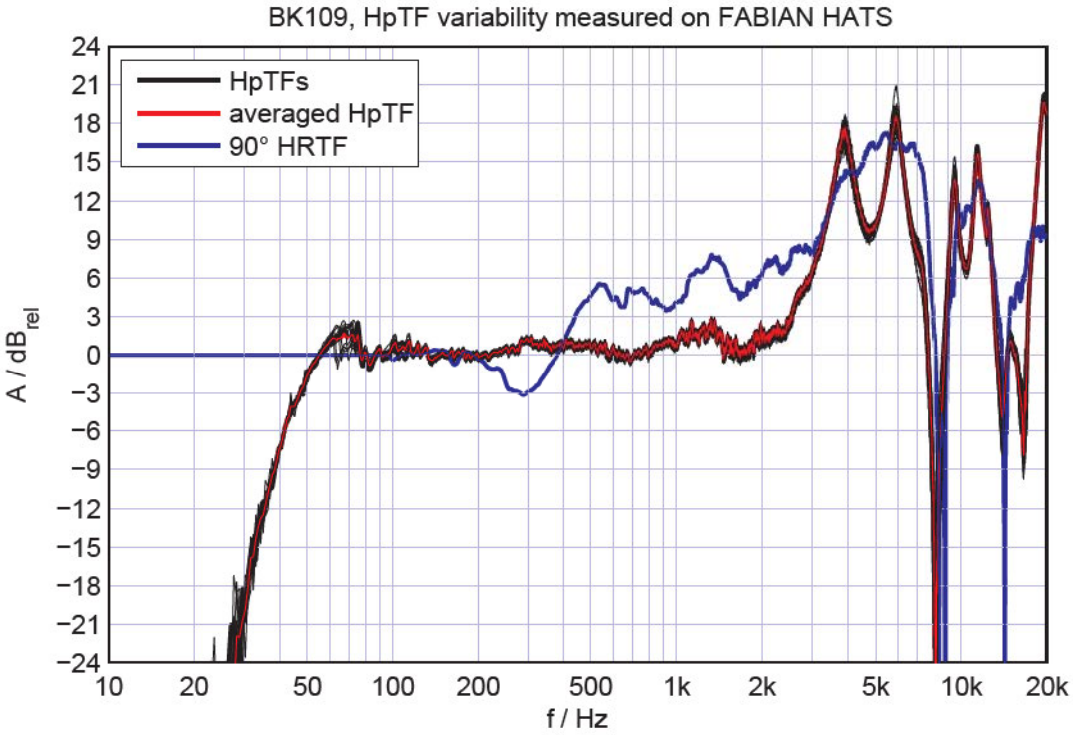

Abb. 4.8.: BK109, HpTF von FABIAN ohne FIR-Entzerrung

kennt, dass der gewünschte IIR-entzerrte Nahfeldfrequenzgang (blau in Abb. 4.3) bis ca. 2 kHz gut eingehalten wird. Die Flanke des 50 Hz-Butterworth-Hochpass 4. Ordnung wird mit einer Aufsetzvariabilität von ± 1 dB eingehalten. Um 70 Hz kommt es zu größeren Abweichungen vom Mittel von ± 1.5 dB. Im höheren Frequenzbereich bis 2 kHz wird ein fast linearer Frequenzgang erreicht. Die Variabilität bedingt durch unterschiedliche Sitzpositionen beträgt ± 1.5 dB. Für Frequenzen oberhalb 2 kHz müssen zwei Phänomene diskutiert werden. Zum Einen erkennt man in Hinblick auf die blau eingezeichnete HRTF des FABIAN HATS, dass die HpTF über typische Frequenzgangsanteile einer lateralen Nahfeld-HRTF verfügt, vgl. Abb. 9 in [Møl95c]. Dies erkennt man am charakteristischen Anstieg der Amplitude ab 2 kHz, besonders deutlich zwischen 3-6 kHz. Die Notches bei 8

und 14 kHz resultieren typischerweise von Resonanzen bedingt durch die Pinna. Zum anderen können bedingt durch den Kopfhörer Stehwellenausprägungen bei 4, 6, 9, 11 kHz mit konstruktiver Interferenz und bei 5 und 10 kHz mit destruktiver Interferenz am Ohrmikrofon beobachtet werden. Dies ist auf die Wellenausbreitung in einer parallelen Anordnung zurückzuführen, die zwischen schallharter Membran und schallhartem Gehäuse und mehr oder weniger schallhartem Kunstkopf stehende Wellen erzeugt. Die Frequenzen der Peaks und Notches entsprechen daher auch dem Abstand zwischen Membran und Mikrofoneingang von ungefähr 5 cm. Die Aufsetzvariabilität für den hochfrequenten Bereich bleibt jedoch erfreulicherweise gering mit ± 1.5 dB Abweichung vom Mittel. Nur im Bereich der 6 kHz-Resonanz sind lokale Extrema von ± 6 dB zu verzeichnen.

HpTF-Inversion

Die aus allen Aufsetzpositionen hervorgehende komplex gemittelte HpTF wurde mit dem in Kap. 2.2.3 vorgestellten Verfahren [Nor06] invertiert. Dabei wurde der linearphasige Zielfrequenzgang eines Bandpasses vorgegeben. Als Hochpasscharakteristik wurde das gewünschte Verhalten Butterworth 4. Ordnung bei 50 Hz realisiert, während die Tiefpassflanke aus einer Kaiser-Bessel gefensterten idealen Tiefpassimpulsantwort bei 21 kHz mit 60 dB Stopbanddämpfung hervorging. In Zukunft sollte ein Tiefpassfilter bei 16 kHz angesetzt werden, um die Membranpartialschwingungen nicht mit zu entzerren. Das axialsymmetrische FIR-Inversionsfilter wurde auf die für Bandpässe geeignete ungerade Filterordnung N=4095 festgelegt (FIR-Filter Typ II, Kap. 5.7.3 in [Opp04]). Dies ermöglicht eine ausreichende Filterauflösung von ca. 10 Hz auch für die tiefsten Frequenzen. Als Regularisierungsfilter kam ein High-Shelve-Filter 2. Ordnung Typ III mit $f_c = 4000$ Hz und Verstärkung $G = +15$ dB mit DC-Gain von -20 dB zum Einsatz.

HpTF mit FIR-Entzerrung

Das FIR-Inversionsfilter wurde mittels VST-PlugIn keFIR v1.3 in den Signalweg integriert. Es wurden wieder 10 HpTF-Messungen mit verschiedenen, aber möglichst genau reproduzierten Aufsetzpositionen realisiert. Die Frequenzgänge sind in Abb. 4.9 dargestellt, in Schwarz wieder ungeglättete Einzelmessungen, in Rot das Betragsmittel. Der gewünschte lineare Nahfeldfrequenzgang des Kopfhörers bildet sich bis 3 kHz sehr gut ab, die Aufsetzvariabilität bewegt sich im Mittel in einem ± 1 dB Bereich, um 70 Hz sind wieder größere Aufsetzvariabilitäten bis zu ± 2 dB zu beobachten. Der regularisierte LMS-Algorithmus lässt hochresonante Notches bei der Inversion außer Acht, was die perzeptiv störenden Klingelartefakte vermeidet. Jedoch werden Notches mittlerer Güte entzerrt, was hier im Mittel zu einer Aufsetzvariabilität von ± 2.5 dB und selten mehr führt. Schlussendlich ist die betragsgemittelte, FIR-bearbeitete HpTF mit -1 dB/+0.6 dB Abweichung linear im Frequenzbereich 60-6000 Hz. Durch eine individuell angepasste Regularisierung ließe sich die Linearisierung für die höchsten Frequenzen verbessern.

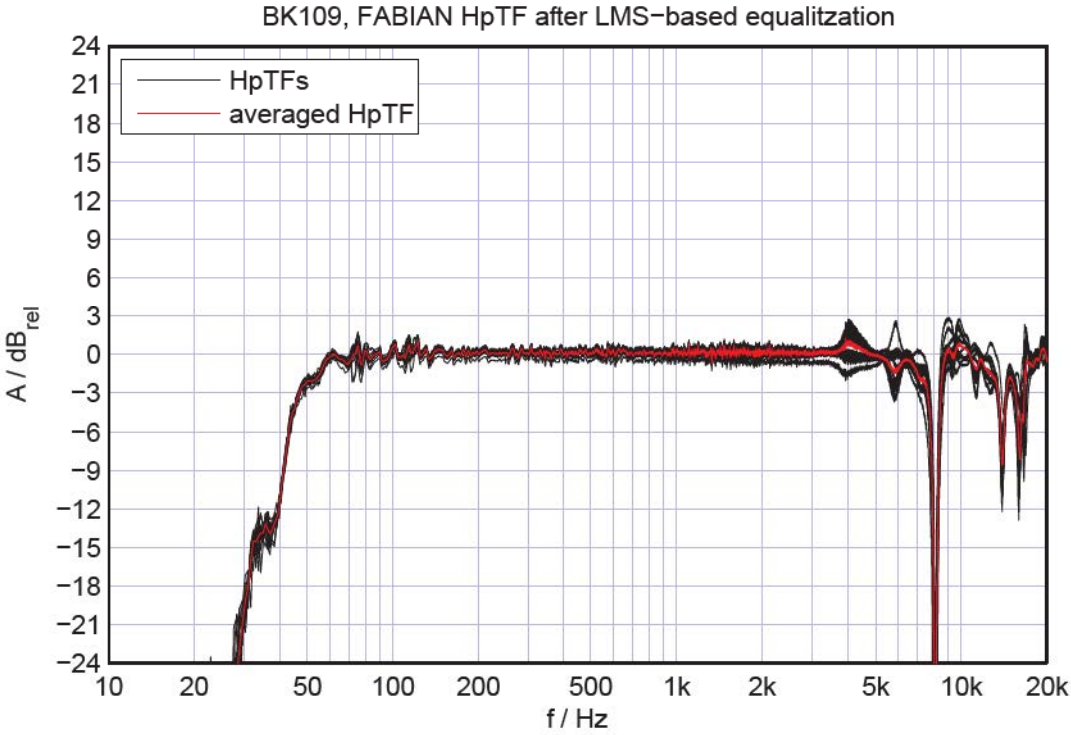

Abb. 4.9.: BK109, HpTF von FABIAN mit FIR-Linearisierung

4.7. Interindividuelle HpTF-Variabilität

Um die HpTF-Variabilität und Güte der HpTF-Entzerrung für unterschiedliche Köpfe und damit unterschiedliche Nahfeld-HRTF zu untersuchen, wurden mit sechs Versuchspersonen Messungen durchgeführt, siehe Abb. 4.10. Dabei wurden den VPn Silikon Otoplasti-

Abb. 4.10.: 3 von 6 Versuchspersonen mit BK109 für HpTF-Messungen

ken [Bri10] appliziert, die hochakkurate BRIR-, HRIR- oder eben auch HpTF-Messungen ermöglichen. Jeweils eine HpTF mit dem generisch IIR-entzerrten und eine HpTF mit dem individuell FIR-entzerrten Kopfhörer wurde realisiert. Das für jede VP individuelle FIR-Inversionsfilter wurde dabei mit oben beschriebenem LMS-Algorithmus gleicher Parametrik aus ersterer HpTF-Messung erzeugt. Zwischen beiden Messungen blieb die

Aufsetzposition konstant. Die 1/6-oktavgemittelten Frequenzgänge sind in Abb. 4.11 dokumentiert. Mit je 20 dB Versatz pro VP sind in Rot die nicht entzerrten HpTF und in Blau die linearisierten HpTF dargestellt. Oberhalb 2 kHz unterscheiden sich die nicht entzerrten HpTF deutlich, weil sich individuelle Nahfeld-HRTF in den HpTF wiederfinden und im hochfrequenten Bereich am meisten bemerkbar macht. Sehr anschaulich ist die bei ca. 8 kHz auftretende Pinna-Resonanz, die sich bei den VPn in unterschiedlicher Güte und Frequenz ausprägt. Desweiteren sind durch den unterschiedlichen effektiven Ab-

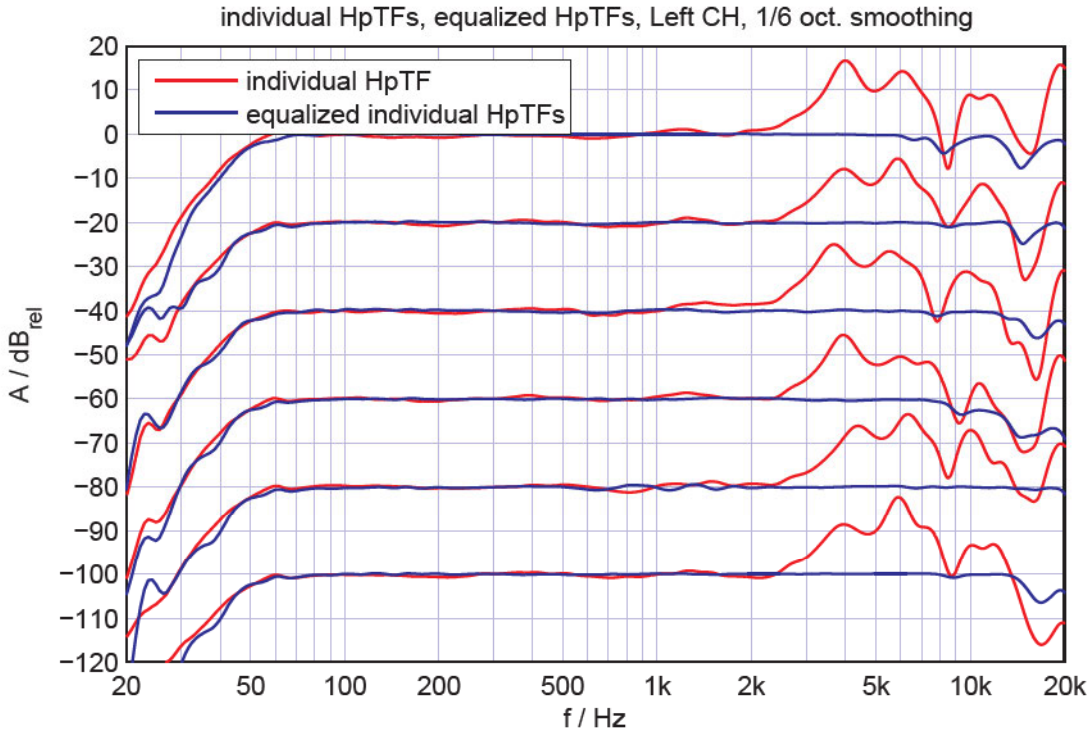

Abb. 4.11.: BK109, HpTF von VPn ohne und mit FIR-Entzerrung

stand der Lautsprechermembran zu den Ohren der VPn die Stehwellenresonanzen bei ca. 4 und 6 kHz an individuellen Frequenzen zu suchen. Die HpTF des FIR-entzerrten KH sind bei allen VPn linear mit ± 0.6 dB von 70-7000 Hz. Die Hochpassflanke wird gut reproduziert. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen der HpTF-Messungen auf dem FABIAN HATS. Oberhalb 7 kHz ist die Linearisierungsgüte stark abhängig von den Parametern der High-Shelve-Regularisierung. Abb. 4.12 visualisiert die FIR-entzerrten HpTF aus Abb. 4.11 in einer größeren Ordinatenauflösung. Dabei erkennt man, dass in Einzelfällen (schwarze Kurve, -80dB), bei denen das Regularisierungsfilter optimal funktioniert, eine Linearisierung von 70 Hz bis 15.5 kHz mit ± 0.6 dB Abweichungen möglich wird. Oberhalb 15-16 kHz sollte der verwendete Treiber wegen seiner Partialmoden nicht entzerrt werden.

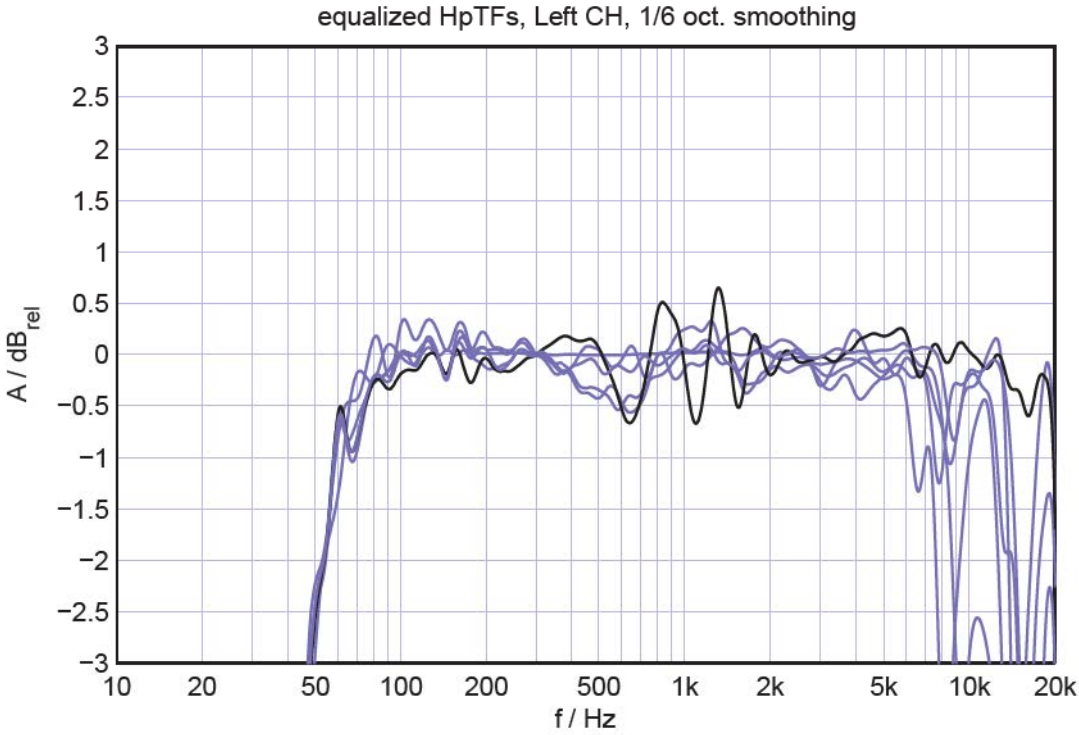

Abb. 4.12.: BK109, HpTF von VPn mit FIR-Entzerrung, Zoom aus Abb. 4.11

4.8. „Free air equivalent coupling“ (FEC)

Die akustische Belastung des Ohres durch den Kopfhörer kann mit den in Kap. 2.3.3 und 2.3.4 vorgestellten Verfahren messtechnisch bestimmt werden. Ein ideal für Binauralsynthese geeigneter Kopfhörer sollte keine akustische Last für das Ohr darstellen, d.h. der Ohreingang 'sieht' die Freifeldimpedanz Z_0. Da auf beide Messverfahren kein unmittelbarer Zugriff bestand, wurde eine BEM-Simulation angefertigt, aus der die Ergebnisse ähnlich des PDR [Møl95a] und ξ_{HP} [Vor00a] aufbereitet werden können. Für die Simu-

Abb. 4.13.: Pinna des HATS (ITA, RWTH Aachen)

lation wurde ein CAD-Modell des Kunstkopfes und des Torso des ITA, RWTH Aachen benutzt (siehe Abb. 4.14). Dieses Modell und das CAD-Modell des Kopfhörers, wurden in ein Mesh-Grid zur Diskretisierung in Oberflächenteilstücke überführt. Das Gehäuse des BK109 und der KK samt Torso wurden mit schallharter Impedanz modelliert (vgl. $\underline{r} = 0.97$

für menschliche Haut bis 6 kHz aus Kap. IV.A in [Kat00]). Die akustische Impedanz der Lautsprechermembran wurde für den Fall eines kurzgeschlossenen Lautsprechers aus den Thiele-Small Parametern des verwendeten Peerless-Treibers berechnet. Dies entspricht für Endstufen dem praxisnahen Fall einer Spannungsquelle mit sehr niedriger Eingangsimpedanz. Wenn man nun am Ohrkanaleingang 'heraushört' kann die spezifische Strahlungsimpedanz der Ohrkanaleingangsquelle bestimmt werden. Dazu wurde eine Membran am Ohrkanaleingang modelliert (Abb. 4.13) und mit konphasem Schnelleverlauf belegt. Mit BEM (Kap. 2.1.4) kann nun der Schalldruck an jedem beliebigen Punkt für ein äußeres Problem errechnet werden. Mit dem resultierenden Schalldruck direkt vor bzw. auf der Ohrkanaleingangsmembran und der vorgegebenen Schnelle lässt sich die gesuchte Impedanz errechnen. Dabei wurde nur die Fundamentalmode berücksichtigt. Es wurden zwei BEM-Simulationen angefertigt. Bei der Simulation ohne Kopfhörer 'sieht' das Ohr das Freifeld, zweitere Messung mit dem Kopfhörer auf dem KK belastet das Ohr akustisch zusätzlich. Als Ergebnisse erhält man die Impedanzen Z_{Pinna} (ohne BK109) und Z_{BK109} (mit BK109). Die Simulationen wurden von Dr.-Ing. M. Makarski durchgeführt. Vor der Ergeb-

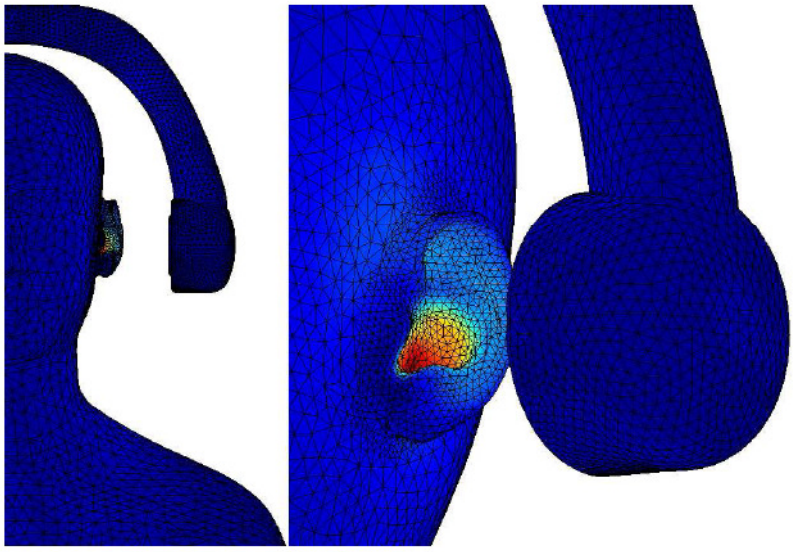

Abb. 4.14.: BEM-Mesh-Grid mit Potentialverlauf bei 6 kHz

nisdiskussion sollen hier die Einschränkungen der Simulation, sowie die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu den Messverfahren erläutert werden. Als Aufpunkt für die Impedanzmessung ξ_{HP} wird der Beginn des Ohrkanals referenziert: „...the termination of the tube being the ear reference point near *cavum conchae*...“ (S. 2082, rechts unten, [Vor00a]). Die Messungen am geblockten Ohrkanal für die PDR finden am gleichen Referenzaufpunkt statt, was „The end of the earplug and the microphone were mounted flush with the ear canal entrance.“ (S. 205, links unten [Møl95a]) nahelegt. Für den ungeblockten Ohrkanal muss dies ebenfalls bestmöglich versucht werden. Demnach stimmt die Simulation hier bezüglich des Messpunktes der Impedanz mit beiden Messverfahren überein. Die Messung von ξ_{HP} berücksichtigt 'nur' den Absorptionsgrad der Kopfhörermechanik, elektroakustische Effekte werden nicht erfasst. Die Messungen der Übertragungsfunktionen für die PDR

erfolgen im tatsächlichen Kopfhörerbetrieb, daher wird die gesamte auf das Ohr wirkende akustische Impedanz gemessen. Die Auswirkung des Unterschiedes beider Ansätze kann nach derzeitigem Forschungsstand nicht erfasst werden. In der BEM-Simulation wurde das elektroakustische Membranverhalten, wie oben erläutert berücksichtigt. Damit sind die Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen aus den Messverfahren nur bedingt vergleichbar, jedoch zur Trendabschätzung geeignet. Der gewählte Ansatz liefert aus Simulationssicht die genauesten Ergebnisse. In Abb. 4.15 sind die Simulationsergebnisse grafisch über der

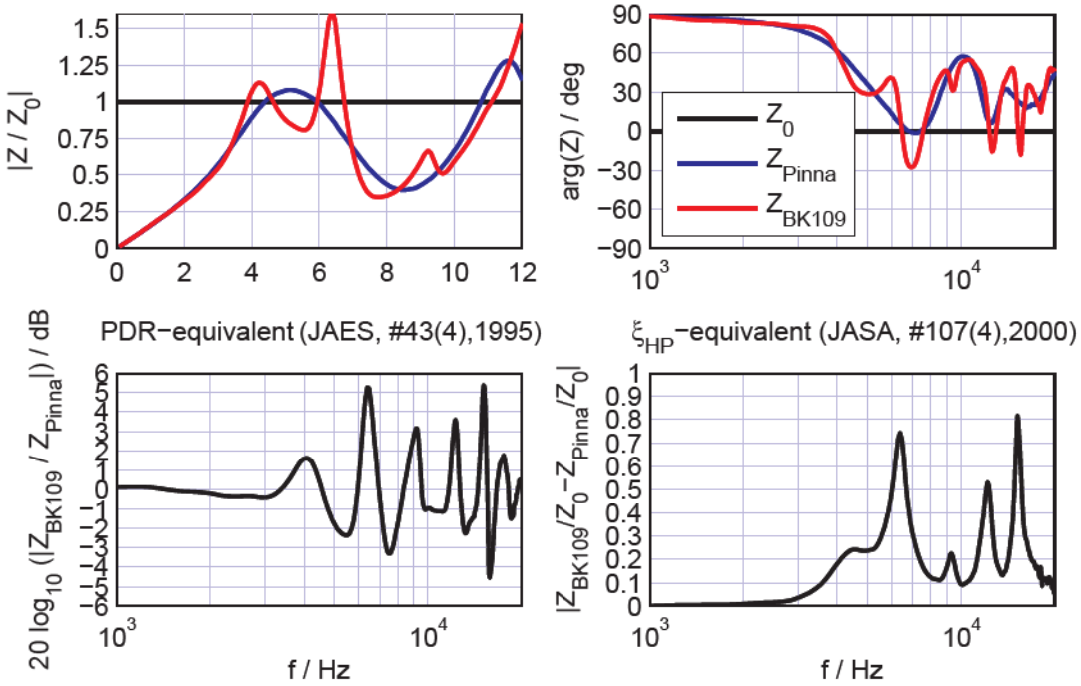

Abb. 4.15.: Ergebnisse der BEM-Simulation zum FEC-Kriterium

Frequenz aufgearbeitet. Links oben ist der Betrag der auf Z_0 normierten Impedanzen Z_{Pinna} (ohne BK109, blau) und Z_{BK109} (mit BK109, rot) dargestellt. Rechts oben sind die zugehörigen Phasenverläufe visualisiert. Die Kurven für Z_{Pinna} sind vergleichbar mit Abb. 8 in [Vor00a]. Der Impedanzbetrag steigt zu ca. 5 kHz von einer sehr kleinen Impedanz zunächst bis ungefähr zur Betragsanpassung $|Z_{\text{Pinna}}| = Z_0$ an, fällt zu höheren Frequenzen wieder ab, und steigt erneut ab ca. 10 kHz. Die Phase deutet wie auch schon der Betrag auf eine schallweiche Anpassung bei tiefen Frequenzen hin. Die Impedanz des Kopfhörers Z_{BK109} in Rot hat bis ca. 3 kHz den gleichen Verlauf in Betrag und Phase, wie Z_{Pinna}. Die Abweichungen oberhalb 3 kHz lassen sich nun am sinnvollsten in den Differenzmaßen der Messverfahren interpretieren. Die rechte untere Grafik zeigt $|\xi_{\text{HP}}|$, welches im Idealfall, d.h. keiner zusätzlichen Belastung, Null wird. Man erkennt bei ca. 6, 9, 12 und 15 kHz stark resonante Überhöhungen, welche durch die Stehwellenausprägung von Kopf-Membran-Reflexionen zurückzuführen sind. In diesen Frequenzbändern ist eine zusätzliche akustische Last bis zu $|3/4\, Z_0|$ zu beobachten. Für alle anderen Frequenzen oberhalb 3 kHz

steigt die zusätzliche akustische Last aber nicht über $|1/4\,Z_0|$. Aus Glg. (2.115) ist direkt ersichtlich, dass die PDR Auswirkungen auf die Linearität des Kompensationsfilters hat. Eine PDR von 1 bzw. von 0 dB wird daher für alle Frequenzen angestrebt. Wird die PDR nicht kompensiert, ist der Verlauf in Abb. 4.15 links, unten als Frequenzgangsverzerrung durch die Impedanzfehlanpassung des Kopfhörers zu interpretieren. Man erkennt unterhalb von 3 kHz eine Abweichung von +0.1/-0.3 dB. Oberhalb von 3 kHz werden die Abweichungen stärker, überschreiten allerdings nie ± 5.5 dB. Dieses Einzelergebnis ist vergleichbar mit individuell gemessenen PDRs von Kopfhörern (Abb. 9 in [Møl95a]), die ebenda FEC-kompatibel deklariert wurden. In Abb. 4.16 sind zur besseren Vergleichbarkeit mit Abb. 11 und 14 aus [Vor00a] die Real- und Imaginärteile der Impedanz ξ_{HP} über die Frequenz in zwei verschiedenen Achsenskalierungen aufgetragen. Dem geneigten Leser möge es zum Ende dieses Kapitels überlassen sein, eigene Vergleiche anzustellen und Schlüsse für den Frequenzbereich unter- und oberhalb von 3 kHz zu ziehen.

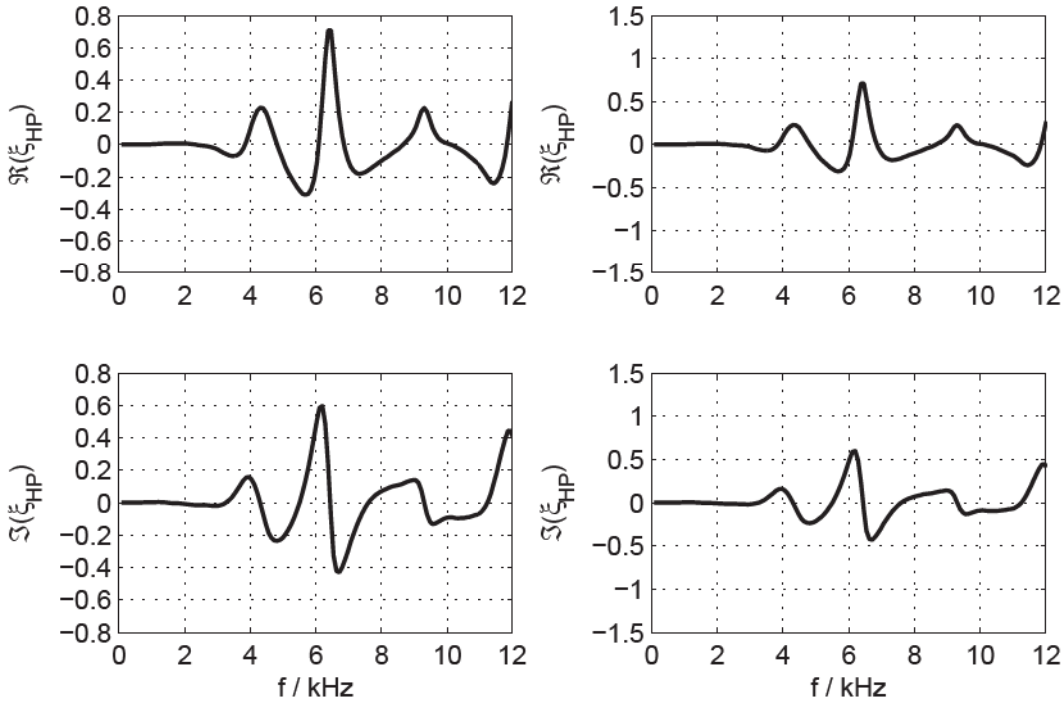

Abb. 4.16.: Real- und Imaginärteil von ξ_{HP}

5. Fazit

Für die kopfhörerbasierte Wiedergabe binauraler Signale ist eine lineare Wiedergabestrecke erforderlich. Gängige, bisher favorisierte, circumaurale Kopfhörer weisen neben einer Diffusfeldentzerrung, d.h. einer starken Abweichung vom linearen Frequenzgang zudem eine starke Frequenzgangsvariabilität bzgl. der Aufsetzposition und Passung auf. Die Linearisierung solcher HpTF erweist sich als schwierig. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit ein extraauraler Kopfhörer BK109 mit linearem Nahfeld-Frequenzgang entwickelt, der durch verbesserte individuelle HpTF-Kompensation eine optimierte Wiedergabe binauraler Signale ermöglicht.

5.1. Zusammenfassung

Der extraaurale Kopfhörer BK109 arbeitet nach dem Prinzip eines pro Kanal geschlossenen Lautsprechergehäuses unter Benutzung von Breitbandminiaturtreibern. Es erfolgte eine theoriegeleitete, sowie nach einer Bemusterung messtechnisch unterlegte Auswahl eines bestgeeigneten Lautsprechertreibers. Sodann wurde aufgrund anthropometrischer Kopfdaten ein Formfaktor für den Kopfhörer definiert und ein 3D-CAD-Modell entworfen. Von diesem Modell wurde ein Prototyp im Rapid Prototyping-Verfahren hergestellt. Mit dem fertig montierten Kopfhörer wurden zunächst typische Lautsprechermessungen durchgeführt. Der gewünschte linearisierte Nahfeldfrequenzgang wurde mit IIR-Entzerrung realisiert und hat eine maximale Abweichung von ± 2 dB zwischen 54 Hz und 14.3 kHz. Das Hochpassverhalten wurde zu Butterworth 4. Ordnung bei 50 Hz definiert. Der Klirrfaktor ist oberhalb von 200 Hz schalldruckpegelunabhängig und oberhalb von 300 Hz kleiner -40 dB. Bei tieferen Frequenzen ist ein starker Anstieg des Klirrfaktors zu beobachten, der für gemäßigte Abhörpegel vermutlich noch tolerierbar ist. Die Kanalübersprechdämpfung von 23 dB bei tiefen Frequenzen ist als ausreichend anzusehen, ab 2 kHz steigt diese Dämpfung zu höheren Frequenzen hin an und wird vernachlässigbar. Die durch verschiedene Aufsetzpositionen hervorgerufene intraindividuelle Frequenzgangsvariabilität der FIR-entzerrten HpTF wurde auf dem FABIAN HATS vermessen. Sie beträgt für die Frequenzen unterhalb 3 kHz ± 1 dB, für Frequenzen oberhalb sind durch eine nicht perfekte Kompensation Abweichungen von ± 3 dB beobachtbar. Die gemittelte FIR-bearbeitete HpTF ist mit -1 dB/+0.6 dB Abweichungen linear im Frequenzbereich 60-6000 Hz. Die durch verschiedene Kopfgrößen hervorgerufene interindividuelle Frequenzgangsvariabilität der individuell FIR-entzerrten HpTF beträgt ± 0.6 dB von 70-7000 Hz für an VPn durchgeführten Messungen.

Eine individuelle HpTF-Linearisierung von 70 Hz bis 15.5 kHz mit ± 0.6 dB Abweichungen ist bei geeigneter Wahl des Regularisierungsfilters möglich. Unterhalb von 3 kHz stellt der Kopfhörer nach Simulationsergebnissen keine zusätzliche akustische Last dar. Für Frequenzen oberhalb 3 kHz kann aufgrund der Ergebnisse, die in gleicher Größenordnung mit in der Literatur bekannten Messergebnissen liegen, darauf geschlossen werden, dass der BK109 das „free air equivalent coupling“ (FEC)-Kriterium erfüllt.
Das stärkste Argument für die Benutzung extraauraler Kopfhörer bei der binauralen Wiedergabe ist die Möglichkeit der individuellen HpTF-Messung, der Kompensation und der binauralen Wiedergabe mit ein und derselben Kopfhöreraufsetzposition in Verbindung mit einer, bei Kopfhörern bisher nicht erreichten, FIR-Linearisierung der HpTF mit ± 0.6 dB Abweichung für fast die gesamte Audiobandbreite (50 Hz - 16 kHz).

5.2. Ausblick

Nachfolgend sind aus den Erfahrungen dieser Arbeit Vorschläge zur Verbesserung des extraauralen Kopfhörers priorisiert aufgelistet.

- Entwicklung einer praxistauglichen Kopfhörerhalterung
- Reduktion mechanischer Vibration des Kopfhörergehäuses
- Entwicklung eines Gerätes für DSP und Verstärkung
- Optimierung des Gehäuses zur Verbesserung des FEC-Kriteriums mittels BEM
- Perzeptive Untersuchung zur Hörbarkeit der Nichtlinearitäten im Tiefbassbereich
- Implementierung von Active-Crosstalk-Cancellation zur Verbesserung der Kanalübersprechdämpfung
- Getrennte Untersuchung zum Einfluss der HpTF und der Nahfeld-HRTF mit BEM
- Implementierung einer generischen Diffusfeldentzerrung mittels IIR-Filter zur Wiedergabe herkömmlicher Stereosignale

Während der Drucklegung dieser Arbeit wird bereits ein weiterer Prototyp BK211 vom Autor mitentwickelt, um oben genannte Verbesserungen zu erzielen. Die beiden ersten Punkte werden im Rahmen einer Revision des CAD-Modells berücksichtigt. Für die Signalverarbeitung und Verstärkung sollen Produkte von http://www.minidsp.com/ nach messtechnischer Validierung zum Einsatz kommen. Mittels BEM-Simulationen und iterativer Modifikation des CAD-Modells könnte man einen optimalen Formfaktor für das günstigste FEC finden.Nach erneuter messtechnischer Untersuchung des neuen Prototypen verbleibt die Untersuchung inter- und intraindividueller Frequenzgangsvariabilität (HpTF entzerrt/nicht entzerrt) und der PDR an VPn. Sind diese Ergebnisse zufriedenstellend, kann eine perzeptive Evaluation erfolgen, in der das FABIAN VAE auf Plausibilität/Authentizität im Vergleich bisher bevorzugter circumauraler Kopfhörer gegen das neue extraaurale Design geprüft wird.

A. Häufig benutzte Rhino-Befehle

BlendSrf, BlockManager, Boolean2Objects, Cap, CloseCrv, CommandHistory, Connect, CurveBoolean, DeleteSubCrv, DragMode, EdgeSrf, EditPtOn, Extend, ExtractSrf, Fin, Hbar, History, HistoryReport, IncrementalSave, Insert, InsertControlPoint, InterpCrv, Intersect, IsoCurveDensity, Lasso, Loft, MakePeriodic, Mirror, Move, NetworkSrf, OffsetSrf, PlanarSrf, Points, RailRevolve, Revolve, Ribbon, Rotate, Scale, ShowEdges, Sweep1, Symmetry, SynchronizeCPlanes, SynchronizeCPlanes, SynchronizeViews, Turntable, VariableOffsetSrf, What, Z 1, ZAT, ZEA, Zoom1To1Calibrate, ZoomNaked

Abbildungsverzeichnis

1.1. Akquise und Synthese binauraler Signale 2
1.2. BK109-Designstudien vom Oktober 2009 10

2.1. KHI-Geometrie für inneres Problem nach Glg. (2.40) 18
2.2. Rayleigh-Geometrie 19
2.3. Frequenzgänge Tief- und Hochpässe 1./2. Ordnung 28
2.4. Frequenzgänge Bandpass und -stop 2. Ordnung 28
2.5. Frequenzgänge Low-/High-Shelves 1. Ordnung 29
2.6. Frequenzgänge Low-/High-Shelves 2. Ordnung 29
2.7. Frequenzgänge PEQ-Typen I, II, III 30
2.8. Allpässe 1. und 2. Ordnung 30
2.9. LFE-Filter, analoger Entzerrungsvorgang, Amplitudengänge 32
2.10. LFE-Filter, digitaler Entzerrungsvorgang, PNDs 33
2.11. Ersatzschaltbild für auf ein Ohr auftreffendes Schallfeld 34
2.12. Abstand zur Quelle wenn $k\,r \gg 1$ als Konvergenz zu Z_0 35
2.13. Abstand zur Quelle wenn $k\,r \gg 1$ als Konvergenz zu Z_0 36
2.14. Ersatzschaltbild für das Kopfhörerschallfeld 39
2.15. Kundtsches Rohr zur FEC-Messung nach [Vor00a] 42

3.1. Geometrie Rayleigh-Integral 46
3.2. Kolbenmembran in schallharter Wand, Fernfeldübergang 47
3.3. Kolbenmembran in schallharter Wand, Fernfeldbereich 48
3.4. Kolbenmembran in schallharter Wand, Schalldruckabnahme auf der Mittelachse 49
3.5. Polardiagramm 3/4-Zoll Treiber 50
3.6. Polardiagramm 1-Zoll Treiber 50
3.7. Polardiagramm 2-Zoll Treiber 51
3.8. Polardiagramm 3-Zoll Treiber 51
3.9. Polardiagramm 5-Zoll Treiber 51
3.10. Polardiagramm 12-Zoll Treiber 51
3.11. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 3/4“ Membran 53
3.12. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 1“ Membran 53
3.13. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 2“ Membran 54
3.14. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 3“ Membran 54
3.15. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 5“ Membran 55

3.16. Schallfeld in 0.05 m Abstand, 12“ Membran 55
3.17. Geometrie der Kugelkappe, Fig. 1 aus [Aar10] mit Ergänzung 57
3.18. Kolben- und Kugelkappenmembran gleicher Fläche 57
3.19. Strahlungsimpedanz für $\theta_0 = \pi/4$ und $A_{\mathrm{SphCap}} = A_{\mathrm{Piston}}$ 58
3.20. resultierende Wirkleistung 59
3.21. Vorabmessungen nach finaler Bemusterung 61
3.22. Frequenzgänge von Vorabmessungen 62
3.23. Systemverhalten des geschlossenen Lautsprechergehäuses 64
3.24. Peerless 830983: Treiberabmessungen aus [Pee07b] 65
3.25. Peerless 830983: Vergleich CAD-Modell und Foto aus [Pee07b] 65
3.26. CAD-Modell der Treibereinfassung für Peerless 830983 65
3.27. CAD-Modell der Treiberschale für Peerless 830983 66
3.28. mittlerer Kopf zur Formgebung des Gehäusebügels 67
3.29. anthropometrische Deskriptiva der Kopfbreite 68
3.30. Fehlanpassung Membranentfernung zu Kopfbreite 68
3.31. anthropometrische Deskriptiva der Ohrhöhe 69
3.32. anthropometrische Deskriptiva des transversalen Kopfbogens 70
3.33. Hilfskonstruktionen Kopfschnitt und Transversalbogen 71
3.34. Bügeldesign 71
3.35. finales CAD-Modell des BK109, links aufgeschnitten 72
3.36. Signalflussplan und Messverfahren für BK109-Validierung 73
3.37. Signalfluss VST-PlugIn IIR-Biquads 74

4.1. BK109, Nahfeld-Frequenzgang, roh 80
4.2. BK109, elektrische Impedanz, gefüllt 81
4.3. BK109, Nahfeld-Frequenzgang, IIR-entzerrt 82
4.4. BK109, Lautsprecher-Sensitivity, IIR-entzerrt 83
4.5. BK109, THD für verschiedene SPL über die Frequenz 84
4.6. FABIAN HATS mit provisorisch montiertem BK109 84
4.7. BK109, Kanalübersprechen 85
4.8. BK109, HpTF von FABIAN ohne FIR-Entzerrung 86
4.9. BK109, HpTF von FABIAN mit FIR-Linearisierung 88
4.10. 3 von 6 Versuchspersonen mit BK109 für HpTF-Messungen 88
4.11. BK109, HpTF von VPn ohne und mit FIR-Entzerrung 89
4.12. BK109, HpTF von VPn mit FIR-Entzerrung, Zoom aus Abb. 4.11 90
4.13. Pinna des HATS (ITA, RWTH Aachen) 90
4.14. BEM-Mesh-Grid mit Potentialverlauf bei 6 kHz 91
4.15. Ergebnisse der BEM-Simulation zum FEC-Kriterium 92
4.16. Real- und Imaginärteil von ξ_{HP} 93

A.1. Autor mit BK109 im Oktober 2010 111

Tabellenverzeichnis

3.1. Bemusterung von 2“-Breitband-Miniaturtreibern 60
3.2. Thiele-Small Parameter des Peerless Tymphany 830983 62
3.3. Systemeigenschaften der Lautsprecherbox 63
3.4. Messreihen 77

Literaturverzeichnis

[AA07] Al-Alaoui, M.A. (2007): "Novel Approach to Analog-to-Digital Transforms". In *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* **54**(2):338–350. » pdf.

[AA10] Al-Alaoui, M.A. (2010): "Improving the Magnitude Responses of Digital Filters for Loudspeaker Equalization". In *J. Aud. Eng. Soc.* **58**(12):1064–1082. » pdf.

[Aar10] Aarts, R.M.; Janssen, A.J. (2010): "Sound radiation from a resilient spherical cap on a rigid sphere". In *J. Acoust. Soc. Am.* **127**(4):2262–2273. » pdf.

[Alg01a] Algazi, V.R. (2001): "*CIPIC interface laboratory, The CIPIC HRTF database*". WWW-Ressource. URL `http://interface.cipic.ucdavis.edu/sound/hrtf.html`.

[Alg01b] Algazi, V.R.; Duda, R.O.; Thompson, D.M.; et al. (2001): "The CIPIC HRTF database". In *Proc. of the IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, New Paltz.* » pdf.

[Bar07] Bartsch, H.J. (2007): *Taschenbuch mathematischer Formeln.* 21. Auflage. München: Hanser.

[BJ] Bristow-Johnson, R.: "Cookbook formulae for audio EQ biquad filter coefficients". WWW, Zugriff 28.06.2010. URL `http://www.musicdsp.org/files/Audio-EQ-Cookbook.txt`. » pdf.

[BJ94] Bristow-Johnson, R. (1994): "The equivalence of various methods of computing biquad coefficients for audio parametric equalizers". In *Proc. of 97th AES Convention, San Fransisco*, 3906. » pdf.

[Bla97] Blauert, J. (1997): *Spatial Hearing - Revised Edition: The Psychophysics of Human Sound Localization.* überarbeitete und englische Auflage. Cambridge, London: The MIT Press.

[Bla00] Blackstock, D.T. (2000): *Fundamentals of physical acoustics.* 1. Auflage. New York: John Wiley & Sons.

[Bla08] Blauert, J.; Xiang, N. (2008): *Acoustics for engineers, Troy lectures.* 1. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer.

[Bor05] Bortz, J. (2005): *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler.* 6. Auflage. Heidelberg: Springer.

[Bri09] Brick, H. (2009): *Application of the Boundary Element Method to combustion noise and half-space problems.* Dissertation, Chalmers University of Technology.

[Bri10] Brinkmann, F.; Lindau, A. (2010): "On the effect of individual headphone compensation in binaural synthesis". In *Fortschritte der Akustik: Tagungsband d. 36. DAGA, Berlin.* 1055–1056. » pdf.

[Bri11] Brinkmann, F. (2011): *Individual headphone compensation for binaural synthesis.* Magisterarbeit, FG Audiokommunikation, TU Berlin.

[Bur71] Burton, A.J.; Miller, G.F. (1971): "The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems". In *Proc. of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 323/1553. 201–210. » pdf.

[Che08] Cheng, R.K. (2008): *Inside Rhinoceros 4.* 1. Auflage. Delmar, Cengage Learning.

[Chr03] Christensen, K.B. (2003): "A Generalization of the Biquadratic Parametric Equalizer". In *Proc. of 115th AES Convention, New York*, 5916. » pdf.

[Ćirić06] Ćirić, D.G.; Hammershøi, D. (2006): "Coupling of earphones to human ears and to standard coupler". In *J. Acoust. Soc. Am.* **120**(4):2096–2107. » pdf.

[Cla00] Clark, R.J.; Ifeachor, E.C.; Rogers, G.M.; et al. (2000): "Techniques for Generating Digital Equalizer Coefficients". In *J. Aud. Eng. Soc.* **48**(4):281–298. » pdf.

[Deu06] Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. (2006): *Akustische Wellen und Felder - DEGA-Empfehlung 101.* URL `http://www.dega-akustik.de/publikationen/dega-empfehlung-101`. » pdf.

[DIN92] DIN - Deutsches Institut für Normung e. V. (1992): *Vorläufiger Kopf- und Rumpfsimulator für akustische Messungen von Luftleitungs-Hörgeräten; DIN 45608, identisch mit IEC 60959:1990.* Berlin: Beuth. » pdf.

[DIN05] DIN - Deutsches Institut für Normung e. V. (2005): *Ergonomie - Körpermaße des Menschen - Teil 2: Werte, DIN 33402-2.* Berlin: Beuth. » pdf.

[DIN08a] DIN - Deutsches Institut für Normung e. V. (2008): *Elektroakustische Geräte, Teil 7: Kopfhörer und Ohrhörer ; DIN IEC 60268-7:2008 ; Entwurf.* Berlin: Beuth. » pdf.

[DIN08b] DIN - Deutsches Institut für Normung e. V. (2008): *Ergonomie - Körpermaße des Menschen - Teil 1: Begriffe, Messverfahren, DIN 33402-1.* Berlin: Beuth. » pdf.

[Dom75] Domnitz, R.H. (1975): "Headphone monitoring system for binaural experiments below 1 kHz". In *J. Acoust. Soc. Am.* **58**(2):510–511. » pdf.

[Ehr03] Ehrenfried, K. (2003): *Vorläufiges Skript zur Vorlesung Strömungsakustik II.* Vorlesungsskript, ISTA, TU Berlin. » pdf.

[Erl00] Erlenkötter, H.; Moos, L. (2000): *C++. Objektorientiertes Programmieren von Anfang an.* Rowohlt Tb.

[Fed07] Fedtke, T. (2007): "Kunstkopftechnik - Eine Bestandsaufnahme, Eine Mitteilung aus dem Normenausschusses "Psychoakustische Messtechnik"". In *Nuntius Acusticus* **7**(6). » pdf.

[Geb00] Gebhardt, A. (2000): *Rapid Prototyping, Werkzeuge für die schnelle Produktentstehung.* 2. Auflage. München, Wien: Hanser.

[Gir07] Girod, B.; Rabenstein, R.; Stenger, A.K.E. (2007): *Einführung in die Systemtheorie.* 4. Auflage. Wiesbaden: Teubner.

[Goe99] Goertz, A. (1999): "*MF-Meßsystem*". Bedienungsanleitung. » pdf.

[Goe06] Goertz, A. (2006): "*Monkey Forest Audio Measuring System, Quickstart*". Bedienungsanleitung. » pdf.

[Gre01] Greil, H. (2001): "Körpermaße 2000: aktuelle Perzentilwerte der deutschen Bevölkerung im jungen Erwachsenenalter". In *Brandenburgische Umwelt-Berichte (Bd. 10): "Mensch, Technik, Umwelt : Forschungsforum Anthropologie"*, Hg. Greil, H.; Scheffler, C. Potsdam: Schriftenreihe des Zentrums für Umweltwissenschaften der Universität Potsdam, 23–53. » pdf.

[Gum04] Gumerov, N.A.; Duraiswami, R. (2004): *Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions.* Oxford: Elsevier Science. » pdf.

[Gun07] Gunness, D.W.; Chauhan, O.S. (2007): "Optimizing the Magnitude Response of Matched Z-Transform Filters ("MZTi") for Loudspeaker Equalization". In *Proc. of the 32nd International AES Conference: DSP For Loudspeakers, Hillerød, Denmark.* » pdf.

[Hel81] Helle, R. (1981): "Wie produzierbar ist der Sitz des Kopfhörers am Ohr ?" In *Fortschritte der Akustik: Tagungsband d. 8. DAGA, Berlin.* 701–704. » pdf.

[Kam06] Kamrani, A.; Nasr, E.A. (2006): *Rapid prototyping: Theory and practice.* 1. Auflage. New York: Springer. » pdf.

[Kat00] Katz, B.F.G. (2000): "Acoustic absorption measurement of human hair and skin within the audible frequency range". In *J. Acoust. Soc. Am.* **108**(5):2238–2242. » pdf.

[Kim38] Kimball, H. (1938): "Attenuation Equalizers". In *Motion Picture Sound Engineering*, Hg. Academy of Motion Picture Arts and Sciences. New York: D. Van Nostrand.

[Kin00] Kinsler, L.; Frey, A.; Coppens, A.; et al. (2000): *Fundamentals of acoustics.* 4. Auflage. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.

[Kul00] Kulkarni, A.; Colburn, H.S. (2000): "Variability in the characterization of the headphone transfer-function". In *J. Acoust. Soc. Am.* **107**(2):1071–1074. » pdf.

[Lea81] Leach Jr., W.M. (1981): "Active equalization of closed-box loudspeaker systems". In *J. Aud. Eng. Soc.* **29**(6):405–407. » pdf.

[Lea87] Leach Jr., W.M. (1987): "Electroacoustic system realizations for the Linkwitz-Riley crossover Networks". In *J. Aud. Eng. Soc.* **35**(10):792–800. » pdf.

[Ler09] Lerch, R.; Sessler, G.; Wolf, D. (2009): *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen.* 1. Auflage. Berlin: Springer.

[Lin76] Linkwitz, S.H. (1976): "Active crossover networks for non-coincident drivers". In *J. Aud. Eng. Soc.* **24**(1/2):2–8. » pdf.

[Lin06] Lindau, A. (2006): *Ein Instrument zur softwaregestützten Messung binauraler Raumimpulsantworten in mehreren Freiheitsgraden.* Magisterarbeit, FG Audiokommunikation, TU Berlin. » pdf.

[Lin07a] Lindau, A.; Hohn, T.; Weinzierl, S. (2007): "Binaural resynthesis for comparative studies of acoustical environments". In *Proc. of 122nd AES Convention, Wien*, 7032. » pdf.

[Lin07b] Lindau, A.; Weinzierl, S. (2007): "FABIAN – Schnelle Erfassung binauraler Raumimpulsantworten in mehreren Freiheitsgraden". In *Fortschritte der Akustik: Tagungsband d. 33. DAGA, Stuttgart.* » pdf.

[Lin10] Lindau, A.; Brinkmann, F. (2010): "Perceptual evaluation of individual headphone compensation in binaural synthesis based on non-individual recordings". In *Proc. of 3rd ISCA/DEGA Tutorial and Research Workshop on Perceptual Quality of Systems (PQS), 6-8 Sept. 2010, Bautzen, Germany.* » pdf.

[Mac97] Machens, K.U. (1997): *Anwendung der Vergleichsquellenmethode zur Berechnung von Schallfeldern.* Dissertation, FB Verfahrenstechnik, Umwelttechnik, Werkstoffwissenschaften, TU Berlin.

[Mak06] Makarski, M. (2006): *Tools for the professional development of horn loudspeakers.* Dissertation, ITA, RWTH Aachen. » pdf.

[McA02] McAnally, K.I.; Martin, R.L. (2002): "Variability in the headphone-to-ear-canal transfer function". In *J. Aud. Eng. Soc.* **50**(4):263–266. » pdf.

[McN] McNeel North America: "Rhinoceros - Nurbs Modeling For Windows". WWW-Ressource. URL `http://www.rhino3d.com`.

[Mec08] Mechel, F. (Hg.) (2008): *Formulas of Acoustics.* 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Møl92] Møller, H. (1992): "Fundamentals of binaural technology". In *Applied Acoustics* **36**(3/4):171–218. » pdf.

[Møl95a] Møller, H.; Hammershøi, D.; Jensen, C.B.; et al. (1995): "Transfer characteristics of headphones measured on human ears". In *J. Aud. Eng. Soc.* **43**(4):203–217. » pdf.

[Møl95b] Møller, H.; Jensen, C.B.; Hammershøi, D.; et al. (1995): "Design criteria for headphones". In *J. Aud. Eng. Soc.* **43**(4):218–232. » pdf.

[Møl95c] Møller, H.; Sørensen, M.F.; Hammershøi, D.; et al. (1995): "Head-related transfer functions of human subjects". In *J. Aud. Eng. Soc.* **43**(5):300–321. » pdf.

[Mül08] Müller, S. (2008): "Messtechnik". In *Handbuch der Audiotechnik*, Hg. Weinzierl, S. Berlin: Springer.

[Mül09] Müller, S. (2009): "Messmikrofone - die Auswertung". In *Production Partner* **2009**(3):82–90. » pdf.

[Mor87] Morse, P.M.; Ingard, K.U. (1987): *Theoretical acoustics.* 1. Auflage. Princeton: Princeton University Press.

[Mös07] Möser, M. (2007): *Technische Akustik.* 7. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Mös10] Möser, M. (2010): *Messtechnik der Akustik.* 1. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Nic10] Nicol, R. (2010): *Binaural technology.* 1. Auflage. AES Monograph. » pdf.

[Nor06] Norcross, S.G.; Bouchard, M.; Soulodre, G.A. (2006): "Inverse filtering design using a minimal-phase target function from regularization". In *Proc. of 121st AES Convention, San Francisco*, 6929. » pdf.

[Opp04] Oppenheim, A.V.; Schafer, R.W.; Buck, J.R. (2004): *Zeitdiskrete Signalverarbeitung.* 2. Auflage. München: Pearson Studium.

[Orf97] Orfanidis, S.J. (1997): "Digital parametric equalizer design with prescribed Nyquist-frequency gain". In *J. Aud. Eng. Soc.* **45**(6):444–455. » pdf.

[Pap01] Papula, L. (2001): *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 3.* 4., verbesserte Auflage. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.

[Paq10] Paquier, M.; Koehl, V. (2010): "Audibility of headphone positioning variability". In *Proc. of 128th AES Convention, London*, 8147. » pdf.

[Pee07a] Peerless Tymphany (2007): *Datenblatt 830970.* » pdf.

[Pee07b] Peerless Tymphany (2007): *Datenblatt 830983.* » pdf.

[Pee09a] Peerless Tymphany (2009): *Datenblatt 830970 Rev. 1.0.* URL `http://www.tymphany.com/files/PLS-P830970Rev1_0.pdf`. » pdf.

[Pee09b] Peerless Tymphany (2009): *Datenblatt 830983 Rev. 1.0.* URL `http://www.tymphany.com/files/PLS-P830983Rev1_0.pdf`. » pdf.

[Per90] Persterer, A. (1990): "Binaurale Simulation des „idealen" Abhörraumes für Kopfhörerwiedergabe". In *Bericht der 16. Tonmeistertagung 1990, Karlsuhe.* 470–477. » pdf.

[Pra96] Pralong, D.; Carlile, S. (1996): "The role of individualized headphone calibration for the generation of high fidelity virtual auditory space". In *J. Acoust. Soc. Am.* **100**(6):3785–3793. » pdf.

[Ric90] Richter, F. (1990): "Kopfhörerkonzept für binaurale Simulation eines idealen Abhörraumes". In *Bericht der 16. Tonmeistertagung 1990, Karlsuhe.* 618–628. » pdf.

[Rya95] Ryan, C.; Furlong, D. (1995): "Effects of headphone placement on headphone equalization for binaural reproduction". In *Proc. of 98th AES Convention, Paris*, 4009. » pdf.

[San80] Sank, J.R. (1980): "Improved real-ear test for stereophones". In *J. Aud. Eng. Soc.* **28**(4):206–218. » pdf.

[Sch08] Schärer, Z. (2008): *Kompensation von Frequenzgängen im Kontext der Binauraltechnik.* Magisterarbeit, FG Audiokommunikation, TU Berlin. » pdf.

[Sch09a] Schärer, Z.; Lindau, A. (2009): "Evaluation of equalization methods for binaural signals". In *Proc. of the 126th AES Convention, München*, 7721. 123–128. » pdf.

[Sch09b] Schärer, Z.; Lindau, A. (2009): "Evaluation von Verfahren zur Entzerrung von binauralen Signalen". In *Bericht der 25. Tonmeistertagung 2008, Leipzig.* 515–532. » pdf.

[Sch10] Schmidt, T.; Bitzer, J. (2010): "Digital equalization filter: New solution to the frequency response near Nyquist and evaluation by listening tests". In *Proc. of 128th AES Convention, London*, 7964. » pdf.

[Sch11] Schultz, F.; Lindau, A.; Markarski, M.; et al. (2011): "An extraaural headphone for optimized binaural reproduction". In *Bericht der 26. Tonmeistertagung 2010, Leipzig.* 702–714. » pdf.

[Sha66] Shaw, E.A.G. (1966): "Earcanal pressure generated by circumaural and supraaural earphones". In *J. Acoust. Soc. Am.* **39**(3):471–479. » pdf.

[Sie] Siegfried Linkwitz: "Active filters - 12 dB/oct highpass equalization". WWW-Ressource. URL `http://www.linkwitzlab.com/filters.htm#9`.

[SM05] Sang-Myeong, K.; Wonjae, C. (2005): "On the externalization of virtual sound images in headphone reproduction: A Wiener filter approach". In *J. Acoust. Soc. Am.* **117**(6):3657–3665. » pdf.

[Sma72] Small, R.H. (1972): "Closed-box loudspeaker systems part I: analysis". In *J. Aud. Eng. Soc.* **20**(10):798–808. » pdf.

[Sma73] Small, R.H. (1973): "Closed-box loudspeaker systems part II: synthesis". In *J. Aud. Eng. Soc.* **21**(1):11–18. » pdf.

[Spo06] Spors, S. (2006): *Active listening room compensation for spatial sound reproduction systems.* Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg. » pdf.

[Ste84] Steickart, H.W. (1984): "Neuer Monitor-Kopfhörer für den Rundfunk". In *Bericht der 13. Tonmeistertagung 1984, München.* 126–136. » pdf.

[Ste06] Steinberg Media Technologies (2006): *VST SDK 2.4 Documentation.* URL `http://www.steinberg.net/de/company/developer.html`. » html.

[The86] Theile, G. (1986): "On the standardization of the frequency response of high-quality studio headphones". In *J. Aud. Eng. Soc.* **34**(12):956–969. » pdf.

[Tie02] Tietze, U.; Schenk, C. (2002): *Halbleiter-Schaltungstechnik.* 12. Auflage. Berlin: Springer.

[Too84] Toole, F.E. (1984): "The acoustics and psychoacoustics of headphones". In *Proc. of 2nd International AES Conference: The Art and Technology of Recording, Anaheim*, C1006. » pdf.

[Vor00a] Vorländer, M. (2000): "Acoustic load on the ear caused by headphones". In *J. Acoust. Soc. Am.* **107**(4):2082–2088. » pdf.

[Vor00b] Vorländer, M. (2000): "Messung der „Offenheit" von Kopfhörern". In *Fortschritte der Akustik: Tagungsband d. 26. DAGA, Oldenburg.* 542–543. » pdf.

[Vor08] Vorländer, M. (2008): *Auralization: fundamentals of acoustics, modelling, simulation, algorithms and acoustic virtual reality.* 1. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Wan08] v. Wangenheim, L. (2008): *Aktive Filter und Oszillatoren.* 1. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Wie09] Wieleba, P.; Sikora, J. (2009): "Open source BEM library". In *Advances in Engineering Software* **40**(8):564–569. » pdf.

[Wil99] Williams, E.G. (1999): *Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography.* 1. Auflage. London, San Diego: Academic Press.

[Wun74] Wunsch, G. (1974): *Feldtheorie Band 1: Mathematische Grundlagen.* 2., bearbeitete Auflage. Heidelberg: Hüthig.

[Zio94] Ziomek, L. (1994): *Fundamentals of acoustic field theory and space-time signal processing.* 1. Auflage. CRC Press.

[Zoe02] Zoelzer, U. (2002): *DAFX - Digital Audio Effects.* New York, Weinheim: Wiley.

[Zoe05] Zoelzer, U. (2005): *Digitale Audiosignalverarbeitung.* 3. Auflage. Wiesbaden: Teubner.

[Zoe08] Zoelzer, U. (2008): "Digitale Audiotechnik: Signalverarbeitung, Filter und Effekte". In *Handbuch der Audiotechnik*, Hg. Weinzierl, S. Berlin: Springer. » pdf.

[Zol03] Zollner, M.; Zwicker, E. (2003): *Elektroakustik.* 3. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

[Zot09] Zotter, F. (2009): *Analysis and Synthesis of Sound-Radiation with Spherical Arrays.* Dissertation, University of Music and Performing Arts, Graz, Austria.

[Zot11] Zotter, F.; Pomberger, H. (2011): *Akustische Holofonie und Holographie.* Vorlesungsskript vom 07.03.2011, Institut für Elektronische Musik und Akustik, Kunstuniversität Graz. » pdf.

Alle Internetquellen wurden am 11.04.2011 bzgl. des intentional referenzierten Inhalt geprüft.

BibTeX-Eintrag

```
@MASTERSTHESIS{Schultz2011,
  author = {Frank Schultz},
  title = {Elektroakustisch optimierte Wiedergabe binauraler Signale},
  school = {FG Audiokommunikation, TU Berlin},
  year = {2011},
  type = {Masterarbeit},
  keywords = {extraauraler Kopfhörer, dynamische Binauralsynthese},
}
```

Autor mit BK109 im Oktober 2010