Masterarbeit

Die Mehrfachkaskade als Filter zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern

Verfasser Jörg Werner Lichtenstein, B. A. (Hons.)

[redacted]

[redacted]

Studiengang Audiokommunikation und -technologie (M. Sc.)

Erstgutachter Prof. Dr. Stefan Weinzierl

Zweitgutachter Prof. Dr.-Ing. Anselm Goertz

Bearbeitungszeit 04.05.2015–04.11.2015

Technische Universität Berlin
Fakultät I - Geistes- und Bildungswissenschaften
Institut für Sprache und Kommunikation
Fachgebiet Audiokommunikation

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig sowie ohne unerlaubte fremde Hilfe und ausschließlich unter Verwendung der aufgeführten Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.
Berlin, den 4.11.2015

Jörg Lichtenstein

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht die sogenannte Mehrfachkaskade (MK) hinsichtlich ihrer Eignung als Filter zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern. Dazu werden zunächst der grundlegender Aufbau verschiedener Lautsprechertypen beschrieben und Ursachen des nichtlinearen Verhaltens von Lautsprechern erörtert. Anschließend werden einige spezialisierte und allgemeine Ansätze zur Modellierung und Kompensation nichtlinearer Systeme näher betrachtet, darunter auch die Mehrfachkaskade. Zur weiteren Überprüfung der MK wurden Messungen mit realen Lautsprechern, sowie einem Lautsprechermodell durchgeführt, die zur Erstellung und Untersuchung entsprechender MK-Modelle genutzt werden. Aus den MK-Modellen wird ein Kompensationsfilter erstellt und auf das Lautsprechermodell angewendet. Abschließend findet eine Diskussion der Ergebnisse statt.

Abstract

The present thesis investigates the possible use of the so called MultiMemoryDecomposition(MMD) as a filter to compensate for nonlinear distortion in loudspeakers. At first the general structure of different loudspeakertypes is described and possible sources for nonlinear distortion in loudspeakers are discussed. Followed by the description of some specialized and general approaches to the modeling and compensation of nonlinear systems. To further investigate the properties of the MMD several measurements on real loudspeakers and a loudspeakermodel have beeen carried out and used to identificate MMD-Models. On the basis of these MMD-Models a compensationfilter ist implemented and tested with the loudspeakermodel. The results are discussed in the end.

Danksagungen

Zunächst möchte ich einen allgemeinen Dank an das Fachgebiet Audiokommunikation der TU Berlin und die Partnerinstitute aussprechen für die Möglichkeit eines einzigartigen und stets interessanten Studiums.

Für ihre fachliche Unterstützung bei dieser Arbeit gilt mein besonderer Dank:
Prof. Dr.-Ing. Anselm Goertz, Dr.-Ing. Michael Makarski & Oliver Strauch (IFAA - Institut für Akustik und Audiotechnik), Prof. Dr.-Ing. habil. Wolfgang Klippel (Klippel GmbH, Dresden), Dr.-Ing. Roman Tschakert (TU Berlin, Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik) und Prof. Dr. Stefan Weinzierl (TU Berlin, Fachgebiet Audiokommunikation)

Für ihre unermüdliche Unterstützung gilt mein herzlichster Dank meinen Freunden und meiner Familie!

Die Mehrfachkaskade (MK) als Filter zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis IV

Abbildungsverzeichnis VI

Symbolverzeichnis XI

Abkürzungsverzeichnis XII

1. Einleitung **1**

1. Motivation ____ 1
2. Stand der Technik ____ 2
3. Aufbau der Arbeit ____ 4

2. Nichtlinearitäten bei Lautsprechern **5**

1. Elektrodynamische Lautsprecher ____ 5
   1.1 Elektronische Ebene 6
   1.2 Mechanische Ebene 8
   1.3 Akustische Ebene 9
2. Weitere Nichtlinearitäten bei Lautsprechern ____ 9
   2.1 Hörner 9
   2.2 Elektrostatische Lautsprecher 10
   2.3 Gehäuse 12
   2.4 Sonstige 12

3. Nichtlineare Systeme: Modellierung und Kompensation **14**

1. Allgemeines ____ 14
2. Äquivalente Schaltkreise ____ 16
3. Volterra-Systeme ____ 17
4. Wiener-/Hammerstein-Systeme ____ 18
5. Mehrfachkaskade (MK) ____ 19

4. Methoden **25**

1. Messsignale und -parameter 25
2. Virtueller Lautsprecher 28
   2.1 Grundlagen 28
   2.2 Implementierung 29
3. Modellierung und Kompensation mittels Mehrfachkaskade 36
   3.1 Modellierung von realen Lautsprechern 37
   3.2 Modellierung des virtuellen Lautsprechers 40
   3.3 Kompensationsfilter für den virtuellen Lautsprecher 42

5. Ergebnisse **44**

1. Modellierung von realen Lautsprechern 44
2. Modellierung des virtuellen Lautsprechers 48
3. Kompensationsfilter für den virtuellen Lautsprecher 52

6. Diskussion **57**

Literaturverzeichnis **60**

Anhang **68**

Abbildungsverzeichnis

Abb. 2.1: Schematische Darstellung eines elektrodynamischen Lautsprechers mit Konusmembran im Querschnitt. 5

Abb. 2.2: Elektromechanisches Ersatzschaltbild eines elektrodynamischen Wandlers mit nichtlinearen Parametern nach DIN EN 62458.....6

Abb. 3.1: Blockschaltbild einer Mehrfachkaskade 3. Ordnung 20

Abb. 4.1: Äquivalenter Schaltkreis zur Modellierung der elektrischen und mechanischen Ebene eines elektrodynamischen Lautsprechers.....28

Abb. 4.2: Auslenkungsabhängiger Kraftfaktor Bl(x) in N/A(rot, links), Induktivität Le(x) in mH(grün, Mitte), Nachgiebigkeit Cms(x) in mm/N(blau, rechts) des virtuellen Lautsprechers A, Auslenkung x in mm 31

Abb. 4.3: Auslenkungsabhängiger Kraftfaktor Bl(x) in N/A(rot, links), Induktivität Le(x) in mH(grün, Mitte), Nachgiebigkeit Cms(x) in mm/N(blau, rechts) des virtuellen Lautsprechers B, Auslenkung x in mm 31

Abb. 4.4: Gleichanteil der Auslenkung des virtuellen Lautsprechers A in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 1000 Hz mit 15 V Amplitude. Für verschiedene äquivalente Gleichstromwiderstände Re 32

Abb. 4.5: Maximale Auslenkung des Grundtons des virtuellen Lautsprechers A in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 1000 Hz mit 15 V(blau), 11,5 V(grün), 8 V(rot), 4,5 V(türkis) und 1 V(violett) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände Re.....33

Abb. 4.6: Gesamtklirrfaktor THD5 des virtuellen Lautsprechers A in %, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 1000 Hz mit 15 V(blau), 8 V(grün) und 1 V(rot) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände Re 33

Abb. 4.7: Gleichanteil der Auslenkung des virtuellen Lautsprechser B in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot) und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände Re 34

Abb. 4.8: Maximale Auslenkung des Grundtons des virtuellen Lautsprechers B in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot)und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 8 V(blau) und 6 V(grün) für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände Re.....35

Abb. 4.9: Gesamtklirrfaktor THD5 des virtuellen Lautsprechers B in %, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20 300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot) und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 8 V für verschiedene äquivalente Gleichstromwiderstände Re.....35

Abb. 4.10: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Hochtöners in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20 20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung. 38

Abb. 4.11: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Tieftöners in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20 20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung. 38

Abb. 4.12: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Breitbandlautspreches in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20 20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung. 39

Abb. 4.13: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V(schwarz), 1 V(schwarz, Punkt-Strich) und 4,5 V(grau, Strich-Strich) Spitzenspannung.....40

Abb. 4.14: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B in dB_{SPL} , gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V(schwarz), 1 V(schwarz, Punkt-Strich) und 4 V(grau, Strich-Strich) Spitzenspannung. 41

Abb. 4.15: Struktur des Pre-Filters mit den Teilfiltern der 2. Ordnung der MK bi, der Inversen des linearen Teils a^{1} und den Verzögerungsgliedern z^{δ}. Struktur nach [22] ...42

Abb. 5.1: Ausschnitte der Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit Nbp=850 und Nb=1000, des Hochtöners. Bestimmt über ein gaußförmiges Signal mit Vollaussteuerung (links) und ein gleichverteiltes Signal mit initialer Aussteuerung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples. 45

Abb. 5.2: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit Nbp=850 und Nb=1000, des Tieftöners. Bestimmt über ein gleichverteiltes Signal mit Vollaussteuerung (links) und mit initialer Aussteuerung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples. 45

Abb. 5.3: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des Hochtöners(schwarz) und des MK-Modells(strich-punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 20 20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller Ansteuerung in 1m Entfernung. 47

Abb. 5.4: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des Tieftöners(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 20 20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller Ansteuerung in 1m Entfernung. 47

Abb. 5.5: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit Nbp=850 und Nb=1000, des virtuellen Lautsprechers A. Bestimmt über ein gleichverteiltes Signal mit einer Standardabweichung von 15 V (links) und ein gleichverteiltes Signal mit 8 V Spitzenspannung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples. 49

Abb. 5.6: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit Nbp=850 und Nb=1000, des virtuelle Lautsprechers B. Bestimmt über ein gaußförmiges Signal einer Standardabweichung von 4 V (links) und ein gleichverteiltes Signal 8 V Spitzenspannung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples. 49

Abb. 5.7: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V Spitzenspannung.....50

Abb. 5.8: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 8 V Spitzenspannung.....50

Abb. 5.9: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers A(blau) und des MK-Modells(rot), bei Anregung durch ein Zweitonsignal mit f1=50 Hz und f2=1000 Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 15 V Spitzenspannung. Die harmonischen, bei nf1, und Intermermodulationsanteile, bei f2±nf1,werden durch die gefüllten Rauten markiert. 51

Abb. 5.10: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 1 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Pre-Filter(Strich-Punkt).....53

Abb. 5.11: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt) 53

Abb. 5.12: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 1 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt) 54

Abb. 5.13: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) in dB_{SPL}, mit erhöhtem äquivalenten Gleichstromwiderstand Re, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10 8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 8 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt) 54

Abb. 5.14: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers A, bei Anregung durch ein, ungefiltertes(blau) und mittels MK-Prefilter gefiltertes Signal(rot), Zweitonsignal mit f1=50 Hz und f2=1000 Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 15 V Spitzenspannung. Die Harmonischen, bei nf1, und Intermodulationsanteile, bei f2±nf1,werden durch die gefüllten Rauten markiert. 55

Abb. 5.15: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers B, bei Anregung durch ein ungefiltertes(blau) und mittels MK-Prefilter gefiltertes Signal(rot), Zweitonsignal mit f1=50 Hz und f2=1000 Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 8 V Spitzenspannung. Die Harmonischen, bei nf1, und Intermodulationsanteile, bei f2±nf1,werden durch die gefüllten Rauten markiert. 55

Abb. 6.1: Auslenkung des virtuellen Lautsprechers A in mm, für verschiedene Eingangssignale: SWP - logarithmischer Sweep, 10 8000 Hz, Spitzenspannung 8V (blau) und 1V (schwarz); GAUSS - Rauschsignal mit gaußförmiger Amplitudenverteilung, Standardabweichung der Spannung 8V; RECT - Rauschsignal mit gleichverteilter Amplitudenstatistik, Spitzenspannung 8V 58

Symbolverzeichnis

$^{-1}$	zeigt die Inverse an
$*$	Faltungsoperator
c	Schallgeschwindigkeit in Luft (ca. 340m/s)
C_{ms}	Nachgiebigkeit des mechanischen Lautsprecheraufbaus [mm/N]
dB_{SPL}	Schalldruckpegel, Bezugsgröße $2*10^{-5}$ Pa
$\delta(t)$	Delta-Funktion/Einheitsimpuls
f	Frequenz [Hz]
F	Kraft [N]
p	Schalldruck [Pa]
R_e	äquivalenter Gleichstromwiderstand eines elektrodynamischen Lautsprechers [Ohm]
`filter()`	entsprechende typografische Hervorhebungen, verweisen auf MATLAB interne oder im Rahmen dieser Arbeit erstellte Befehle/Funktionen/ Skripte/Objekte, die entsprechenden Dateien finden sich im Anhang

Abkürzungsverzeichnis

BB	Breitband(-Lautsprecher)
DA	Digital-Analog(-Wandler)
DSP	Digitaler Signal Prozessor
HT	Hochton(-Lautsprecher)
iLS	iterativer Least-Squares(-Algorithmus)
LMS	Least-Mean-Squares(-Algorithmus)
LS	Lautsprecher
MK	Mehrfachkaskade
Ord.	Ordnung
THD	Total Harmonic Distortion/Gesamtklirrfaktor
TT	Tiefton(-Lautsprecher)
virtLS	implementierter virtueller Lautsprecher

1. Einleitung

1.1 Motivation

In der Audioübertragungskette ist der Lautsprecher, als Wandler zwischen elektronischer und akustischer Ebene, ein unerlässliches Glied. Die Wiedergabequalität der gesamten Kette zuletzt abhängig von der des Lautsprechers: Auch wenn in den letzten Jahrzehnten eine stetige Weiterentwicklung stattgefunden hat, verzerren Lautsprecher das Audiosignal immer noch in einem Maß wie kaum ein anderes Glied der Übertragungskette.
Die Anwendung der linearen Systemtheorie in Verbindung mit digitaler Signalverarbeitung ermöglicht es, bereits einen wesentlichen Teil der von einem Lautsprecher verursachten Verzerrungen durch eine geeignete Vorverzerrung des Eingangssignals zu kompensieren. Die Annahme der Linearität ist bei Lautsprechern aber lediglich bei einer geringen Aussteuerung zutreffend. Je nach Lautsprecher können Verzerrungen, die sich nicht mittels der linearen Systemtheorie beschreiben lassen, mehr als ein Zehntel der vom Lautsprecher abgestrahlten Energie ausmachen.
Diese nichtlinearen Verzerrungen führen zu zusätzlichen, nicht im Eingangssignal enthaltenen Signalanteilen. Im Wesentlichen lassen sich bei Lautsprechern Harmonische, zusätzliche Frequenzanteile bei den ganzzahligen Vielfachen der Frequenz des Eingangssignals, und Intermodulationsverzerrungen, zusätzliche Frequenzanteile bei den Summen und Differenzen der Frequenzen des Eingangssignals und deren ganzzahligen Vielfachen, beobachten.
Durch psychoakustische Phänomene wie Verdeckung, sind diese nichtlinearen Verzerrungen zwar nur bedingt wahrnehmbar und können, je nach Art und bis zu einem gewissen Maß, sogar als wohlklingend wahrgenommen werden. In der Regel ist jedoch eine möglichst verzerrungsfreie Wiedergabe erstrebenswert. In vielen Fällen steht der zu betreibende Aufwand, in Entwicklung und Aufbau des Lautsprechers, aber in keinem Verhältnis zu den damit erzielbaren Verbesserungen der Wiedergabeeigenschaften des Lautsprechers. Teilweise haben die nötigen Maßnahmen auch negative Auswirkungen auf den Wirkungsgrad oder andere für den jeweiligen Anwendungsbereich entscheidende Parameter.
Ansätze zur Kompensation durch eine Vorverzerrung des Eingangssignals ermöglichen meist nur eine Kompensation des linearen Teils oder bestimmter nichtlinearer Verzerrungen und benötigen teilweise Sensoren im Betrieb. Ein digitales Filter, welches in der Umsetzung, bezüglich der nötigen Hardware und Messungen, nicht wesentlich, bzw.

angemessen, komplexer ist als ein lineares Filter, aber eine Kompensation des nichtlinearen Teils ermöglicht, würde in verschiedenen Bereichen eine Verbesserung der Wiedergabequalität und eine gezieltere Abstimmung auf den Anwendungsbereich ermöglichen.
In *Verbraucheranwendungen* könnte eine aktive Kompensation der nichtlinearen Verzerrungen durch ein nichtlineares Filter bei ähnlichen Kosten Lautsprecher mit besseren Wiedergabeigenschaften ermöglichen. Auch die Probleme, die durch Verringerung der Abmessung entstehen, könnten durch eine Kompensation abgeschwächt werden.
In der *Beschallung* würde ein nichtlineares Filter, insbesondere in den Grenzbereichen, eine Qualitätssteigerung ermöglichen. Zudem könnte bei der Entwicklung der Fokus auf einen höheren Wirkungsgrad oder ein besseres Abstrahlverhalten gelegt werden, da sich mögliche Nichtlinearitäten durch ein geeignetes Filter kompensieren ließen.
Insbesondere für Anwendungen wie *virtuelle Akustik* und *aktive Lärmbekämpfung*, bei denen die gezielte Beeinflussung des Schallfeldes im Vordergrund steht, sollte der Abbildungsfehler so gering wie möglich sein. Bei Ersterem könnten die theoretischen Anforderungen an die Sekundärschallquellen, bzgl. Abmessung und Breitbandigkeit, unter Verwendung eines nichtlinearen Filters besser umgesetzt werden. In der *aktiven Lärmbekämfung* können nichtlineare Verzerrungen durch den Lautsprecher als zusätzlicher Lärm betrachtet werden, da diese zusätzlichen Signalanteile sich nicht destruktiv mit dem zu bekämpfenden Lärm überlagern[66].
Zudem könnten andere Wandlerprinzipien als das elektrodynamische durch ein nichtlineares Filter wieder interessanter werden oder einfacher in der Umsetzung, z. B. könnte bei einer geeigneten Vorverzerrung des Eingangssignals bei elektrostatischen Lautsprechern die nötige Vorspannung reduziert werden. Hierdurch ließe sich nicht nur der Schaltungsaufwand reduzieren, sondern auch der *Sicherheitsabstand* zwischen Membran und Elektroden verringern, was höhere Auslenkungen oder Effektivität ermöglicht (siehe Kap. 2.2).

1.2 Stand der Technik

Schon früh wurden nichtlineare Verzerrungen bei Lautsprechern beobachtet und erste Ansätze zur Beschreibung und Verringerung gemacht [8, 56, 57]. Über die letzten Jahrzehnte führte ein zunehmendes Verständnis zu Modellen, die neben dem linearen [81, 85, 86], auch das nichtlineare Lautsprecherverhalten zumindest im Ansatz beschreiben. Dazu wurde das lineare Lautsprechermodell stetig durch weitere nichtlineare Einflüsse erweitert [13, 17, 31, 41, 43, 53, 58, 59, 72, 73]. Parallel ergaben sich verschiedene Ansätze zur Kompensation der nichtlinearen Verzerrungen.
Ein weit verbreiteter Ansatz sind Mehr-Wege-Systeme, bei denen das Audioband aufgeteilt und über verschiedene Treiber wiedergegeben wird. Durch die getrennte Wiedergabe von hohen und tiefen Frequenzen lassen sich Intermodulationsverzerrungen hoher Frequenzen durch die hohen Membranauslenkungen tiefer Frequenzen verringern. Zwar

lassen sich so gute Ergebnisse erzielen, doch führt die räumliche Trennung der verschiedenen Treiber zum einen zu Problemen im Abstrahlverhalten, zum anderen ergeben sich daraus aber auch Begrenzungen für die Größe und den Aufbau des Gehäuses. Die nötige Bandbegrenzung für die einzelnen Treiber lässt sich inzwischen aber recht einfach durch lineare Filter realisieren.[8, 28]
Aus den entwickelten Modellen wurden auch Filterstrukturen abgeleitet, bei denen Sensoren, in oder auf dem Lautsprecher, genutzt werden um nichtlineare Verzerrungen zu vermindern. Dabei werden Membranschnelle [31], elektrischer Strom [48] oder Druckgradienten [9] im Betrieb gemessen um den Lautsprecherzustand zu überwachen und die Parameter des auf dem jeweiligen Modell basierenden Filters anzupassen. Allerdings können so nur im Modell vorgesehene bzw. durch den Sensor messbare Nichtlinearitäten kompensiert werden. Durch die ständige Messung des Lautsprecherverhaltens können aber längerfristige Parameteränderungen durch Alterung o. ä. mit einbezogen werden.
Weitere Ansätze nutzen ein nichtlineares Modell zur Vorhersage des Lautsprecherzustand allein über das Eingangssignal, um mit den Statusvariablen die Parameter eines Filters zu steuern[29, 46]. Auch hierbei ergeben sich durch das Modell Beschränkungen auf die wesentlichen Einflüsse. Deshalb müssen die Modelle beim Einsatz von verschiedenen Lautsprecherformen, Gehäusen und Hörnern erweitert oder angepasst werden [45, 50, 55].
Parallel wurden auch verschiedene Ansätze aus der nichtlinearen Systemidentifikation zur Modellierung und Kompensation des nichtlinearen Lautsprecherverhaltens angewendet. Durch die allgemeine Form und die Parameterbestimmung über Ein- und Ausgangssignal lassen sich durch recht einfache Messungen Modelle bestimmen, die eine *komplette* Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens ermöglichen. Allerdings ergeben sich Beschränkungen durch die jeweilige Form, und die Parameter geben keinen direkten Aufschluss über einzelne Elemente des Lautsprechers.
Nichtlineare Systeme wie Volterra-Reihen [77] können durch ihre Allgemeinheit ohne größere Anpassungen neben dem elektrodynamischen Lautsprecher [38, 41, 75, 87] auch Hörner [4, 5] modellieren und als Kompensationsfilter genutzt werden. Allerdings lassen sich durch den Aufbau von Volterra-Reihen nur geringe Ordnungen und Systemlängen realisieren.
Neben sog. Wiener-/Hammerstein-Systemen [61 64] scheint deshalb die Mehrfachkaskade (MK) [23] als Volterra-Näherung besonders interessant und lieferte bereits vielversprechende Ergebnisse bei der Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern [21, 25, 26]. Die MK ist zwar in ihrer Ordnung beschränkt, der einfache Aufbau aus linearen Filtern und Multiplizierern erleichtert jedoch eine performante Implementierung auf digitalen Plattformen und ermöglicht weit höhere Systemlängen als Volterra-Reihen. Zudem ist eine einfache Messung zur Parameterbestimmung ausreichend, durch Verwendung linearer Näherungsverfahren sind aber auch adaptive Ansätze umsetzbar.

1.3 Aufbau der Arbeit

Im Folgenden soll nun die Eignung der MK als Filter zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern untersucht werden. Dazu werden zunächst grundlegender Aufbau und Nichtlinearitäten verschiedener Lautsprechertypen betrachtet. Dabei liegt der Fokus, aufgrund der weiten Verbreitung und zur Erörterung allgemeiner Lautsprechereigenschaften, zunächst auf dem elektrodynamsichen Konuslautsprecher. Durch die allgemeine Struktur bietet sich die MK allerdings auch für andere Lautsprecheraufbauten an, weshalb im Weiteren Verlauf noch Besonderheiten verschiedener Lautsprechertypen, u. a. elektrostatische Lautsprecher und Hörner, betrachtet werden.
Im Anschluss sollen einige allgemeine und spezialisierte Ansätze zur Kompensation und Modellierung nichtlinearer Systeme dargelegt werden. Nach einigen grundsätzlichen Überlegungen werden prinzipieller Aufbau und Eigenschaften von äquivalenten Schaltkreisen, Volterra-Systemen, Wiener/-Hammerstein-Systemen und Mehrfachkaskaden beschrieben, sowie Vor- und Nachteile hinsichtlich eines Einsatzes bei Lautsprechern erörtert.
Um die Eigenschaften der MK in der Anwendung und die Eignung als Filter zu untersuchen, sollen einige Messungen mit realen Lautsprechern durchgeführt werden. Dazu werden zunächst die nötigen Messparameter und -signale ausgewählt und beschrieben. Im Weiteren wird der Aufbau und die Implementierung eines virtuellen Lautsprechers beschrieben, der für zusätzliche Messungen verwendet wurde. Darauf folgen die Beschreibungen der implementierten MK und der Messaufbauten zur Modellierung der Nichtlinearitäten der realen und virtuellen Lautsprecher. Zudem wird das verwendete Kompensationsfilter beschrieben und die Anwendung auf den virtuellen Lautsprecher untersucht.
Abschließend wird die Eignung der MK als Filter für Nichtlinearitäten bei Lautsprechern aufgrund der zuvor betrachteten Ergebnisse der durchgeführten Modellierung und Kompensation diskutiert.

2. Nichtlinearitäten bei Lautsprechern

Um die Eigenschaften eines möglichen nichtlinearen Filters eingrenzen zu können, sollen zunächst einige Ursachen nichtlinearen Verhaltens bei Lautsprechern betrachtet werden. Aufgrund seiner weiten Verbreitung soll zunächst der elektrodynamische Lautsprecher betrachtet werden. Zudem lassen sich die Erkenntnisse über die mechanischen und akustischen Eigenschaften des elektrodynamischen Lautsprechers, teilweise auf andere Antriebsarten übertragen. Im Weiteren sollen dann prinzipieller Aufbau und Ursachen nichtlinearen Verhaltens von Hörnern und elektrostatischen Lautsprechern betrachtet werden. Abschließend sollen noch Nichtlinearitäten in Gehäusen und bei weniger verbreiteten Lautsprecherarten umrissen werden.

2.1 Elektrodynamische Lautsprecher

Der elektrodynamische Lautsprecher kommt in den verschiedensten Anwendungsbereichen zum Einsatz, um die jeweiligen Anforderungen zu erfüllen ergeben sich Variationen in Größe, Material und Form der verschiedenen Bauteile. Im Grundsatz entspricht der Aufbau aber dem in Abb. 2.1. Dementsprechend sollen zunächst nur die grundsätzlichen nichtlinearen Effekte und deren Ursachen betrachtet werden, die im regulären Betrieb auftreten. Eine ausführliche Ausarbeitung möglicher Ursachen und Symptome des nichtlinearen Verhaltens bei elektrodynamischen Lautsprechern, sowie die Messparameter und Einflüsse durch Defekte lassen sind in [53] zu finden.

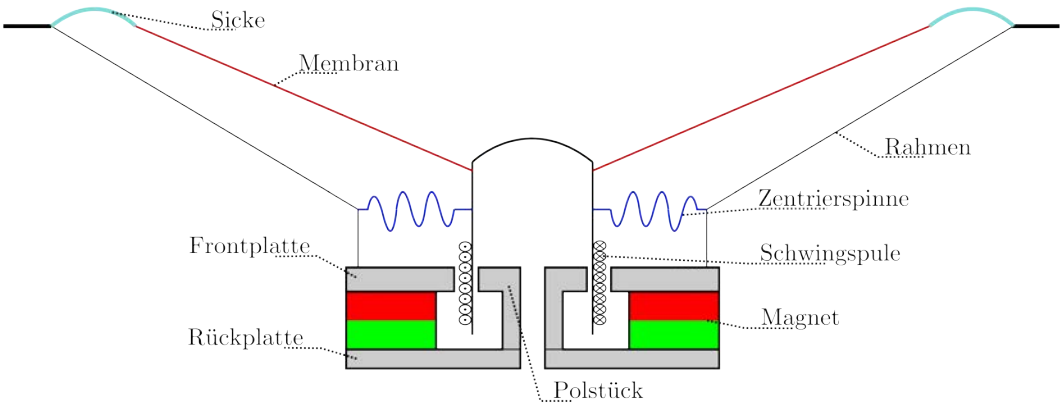

Abb. 2.1: Schematische Darstellung eines elektrodynamischen Lautsprechers mit Konusmembran im Querschnitt.

Als Orientierung soll ein äquivalentes Schaltbild nach DIN EN 62458 [18] dienen (Abb. 2.2), welches in ähnlicher Form seit einigen Jahrzehnten zur Untersuchung des linearen Verhaltens des Lautsprechers dient [81, 85, 86]. Um das nichtlineare Verhalten zu untersuchen bietet es sich an, die Veränderungen, denen diese Parameter unterliegen, und Wechselwirkungen der verschiedenen Parameter näher zu betrachten. (vgl. Kap. 3.2)[31, 41 43, 47, 49 53, 55, 64, 65, 72, 73]

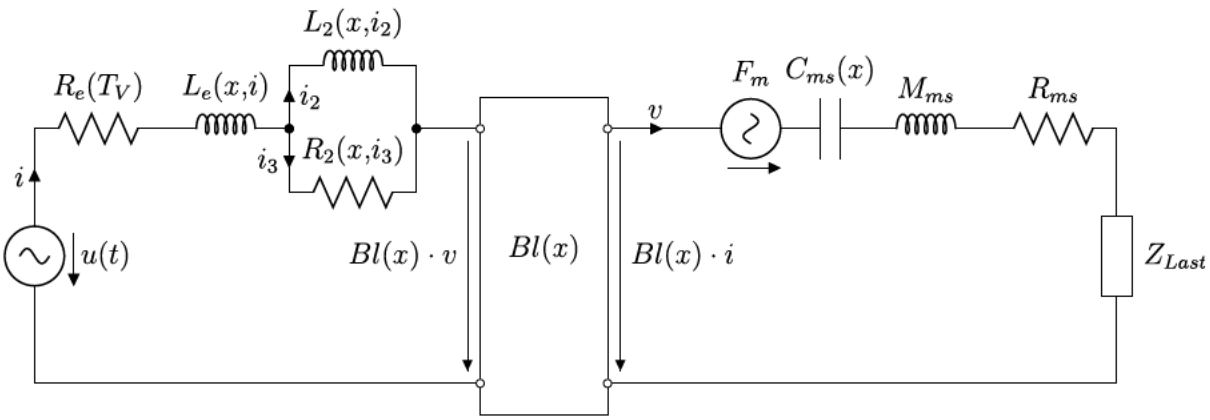

Abb. 2.2: Elektromechanisches Ersatzschaltbild eines elektrodynamischen Wandlers mit nichtlinearen Parametern nach DIN EN 62458

In den folgenden Betrachtungen auf Grundlage von Abb. 2.2 beschreibt i den elektrischen Strom, v und x stehen für die momentane Membranbeschleunigung und -auslenkung. M_{ms} beschreibt die Masse des beweglichen Teils inklusive der Blindanteile durch die Masse mitbewegter Luft. Z_{Last} repräsentiert eine mechanische Impedanz, die durch den mechanischen und akustischen Aufbau des Lautsprechers verursacht wird. Die weiteren Größen in Abb. 2.2 werden im Folgenden genauer beschrieben.
Zwar sind einige Effekte nicht immer eindeutig nur einer Ebene zuzuordnen, da es teilweise zu Wechselwirkung zwischen den Ebenen kommt, dennoch ergibt sich die Einteilung in elektronische, mechanische und akustische Ebene über das Schaltbild.

2.1.1 Elektronische Ebene

Spannungsquelle

Die Leistungsverstärker für den Betrieb von elektrodynamischen Lautsprechern werden in der Regel als Spannungsquellen realisiert, deren Ausgangsspannung $u(t)$ mit dem Eingangssignal moduliert wird. Die Antriebskraft des elektrodynamischen Lautsprechers hängt vom elektrischen Strom i ab, dieser wird beim Betrieb mit einer Spannungsquelle durch den Gleichstromwiderstand und die Induktivität der Spule begrenzt, weshalb sich Nichtlinearitäten dieser Parameter unmittelbar auf die Antriebskraft auswirken. Um diese Einflüsse zu verringern, kann der Leistungsverstärker als Stromquelle ausgelegt werden, wodurch aber zusätzliche Maßnahmen, u. a. zur Kompensation der

mangelnden elektrischen Dämpfung der mechanischen Resonanz und zum Schutz vor Überhitzung, nötig werden. [65]

Gleichstromwiderstand R_e

Der Gleichstromwiderstand des Lautsprechers ergibt sich im wesentlichen durch Länge, Querschnitt und Material der Spule. Im Betrieb kann die Temperatur der Spule T_V um über 100° C schwanken[51]. In der Regel besteht die Spule aus Kupfer, wofür man eine Steigerung des spezifischen Widerstandes um 0,4 % pro ° C annehmen kann [32]. Folglich kann der Gleichstromwiderstand, je nach Lautsprecher, Eingangsleistung und Signaleigenschaften, um mehr als 40 % variieren. Da der Gleichstromwiderstand den Strom begrenzt, ergibt sich eine direkte Abhängigkeit zwischen der Temperatur der Spule und der Effizienz des Lautsprechers, beim Anstieg der Temperatur führt dies zur sog. *Powercompression*. [51]

Induktivität L_e

Wie jede Spule wirkt auch die Schwingspule im elektrodynamischen Lautsprecher als Induktivität. Da die Schwingspule jedoch beweglich ist, ergibt sich kein fester Wert, denn bewegt sich die Spule nach Außen, hat die Spule im Extremfall keinen Kern mehr, während sie beim Eintauchen einen metallischen Kern besitzt. Zusätzlich kann das Magnetfeld den Magneten, sowie den restlichen metallischen Aufbau penetrieren. Dadurch steigt die Induktivität beim Eintauchen der Spule in den Aufbau und sinkt beim Verlassen des Aufbaus.[53]

Zusätzlich tritt, in Abhängigkeit vom momentanen Stromfluss i, eine magnetische Sättigung des Aufbaus auf, die zu einer Änderung der relativen Permeabilitätszahl μ_r und der davon abhängigen Induktivität L_e führt. [32, 53]

Abb. 4.2 und Abb. 4.3 zeigen typische Verläufe, die sich für die Induktivität $L_e(x)$ in Abhängigkeit von der Membrausauslenkung x ergeben.

Wirbelströme

Aus der Modulation des Eingangssignals ergibt sich eine Modulation des Magnetfeldes, welches sich um die Spule aufbaut, wodurch wiederum Wirbelströme in Polstück, Front- und Rückplatte induziert werden [88]. Dies führt zu weiteren Verlusten und Dämpfungen bei hohen Frequenzen, die durch ein RL-Glied, mit L_2 und R_2, in Serie beschrieben werden können. Für L_2 und R_2 ergibt sich ebenfalls eine Abhängigkeit von Auslenkung und Strom, diese lässt sich jedoch über die Änderungsrate von $L_e(x)$ approximieren, vgl. (4.11).[53]

Kraftfaktor Bl

Der Kraftfaktor ergibt sich über die magnetische Flussdichte B und die Länge des Leiters l und stellt den Kupplungsfaktor zwischen mechanischer und elektrischer Ebene dar. Durch die Beweglichkeit der Spule und der Inhomogenität des Magnetfeldes, variiert der Faktor mit der Auslenkung der Spule x. Die genaue Form des dadurch entstehenden auslenkungsabhängigen Kraftfaktors $Bl(x)$ hängt dabei unmittelbar von dem Aufbau der Pole und Spule ab. Werden die Polstücke so gewählt, dass die Höhe des homogenen Bereichs des Magnetfeldes der Höhe der Spule entspricht, erreicht der

Kraftfaktor sein Maximum, wenn die gesamte Höhe der Spule sich im homogenen Bereich des Magnetfeldes befindet. Verlässt die Spule nun den homogenen Bereich, fällt der Kraftfaktor rasch ab. Wird die Höhe der Spule kleiner gewählt (Unterhang), ergibt sich ein konstanter Kraftfaktor, bis die Spule den Bereich des homogenen Magnetfeldes verlässt, was zu einem raschen Abfall des Kraftfaktors führt. Wird die Höhe der Spule nun größer gewählt als die des homogenen Bereichs (Überhang), ändert sich der Kraftfaktor nur langsam, während sich der Hauptteil der Spule im homogenen Bereich des Magnetfeldes befindet. Tritt ein Spulenende in den homogenen Bereich des Magnetfeldes ein, beginnt der Kraftfaktor rasch zu fallen.
Neben den Nichtlinearitäten durch das Verhältnis der Spulenhöhe zu der des homogenen Feldes, ergibt sich zwischen Frontplatte, Rückplatte und Polstück eine andere Verteilung des magnetischen Flusses als außerhalb, sodass der Kraftfaktor beim Eintauchen der Spule in den Magneten höher ist als beim Verlassen. Dies führt u. a. auch zu einer langsamen Änderung des Kraftfaktors beim Überhang der Spule. [53]
Abb. 4.2 und Abb. 4.3 zeigen typische Verläufe, die sich für den Kraftfaktor $Bl(x)$ in Abhängigkeit von der Membrausauslenkung x ergeben.
Reluktanzkraft F_m
Durch die Abhängigkeit der Induktivität von der Auslenkung wirkt die Reluktanzkraft in der mechanischen Ebene, als zusätzliche Quelle, dem wesentlichen Antrieb durch die Lorentzkraft entgegen. Die Reluktanzkraft ergibt sich über das Quadrat des Stromes und der momentanen Ortsableitung der Induktivität, sowohl für die Induktivtät L_e als auch die parasitäre Induktivität L_2.[50, 53]

2.1.2 Mechanische Ebene

Nachgiebigkeit C_{ms}
Der wesentliche Teil des nichtlinearen Verhaltens in der mechanischen Ebene lässt sich über die Nachgiebigkeit C_{ms}, bzw. den Kehrwert der Steifigkeit K_{ms}^{-1}, der Aufhängung, also Sicke und Zentrierspinne, erklären. Neben Abhängkeiten von Temperataur und Alter [54], sinkt die Nachgiebigkeit mit zunehmender Auslenkung, gegenüber dem Ruhepunkt, die Änderungsrate ist dabei im Wesentlichen von Material und Form abhängig. Teilweise empfiehlt es sich auch, viskoelastische Effekte wie das sog. Kriechen mit einzubeziehen [58, 59], da dieses sich unmittelbar auf die Auslenkung und somit auch auf die davon abhängigen Parameter auswirkt.
Abb. 4.2 und Abb. 4.3 zeigen typische Verläufe, die sich für die Nachgiebigkeit $C_{ms}(x)$ in Abhängigkeit von der Membrausauslenkung x ergeben.
mechanischer Verlustwiderstand R_{ms}
Die Verluste im mechanischen Aufbau können üblicherweise als konstant erachtet werden. Bei *Micro*-Lautsprechern können Leckagen im Aufbau und die darin auftretenden viskosen Luftströmungen zu weiteren Verlusten führen, deren Anteile durch die oftmals geringere elektrische Dämpfung nicht mehr vernachlässigt werden können und mit der Schnelle variieren.[55]

Membranmaterial und -Form
Während die Membran bei ausreichend tiefen Frequenzen als Ganzes schwingt, bricht diese bei höheren Frequenzen in Partialschwingungen auf. Diese haben nicht nur einen wesentlichen Einfluss auf das Abstrahlverhalten des Lautsprechers, sondern könnnen je nach Form und Material der Membran auch nichtlineare Verzerrungen produzieren. [53, 74]

2.1.3 Akustische Ebene

Dopplereffekt
Setzt sich das wiederzugebende Signal aus mindestens zwei Frequenzen zusammen, kommt es beim Übergang in die akustische Ebene aufgrund der Membranauslenkung zum Dopplereffekt. Während der Effekt bei schmalbandigen Signalen vernachlässigbar ist, führen die großen Auslenkungen bei tiefen Frequenzen, gegenüber den Auslenkungen bei hohen Frequenzen, zur Frequenzmodulation. Anschaulich wirkt die Auslenkung der tiefenfrequenten Signale wie eine Bewegung der Schallquelle, so dass die hochfrequenten Signalanteile gestaucht bzw. gestreckt werden.[8, 13, 91]
Wellenaufsteilung
In der Akustik und Audiotechnik genügt es üblicherweise mit der linearen Näherung der adiabatischen Zustandsgleichung zu arbeiten, wodurch man die Schallgeschwindigkeit als orts- und zeitunabhängig annehmen kann [66]. Zieht man jedoch die nichtlinearen Terme in der adiabatischen Zustandsgleichung oder in der Entwicklung der Wellengleichung mit ein, ergibt sich eine pegel- und entfernungsabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit. Anschaulich ergibt sich eine Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit durch die Schallschnelle, die sich als Strömung im Medium betrachten lässt, so dass die Schallwelle sich in den Maxima der Schallschnelle mit einer höheren Geschwindigkeit ausbreitet als in den Minima [13, 66]. Während diese Effekte selbst bei den höchsten Pegeln, weit jenseits der menschlichen Schmerzgrenze, kaum eine Rolle spielen, führen die hohen Schallschnellen und -drücke im Hals von Hornlautsprechern zu wesentlichen, nichtlinearen Anteilen durch die nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften.(siehe Kap. 2.2.1, S. 9)

2.2 Weitere Nichtlinearitäten bei Lautsprechern

2.2.1 Hörner

Die akustischen Eigenschaften von Hörnern fanden bereits in der Antike in Form von Signalhörnern aus ausgehöhltem Tierhorn Anwendung, aber auch in verschiedenen Musikinstrumenten oder Sprachrohren wurden bereits früh Schalltrichter verwendet. Vor der Entwicklung ausreichend starker Leistungsverstärker und entsprechend belastbarer Lautsprecher waren Hornlautsprecher in Filmtheatern oder anderen Anwendungen mit entsprechend hohen Pegelanforderungen unerlässlich. Aufgrund des hohen erzielbaren Wirkungsgrades, aber insbesondere auch durch das gleichmäßige Abstrahl-

verhalten, sind Hornlautsprecher in der Beschallungstechnik auch heute noch weit verbreitet.[19, 28]
Im Grunde sind Hörner akustische Leitungen, deren Querschnittsfläche $S(x)$ vom Hornhals, bei $x = 0$ mit der Querschnittfläche S_0, zum Hornmund zunimmt. Mit der Querschnittsänderung lässt sich die Ausbreitung der Schallwelle gezielt beeinflussen. Wird ein Lautsprecher am Hornhals betrieben, können sich die Schallwellen nicht frei ausbreiten. Im Gegensatz zu einem Lautsprecher, der direkt in den Raum strahlt, verteilt sich die Schallleistung nicht auf einer Kugeloberfläche sondern auf $S(x)$. Anschaulich wird dabei die Strahlungsimpedanz des Hornhalses an die der Hornmündung gekoppelt. So wirkt die Membran am Hornhals auf eine Strahlungsimpedanz mit höherem Realteil, was zu einer höheren abgestrahlten Leistung führt. Durch die Gestalt von $S(x)$, sowie S_0 und der Länge des Horns, lassen sich Eigenschaften, wie Wirkungsgrad, Abstrahlverhalten und Grenzfrequenz des Horns, hinsichtlich seines Einsatzzweckes optimieren.[28, 36]
Um den Wirkungsgrad weiter zu steigern werden Kompressionstreiber verwendet, deren Membranfläche größer gewählt wird als die Fläche des Hornhalses. Dabei sollte die Kammer, in der die Membran schwingt, kleiner sein als die halbe Wellenlänge der wiederzugebenden Wellenlängen, um Probleme durch stehende Wellen zu vermeiden und um die Erhöhung des Strahlungswiderstandes nutzen zu können.[19, 28]
In der Druckkammer der Kompressionstreiber und am Hornhals können Schallschnellen und -drücke entstehen, bei denen die lineare Näherung der adiabatischen Zustandsgleichung nicht mehr ausreichend ist, wodurch es zur Wellenaufsteilung kommt. Bei Hörnern mit langsamen Querschnittsänderungen fallen Schalldruck und -schnelle langsamer ab. Deshalb ergeben sich auch höhere nichtlineare Anteile, als bei raschen Querschnittsänderungen, bei denen für Schalldruck und -schnelle rascher wieder eine lineare Ausbreitung angenommen werden kann.[36]

2.2.2 Elektrostatische Lautsprecher

Elektrostatische Lautsprecher ermöglichen durch gleichmäßige Verteilung der Antriebskraft den Einsatz großer Membranen mit einer geringen bewegten Masse. Prinzipbedingte Nichtlinearitäten führen zu einem, im Vergleich zum elektrodynamischen Lautsprecher, recht hohem Schaltungsaufwand zur Ansteuerung elektrostatischer Lautsprecher. Weshalb der elektrostatische Lautsprecher, trotz sehr guter Eigenschaften im Hoch- und Mitteltonbereich und interessanter Möglichkeiten im Bezug auf das Abstrahlverhalten, nur selten eingesetzt wird. Ein allgemeines nichtlineares Filter könnte könnte durch Kompensation der Nichtlinearitäten zu einer einfacheren Ansteuerung führen.
Deshalb bietet sich hier eine kurze Betrachtung des Grundprinzips elektrostatischer Lautsprecher an. Eine detallierte Beschreibung des elektrostatischen Lautsprechers liefert Baxandall [7]. Im Folgenden werden die dort beschriebenen prinzipiellen Formen und nichtlinearen Mechanismen des elektrostatischen Lautsprechers zusammengefasst.

Die einfachste Form eines elektrostatischen Wandlers ist ein Plattenkondensator, bei dem eine Elektrode starr und die gegenüberliegende beweglich realisiert wird und diese so als Membran wirkt. Wird eine Signalspannung angelegt wirkt eine Kraft F mit:

$$F = \varepsilon \frac{AU^2}{2S^2} \tag{2.1}$$

wobei U = Signalspannung $[V]$
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ Permittivität $[\frac{F}{m}]$, Produkt der elektrischen Feldkonstante ε_0 und der relativen Permittivität ε_r
S = Abstand der Elektroden$[m]$
A = Fläche der Elektroden$[m^2]$

Durch die Quadrate der Spannung U und des Abstands S ist diese Konfiguration für die Wiedergabe von Audiosignalen weitestgehend ungeeignet.
Anfangs wurden deshalb *push-pull*-Konfigurationen gewählt, bei denen eine konstante Polarisationsspannung U_{pol} auf eine Membran zwischen zwei perforierten starren Elektroden gegeben wurde. Die Signalspannung U_{sig}wird auf die starren Elektroden gegeben, sodass auf der Vorderen die halbe Signalspannung und auf der Hinteren die halbe Signalspannung mit umgekehrten Vorzeichen anliegt. So ergibt sich:

$$F = \varepsilon \frac{A(U_{pol} + U_{sig})^2}{2(S + x)^2} \tag{2.2}$$

Wird die Polarisationsspannung nun so gewählt, dass $U_{sig} << U_{pol}$ gilt und die resultierende Membranauslenkung x viel kleiner ist als der Abstand der Elektroden S, können die quadratischen Terme vernachlässigt werden.
Entscheidend war ein Wandel in der Betrachtungsweise, betrachtet man das elektrische Feld, welches sich zwischen den starren Elektroden durch die Signalspannung bildet, ergibt sich für eine kleine Ladung Q im Feld eine Kraft F, die linear von der Signalspannung abhängig ist zu:

$$F = Q \cdot \frac{U_{sig}}{d} \tag{2.3}$$

mit

$$Q = U \cdot C \tag{2.4}$$

wobei C für die Kapazität steht.
Dementsprechend lassen sich in der Theorie komplett lineare elektrostatische Antriebe realisieren, indem die Membran mit einer konstanten Ladung Q versehen wird. Zwar wird mit (2.3) der Zusammenhang zwischen Signalspannung und Ladung komplett beschrieben, ab einer gewissen Ladung wirkt aber noch eine auslenkungsabhängige Kraft, dadurch bleibt die Linearität des Gesamtsystems jedoch unangetastet. In der

Praxis wird die Ladung Q über eine Polarisationsspannung U_{pol} realisiert. Durch die Auslenkung der Membran x, ändert sich der Abstand d was eine Änderung der Kapazität C zur Folge hat. Über (2.4) ergibt sich, bei konstanter Ladung Q, eine Spannungsänderung auf der Membran. Je nach Größe des Widerstandes R_0 über den die Polarisationsspannung U_{pol} mit der Membran verbunden ist, kommt es durch den Spannungsunterschied zu einem Stromfluss, wodurch sich die Ladung Q ändert. Da die Antriebskraft nach (2.3) unmittelbar von der Ladung Q abhängig ist, führen diese Ladungsschwankungen zu Nichtlinearitäten im Antrieb. Durch einen üblicherweise sehr großen Widerstand R_0 genügt bei der Anregung mit einem reinen Ton mit der Frequenz f, die Betrachtung der Ladungsmodulation mit einer Frequenz von $2f$, die in der Kraft F zu zusätzlichen Signalanteilen bei $f \pm 2f$ führt. Bei breitbandigen Signalen kommt es zu entsprechenden Intermodulationen. Neben der Abhängigkeit von R_0, ist die Stärke der Modulation frequenzabhängig und die Verzerrungsanteile steigen quadratisch mit der Signalspannung U_{sig}. [7]
Außerdem ergeben sich Nichtlinearitäten durch die auslenkungsabhängige Nachgiebigkeit der Membran, Partialschwingungen und die bereits bei elektrodynamischen Lautsprechern besprochenen akustischen Nichtlinearitäten. (siehe Kap. 2.1.3)

2.2.3 Gehäuse

Beim *Geschlossenen Gehäuse* wirkt das Volumen im Gehäuse als zusätzliche Steifigkeit parallel zur mechanischen Steifigkeit, bzw. Nachgiebigkeit. Die Steifigkeit der Luft im Gehäuse ergibt sich u. a. über Volumen und Dichte, da, idealerweise, keine Luft entweichen oder nachströmen kann, führt eine Membranauslenkung zur Verminderung des Volumens und Erhöhung der Dichte, bzw. umgekehrt, wodurch sich Nichlinearitäten in der Steifigkeit der Luft ergeben. Ist die Volumenänderung durch die Membranauslenkung, gegenüber dem Gesamtvolumen gering, lassen sich diese Nichtlinearitäten vernachlässigen.[19]
Für die Resonatoren in *Bassreflex- und Bandpassgehäusen* ergeben sich nichtlineare Strömungswiderstände. Bei hohen Schallschnellen in den Resonatoren steigt der Ströumungswiderstand, wodurch die Verluste in dem Resonator zunehmen und die abgestrahlte Schallenergie sinkt [53]. Turbulenzen in den Resonatoren verursachen zusätzliche breitbandige Strömungsgeräusche, mittels ausreichend dimensionierter Resonatoren und optimierter Mündungen lassen sich diese Störgeräusche jedoch stark reduzieren. Zusätzlich ergeben sich nichtlineare Volumenflüsse in und aus dem Gehäuse, was zu weiteren Nichtlinearitäten in der Steifigkeit des Gehäusevolumens führt.[76, 89]

2.2.4 Sonstige

Neben den bereits besprochenen elektrodynamischen und -statischen Lautsprechern werden auch noch weitere Variationen, alternative Antriebe und Aufbauten verwendet. Gerade für diese, aufgrund der geringen Verbreitung, weniger gut erforschten Lautspre-

cherarten wäre ein allgemeines nichtlineares Filter von besonderem Interesse, weshalb kurz einige häufiger anzutreffende Lautsprecherarten und Ursachen für mögliche Nichtlinearitäten betrachtet werden sollen.

Der *Bändchenlautsprecher* basiert, ebenso wie der elektrodynamische Lautsprecher, auf einem stromdurchflossenen Leiter in einem Magnetfeld, jedoch wird der Leiter direkt auf die Membran aufgebracht, bzw. bildet selbst die Membran. Dennoch ergeben sich die Nichtlinearitäten wohl weitestgehend analog zu denen beim elektrodynamischen Konuslautsprecher. Beim sog. *Air-Motion-Transformer*, welcher als Sonderform des Bändchenlautsprechers betrachtet werden kann, könnte die Kompression zwischen den Lamellen, ähnlich wie bei Hörnern, zu weiteren Nichtlinearitäten führen.[28]

Die für *Distrubuted Mode Lautsprecher (DML)* verwendeten Exciter entsprechen im Wesentlichen dem Spulenaufbau beim Konuslautsprecher, wodurch sich im elektrischen Teil ähnliche Nichtlinearitäten ergeben wie beim Konuslautsprecher. Je nach verwendetem Material entstehen auch noch nichtlineare Signalanteile durch gezielte Anregung der Partialschwingungen. Prinzipbedingt werden beim DML weniger hohe Auslenkungen benötigt als bei einem Konuslautprecher. Dadurch kann der Einfluss auslenkungsabhängiger Verzerrungen bei tiefen Frequenzen vermindert werden, über das restliche Audioband ist Anteil der harmonischen Verzerrungen aber mit denen eines Konuslautsprechers vergleichbar.[2]

Piezoelektrische Lautsprecher nutzen zum Antrieb den piezoelektrischen Effekt, der besonders bei bestimmten kristallinen Stoffen, Keramiken und Polymeren beim Anlegen einer Spannung zu Verformungen führt. Je nach Ansatz wird auf dem piezoelektrischen Material, welches auf einer starren Elektrode angebracht ist, eine Membran befestigt, oder es wird in eine Folie eingearbeitet, die dann als Membran wirkt. In beiden Fällen lassen sich nur geringe Auslenkungen erzielen, wodurch lediglich hohe Frequenzen wiedergegeben werden können. Die Nichtlinearitäten bei piezoelektrischen Lautsprechen hängen vom genauen Aufbau und den verwendeten Materialien ab, u. a. in Kombination mit Hörnern lassen sich aber günstige und leichte Hochtöner mit äußerst geringen harmonischen Verzerrungen realisieren.[71, 78, 82, 84]

Plasma- oder Ionenlautsprecher sind eine Klasse von Lautsprechern, die ohne eine mechanische Membran auskommen und die elektrische Energie *direkt* in Schallenergie wandeln. Während bei Heiss-Plasma-Lautsprechern die hohen Temperaturen eines Plasmastrahls zwischen zwei Elektroden zur Schallerzeugung genutzt werden, wird bei Kalt-Plasma-Lautsprechern der Strom aus ionisiertem Gas, der zwischen zwei Elektroden entsteht, mit dem Audiosignal moduliert. Durch die nötige Hochspannung, dem damit einhergehenden Schaltungsaufwand, die begrenzte Haltbarkeit der Elektroden, begrenzter Maximalpegel und nicht zuletzt durch die Produktion von Ozon im Betrieb, sind diese Lautsprecher nur noch in Nischen interessant. [6, 83] Zwar finden sich sich keine Nichtlinearitäten im mechanischen Aufbau, im elektronischen Aufbau lassen sich diese aber nicht vermeiden und zudem kann die Ladung Einfluss auf die Schallausbreitung haben.[80]

3. Nichtlineare Systeme: Modellierung und Kompensation

Nachdem die wesentlichen Ursachen nichtlinearen Verhaltens bei Lautsprechern betrachtet wurden, werden nun einige Modelle erörtert und hinsichtlich ihrer Eignung, dieses Verhalten zu erfassen, untersucht. Zunächst sollen dazu einige Grundlagen zur Modellierung und Kompensation nichtlinearer Systeme erörtert werden. Anschließend findet eine nähere Betrachtung von vier Ansätzen und deren mögliche Eignung als nichtlineares Filter statt.

3.1 Allgemeines

Die lineare Systemtheorie ermöglicht zu gut erforschten Systembeschreibungen, mittels derer sich das Verhalten linearer Systeme modellieren lässt und zu Filterstrukturen, die gezielte Eingriffe in das Systemverhalten und so eine Kompensation ermöglichen. Das Lautsprecherverhalten kann, durch die zuvor besprochenen Nichtlinearitäten, so aber nur ungenügend erfasst werden. Zur besseren Beschreibung, insbesondere der Harmonischen und Intermodulationsverzerrungen, werden deshalb nichtlineare Systeme benötigt.
Entscheidend bei der Auswahl geeigneter Systeme sind Vorwissen und späterer Einsatzzweck. Eine Unterscheidung zwischen Modellierung und Kompensation ist nur begrenzt sinnvoll. Eine Kompensation, durch Veränderung des Systemeingangs zur Minimierung des Fehlers zwischen Ziel- und Ausgangsgrößen des Systems, basiert in der Regel auf der Vorhersage des Systemverhaltens durch Modellierung. Für eine Kompensation reicht aber eine Betrachtung der Ein- und Ausgangssignale und eine Beschreibung, die deren Zusammenhänge möglichst genau abbildet. Eine direkte Beziehung der Parameter zum Aufbau oder zu einzelnen Elementen des realen Systems sind hier nicht notwendig, bzw. könnte die Konzentration oder Reduktion auf wenige Elemente zu schlechteren Ergebnissen führen, als ein allgemeiner Ansatz.
Grundsätzliches Ziel bei der Modellierung ist die Minimierung des Fehlers zwischen dem Ausgang des Modells und des zu modellierenden Systems. Geht es bei der Modellierung um ein tieferes Verständnis und die Untersuchung/Vorhersage des Systemverhaltens bei der Veränderung einzelner Elemente und deren Parameter, sollten die Systemparameter anhand relevanter Größen einzelner Elemente gewählt werden und das Modell entsprechend *drumherum* entwickelt werden. Dies führt oftmals zu einer

übersichtlicheren Darstellung und ermöglicht die Untersuchung einzelner Elemente. Gilt es nur das Systemverhalten zu modellieren, ist ein direkter Bezug der Modellparameter zum Aufbau des untersuchten Systems nicht notwendig. Im Grunde geht es sowohl bei der Modellierung als auch bei der Kompensation um eine Reduktion des Abbildungsfehlers.

Gerne wird die Unterscheidung zwischen sogenannten *Black*- und *Whitebox*-Systemen getroffen. Blackbox-Systeme nutzen eine allgemeine Systembeschreibung, welche so ausgewählt wird, dass diese die Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal möglichst genau abbildet. Bei Whitebox-Systemen hingegen orientiert sich die Beschreibung an Aufbau und Verhalten des realen Systems. Es wird versucht, einzelne funktionelle Elemente durch bestimmte Parameter zu beschreiben. Daraus ergeben sich verschiedene Vor- und Nachteile. Whitebox-Systeme ermöglichen die getrennte Bestimmung und Manipulation einzelner Parameter, benötigen aber auch entsprechendes Vorwissen und Einblick, um alle nötigen Größen mit einzubeziehen. Blackbox-Systeme benötigen lediglich Zugriff auf Ein- und Ausgangsgrößen, die Allgemeinheit ermöglicht zwar auch das Verhalten nicht offensichtlicher Elemente zu beschreiben, kann aber eine unnötige Komplexität zur Folge haben und die Parameter lassen keinen unmittelbaren Schluss auf einzelne Einflussgrößen zu. In der Praxis ergibt sich jedoch häufig eine weniger scharfe Trennung, da die Auswahl geeigneter Blackbox-Systeme ein gewisses Vorwissen über das Systemverhalten erfordert. Außerdem können die Betrachtungen mittels Blackbox-Systemen zu einem tieferen Verständnis des Systemverhaltens beitragen und so bei der Entwicklung anschaulicherer Modelle helfen. Auch wenn sich die Parameter eines Whitebox-Systems auf die Parameter einzelner Elemente des untersuchten Systems beziehen, werden für die einzelnen Elemente des Whitebox-Systems allgemeine Ansätze, die das Verhalten der funktionalen Elemente möglichst gut abbilden, gewählt. Weshalb sich Whitebox-Systeme auch als anschauliche Kombinationen aus Blackbox-Systemen betrachten lassen.

Im Folgenden sollen einige Ansätze untersucht werden, die bereits zur Modellierung und Kompensation der Nichtlinearitäten verschiedener technischer Systeme und Lautsprecher verwendet wurden. Die gewählten Ansätze lassen sich als Erweiterungen entsprechender Ansätze der linearen Systemtheorie betrachten, was zu einem besseren Verständnis führt und wohl mit Grund für die Verbreitung dieser Ansätze ist. Zudem erleichtern die Erkenntnisse aus den Implementierungen von linearen Systemen eine Implementierung der jeweiligen nichtlinearen Ansätze.

Neben den besprochenen Systemen existieren noch eine Vielzahl von weiteren Ansätzen für unterschiedlichste Anwendungen [27]. Weitere allgemeine Ansätze, die z. B. auf künstlichen neuronalen Netzen aufbauen[35], bedürfen aber noch einer besseren Ausarbeitung der Grundlagen und möglicher Implementierung, könnten mittelfristig aber auch für den Einsatz mit Lautsprechern interessant werden.

3.2 Äquivalente Schaltkreise

In vielen technischen Disziplinen werden äquivalente Schaltkreise, auch Ersatzschaltbilder genannt, zur Modellierung des interessierenden Systemverhaltens verwendet. Dazu werden Schaltbilder erstellt, in denen einzelne funktionelle Elemente des realen Systems und deren Wechselwirkung durch elektronische Bauteile und Verbindungen mit äquivalenten Eigenschaften repräsentiert werden. So ergeben sich recht anschauliche Modelle, die sich so aufbauen lassen, dass die Parameter der äquivalenten Bauteile unmittelbaren Bezug zu den Parametern der Elemente des realen Systems haben.
Bereits früh wurde dieser Ansatz auch zur des Beschreibung des elektrischen, mechanischen und akustischen Lautsprecherverhaltens verwendet [81, 85, 86]. Unter der Annahme konstanter Parameter lässt sich so das lineare Verhalten des elektrodynamischen Lautsprechers abschätzen. Um genauere Vorhersagen treffen zu können und Nichtlinearitäten mit einzubeziehen, wurden die Veränderungen, denen einzelne Parameter unterliegen (vgl. Kap. 2.1), mit einbezogen.[18, 50, 53, 72, 73]
Durch die Einbeziehung der Nichtlinearitäten lassen sich die partiellen Differentialgleichungen, welche sich über den äquivalenten Schaltkreis bilden lassen, nicht mehr eindeutig lösen. Deshalb werden diese in ein Gleichungssystem aus gewöhnlichen Differentialgleichungen überführt, welche sich dann mittels numerischer Verfahren lösen lassen (siehe Kap. 4.2). Wodurch sich das Verhalten des elektrodynamischen Lautsprechers gut abbilden lässt und Vorhersagen über das Verhalten bei hohen Amplituden, sowie Harmonische und Intermodulationsverzerrungen, getroffen werden können.
Die Parameter der einzelnen Elemente lassen sich getrennt über entsprechende Messverfahren und -sensoren ermitteln, was jedoch recht aufwendig ist.[18, 53] Interessanter scheinen Ansätze, bei denen die unterschiedlichen Parameter aus der Messung einiger weniger Statusvariablen, wie Strom und Auslenkung, bestimmt werden. [47, 49]
Durch den direkten Bezug der Parameter zu einzelnen funktionellen Elementen des Lausprechers, lassen sich mit einem solchen Modell auch die Einflüsse einzelner Bauteile simulieren, wodurch sich die Einflüsse durch Änderungen vor einem erneuten Aufbau abschätzen lassen.
Zur Kompensation der Nichtlinearitäten lassen sich aus dem Ersatzschaltbild auch entsprechende Filterstrukturen ableiten. [29, 44]
Grundsätzlich können mit diesem Ansatz sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Durch die Konzentration auf wenige Parameter und die dominanten Nichtlinearitäten, muss das Modell jedoch für unterschiedliche Lautsprecher- und Gehäusetypen angepasst werden.[45, 50, 55] Zudem wird die Vorhersage durch die gewählten Parameter beschränkt, wodurch bei der Erstellung unbeachtete Einflüsse nicht oder nur unzureichend abgebildet werden können. Das Modell ist primär für den elektrodynamischen Lautsprecher ausgelegt, für andere Antriebsformen müssten entsprechende Ersatzschaltbilder er- bzw. ausgearbeitet werden um verlässliche Ergebnisse zu erhalten.

3.3 Volterra-Systeme

Volterra-Reihen oder auch Volterra-Systeme wurden erstmals in den Untersuchungen von Vito Volterra beschrieben und erste Anwendungen in der Systemidentifikation nichtlinearer Systeme gehen auf Norbert Wiener zurück [77]. Dabei wird die nichtlineare Beziehung zwischen Eingang $x(t)$ und Ausgang $y(t)$ eines Systems durch einen Term entsprechend der Form von (3.1) beschrieben.

$$\begin{aligned} y(t) = & \int_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 + \\ & \iint_{\tau_1,\tau_2=-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1,\tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\ & \iiint_{\tau_1,\tau_2,\tau_3=-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \\ & \ldots + \\ & \int_{\tau_1,\ldots,\tau_p=-\infty}^{+\infty} \cdots \int h_p(\tau_1,\ldots,\tau_p)x(t-\tau_1)\ldots x(t-\tau_p)d\tau_1\ldots d\tau_p \end{aligned} \tag{3.1}$$

Alternativ lässt sich (3.1) auch schreiben als:

$$y(t) = H_1[x(t)] + H_2[x(t)] + H_3[x(t)] + \ldots + H_p[x(t)] \tag{3.2}$$

mit

$$H_i[x(t)] = \int_{\tau_1,\ldots,\tau_i=-\infty}^{+\infty} \cdots \int h_i(\tau_1,\ldots,\tau_i)x(t-\tau_1)\ldots x(t-\tau_i)d\tau_1\ldots d\tau_i \tag{3.3}$$

Wobei $H_i[x(t)]$ als Volterra-Operator und $h_i(\tau_1,\ldots,\tau_i)$ als Volterra-Kern i-ter Ordnung bezeichnet werden. $H_1[x(t)]$ entspricht dabei dem Faltungsintegral und $h_1(\tau_1)$ entspricht der Impulsantwort des linearen Teils, wodurch sich Volterra-Reihen auch als Potenzreihe mit Gedächtnis betrachten lassen.
Die Koeffizienten der Volterra-Kerne sind nicht eindeutig, z. B. liefern $h_2(\tau_1,\tau_2)$ und $h_2(\tau_2,\tau_1)$ denselben Ausgang. Durch eine Symmetrierung der Kerne lassen sich, ohne Informationsverlust, die Kerne in eine eindeutige Form bringen.[77]
Für den Volterra-Kern 2. Ordnung $h_2(\tau_1,\tau_2)$ ergibt sich der symmetrische Kern $h_2^s(\tau_1,\tau_2)$ zu:

$$h_2^s(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} \cdot [h_2(\tau_1, \tau_2) + h_2(\tau_2, \tau_1)] \tag{3.4}$$

Volterra-Reihen werden in verschiedensten Bereichen zur Modellierung und Kompensation nichtlinearen Systemverhaltens verwendet [23, 27, 70]. Auch bei Modellierung und Kompensation von Lautsprechern wurden immer wieder auf Volterra-Reihen zurückgegriffen, unter Anderem in [4, 33, 41, 67, 75, 79, 87].
Die Koeffizienten der Volterra-Kerne lassen sich aus den Differentialgleichungen eines vorhandenen Modells herleiten [23, 41, 77]. Interessanter sind jedoch Ansätze, bei denen die Koeffizienten einmalig oder adaptiv über Ein- und Ausgangssignal bestimmt werden. [10, 23, 70, 77]
Zwar sind Volterra-Reihen ein mächtiges analytisches Werkzeug, doch ergeben sich in der Praxis einige Probleme durch die Allgemeinheit/Komplexität. Auch wenn man endliche Systemlängen annimmt steigt die Anzahl der Koeffizienten in den Volterra-Kernen $h_i(\tau_1, \ldots, \tau_i)$ exponentiell mit der Ordnung. Entsprechend lassen sich in der Regel nur Volterra-Systeme bis zur 3. Ordnung sinnvoll umsetzen. Diese Einschränkungen mindern auch die Allgemeinheit des Systems, weshalb eine Nutzung als nichtlineares Filter für Lautsprecher, insbesondere wegen der erforderlichen Systemlängen, wenig sinnvoll ist.

3.4 Wiener-/Hammerstein-Systeme

Wiener- und Hammerstein sind nichtlineare Systemrepräsentationen, die aus linearen Systemen mit Gedächtnis und gedächtnislosen Polynomen oder statischen Nichtlinearitäten zusammengesetz werden. Üblicherweise werden Reihenschaltungen, bei denen das lineare System vor dem nichtlinearen liegt, als Wiener-Systeme bezeichnet. bei Hammerstein-Systemen hingegen liegt das lineare System hinter dem nichtlinearen[37, 60]. Variationen, bei denen ein nichtlineares System zwischen zwei linearen System liegt oder ein lineares System zwischen zwei Nichtlinearen, werden teilweise als Wiener-Hammerstein-System [1, 61] bezeichnet, eindeutiger ist aber wohl die Nomenklatur aus [60], die diese Struktur als LNL-Kaskaden[1], bzw. NLN-Kaskaden, bezeichnet.
Die verschiedenen Formen der Wiener-/Hammerstein-Systeme werden in verschiedenen Bereichen zur Modellierung und Kompensation nichtlinearer Systeme verwendet[27, 37, 70, 90]. Unter anderen wurden solche Strukturen in [61 64] zur Modellierung und Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern verwendet.
Durch die Verwendung gedächtnisloser Nichtlinearitäten lassen sich in der Praxis höhere Ordnungen realisieren als mit Volterra-Kernen. Die Aufteilung in einen linearen und nichtlinearen Teil erschwert jedoch die Bestimmung der jeweiligen Größen. Zudem

1. N – Nichtlinear, L – Linear

können Intermodulationsverzerrungen, je nach Ansatz, nur begrenzt abgebildet werden.[63, 68] Oftmals werden mehrere Wiener-/Hammerstein-Systeme, teils mit unterschiedlichen Ordnungen, parallel verwendet um bessere Ergebnisse zu erzielen, wodurch der Aufwand zur Bestimmung wiederum zunimmt. Insgesamt zeigen Wiener-/Hammerstein-Systeme großes Potential, insbesondere bei Nichtlinearitäten höherer Ordnung. Die Vielzahl an Strukturen, die dem Grundschema der Wiener-/Hammerstein-Systeme folgen, die Vielzahl an Verfahren zur Parameterbestimmung und den daraus resultierenden Eigenschaften erschweren aber eine abschließende Bewertung.

3.5 Mehrfachkaskade (MK)

Ein weiterer Ansatz ist die Mehrfachkaskade (MK) nach [23], welche bereits in [77] zur Synthese und Analyse von Volterra-Reihen verwendet wurde. Dabei werden die Volterra-Kerne durch die multiplikative Verknüpfung linearer Systeme angenähert (siehe Abb. 3.1). Im zeitdiskreten Fall ergibt sich der Ausgang $y[n]$ für den Eingang $x[n]$ einer Mehrfachkaskade 3. Ordnung zu:

$$\begin{aligned} y[n] = & \sum_{i=0}^{N_a-1} a[i]x[n-i]+ \\ & \sum_{i=0}^{N_{b_p}-1} b_p[i] \sum_{j=0}^{N_b-1} b_1[j]x[n-i-j] \sum_{k=0}^{N_b-1} b_2[k]x[n-i-k]+ \\ & \sum_{i=0}^{N_{c_p}-1} c_p[i] \sum_{j=0}^{N_c+N_{c_m}-1} c_3[j]x[n-i-j] \sum_{k=0}^{N_{c_m}-1} c_m[k]\cdot \\ & \sum_{l=0}^{N_c-1} c_1[l]x[n-i-k-l] \sum_{m=0}^{N_c-1} c_2[m]x[n-i-k-m] \end{aligned} \tag{3.5}$$

Diese Struktur bietet zwar eine geringere Allgemeinheit als Volterra-Systeme, durch die geringere Komplexität lassen sich aber längere Systemlängen bzw. höhere Ordnungen realisieren. In der Praxis lassen sich so mit der MK mindestens vergleichbare, bei identischem Rechenaufwand oftmals sogar bessere Ergebnisse erzielen als mit Volterra-Systemen. [11, 12, 21 25, 39]

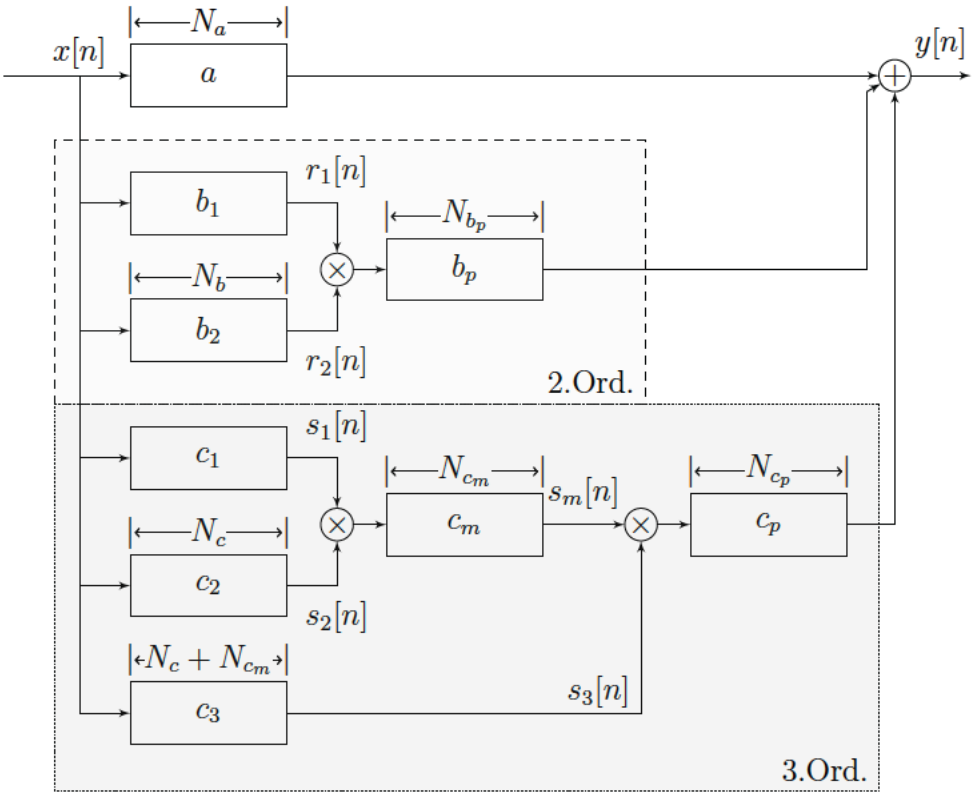

Abb. 3.1: Blockschaltbild einer Mehrfachkaskade 3. Ordnung

Durch die Kaskaden-Struktur lassen sich nicht alle Teilfilter der MK gleichzeitig mittels linearer Näherungsverfahren bestimmen. Um dennoch eine Bestimmung über Ein- und Ausgangsignale eines Systems zu ermöglichen, werden alle Teilfilter, bis auf einen pro Ordnung, als gegeben angenommen. Durch Umstellen von (3.5), Beispielhaft für b_2 und c_m, erhält man:

$$
\begin{aligned}
y[n] = &\sum_{i=0}^{N_a-1} a[i]x[n-i] + \\
&\sum_{k=0}^{N_b-1} b_2[k] \underbrace{\sum_{i=0}^{N_{b_p}-1} b_p[i] \sum_{j=0}^{N_b-1} b_1[j]x[n-i-j]x[n-i-k]}_{=v_2[n-k]} + \\
&\sum_{k=0}^{N_{c_m}-1} c_m[k] \left\{ \sum_{i=0}^{N_{c_p}-1} c_p[i] \sum_{j=0}^{N_c+N_{c_m}-1} c_3[j]x[n-i-j] \cdot \right. \\
&\left. \sum_{l=0}^{N_c-1} c_1[l]x[n-i-k-l] \sum_{l=0}^{N_c-1} c_2[m]x[n-i-k-m] \right\}_{=w_m[n-k]} \\
= &\sum_{i=0}^{N_a-1} a[i]x[n-i] + \sum_{k=0}^{N_b-1} b_2[k]v_2[n-k] + \sum_{k=0}^{N_{c_m}-1} c_m[k]w_m[n-k]
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

Entsprechende Umformungen ergeben sich auch für die restlichen Teilfilter, so dass sich der Ausgang $y[n]$ über

$$y[n] = h_1' u_1[n] = h_2' u_2[n] = h_3' u_3[n] = h_4' u_4[n] = h_5' u_5[n] \tag{3.7}$$

ausdrücken lässt, wobei $'$ die Transponierte anzeigt, mit den Vektoren

$$h_1 = \begin{bmatrix} a \\ b_p \\ c_1 \end{bmatrix}, h_2 = \begin{bmatrix} a \\ b_p \\ c_2 \end{bmatrix}, h_3 = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ c_m \end{bmatrix}, h_4 = \begin{bmatrix} a \\ b_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, h_5 = \begin{bmatrix} a \\ b_p \\ c_p \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

und

$$\begin{gathered} u_1[n] = \begin{bmatrix} \vec{x}[n] \\ v_p[n] \\ w_1[n] \end{bmatrix}, u_2[n] = \begin{bmatrix} \vec{x}[n] \\ v_p[n] \\ w_2[n] \end{bmatrix}, u_3[n] = \begin{bmatrix} \vec{x}[n] \\ v_1[n] \\ w_m[n] \end{bmatrix}, \\ u_4[n] = \begin{bmatrix} \vec{x}[n] \\ v_2[n] \\ w_3[n] \end{bmatrix}, u_5[n] = \begin{bmatrix} \vec{x}[n] \\ v_p[n] \\ w_p[n] \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{3.9}$$

wobei $\vec{x}[n]$ ein Vektor mit Verzögerungen des Eingangssignals $x[n]$ ist mit:

$$\vec{x}[n] = \begin{bmatrix} x[n] \\ x[n-1] \\ \vdots \\ x[n-(N_a-1)] \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Die Statusvektoren v_i der 2. Ordnung ergeben sich zu

$$\begin{aligned} v_1[n] &= R_1[n] b_p, \\ v_2[n] &= R_2[n] b_p \end{aligned} \tag{3.11}$$

und

$$v_p[n] = \begin{bmatrix} r_1[n] r_2[n] \\ r_1[n-1] r_2[n-1] \\ \vdots \\ r_1[n-(N_{b_p}-1)] r_2[n-(N_{b_p}-1)] \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Die Matrizen $R[n]_{1,2}$ lassen sich mittels

$$R_{1,2}[n] = \begin{bmatrix} r_{2,1}[n]\vec{x}[n] & r_{2,1}[n-1]\vec{x}[n-1] & \dots & r_{2,1}[n-N_{b_p}+1]\vec{x}[n-N_{b_p}+1] \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

bestimmen.
Entsprechend ergeben sich die Statusvektoren der 3. Ordnung w_i zu

$$\begin{aligned} w_1[n] &= S_1[n]c_{pm}, \\ w_2[n] &= S_2[n]c_{pm}, \\ w_3[n] &= S_3[n]c_p, \\ w_m[n] &= S_m[n]c_p, \end{aligned} \tag{3.14}$$

wobei $c_{pm} = c_p \otimes c_m$ das Kronecker-Produkt beschreibt.

$$w_p[n] = \begin{bmatrix} s_m[n]s_3[n] \\ s_m[n-1]s_3[n-1] \\ \vdots \\ s_m[n-(N_{c_p}-1)]s_3[n-(N_{c_p}-1)] \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Die Statusmatrizen der 3. Ordnung lassen sich über

$$S_{1,2}[n] = \begin{bmatrix} s_3[n]S_{11,22}[n] & s_3[n-1]S_{11,22}[n-1] & \dots & s_3[n-N_{c_p}+1]S_{11,22}[n-N_{c_p}+1] \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

bestimmen, mit

$$S_{11,22}[n] = \begin{bmatrix} s_{2,1}[n]\vec{x}[n] & s_{2,1}[n-1]\vec{x}[n-1] & \dots & s_{2,1}[n-N_{c_m}+1]\vec{x}[n-N_{c_m}+1] \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

die Statusmatrizen der übrigen Teilfilter werden mittels

$$\begin{aligned} S_3[n] &= \begin{bmatrix} s_m[n]\vec{x}[n] & s_m[n-1]\vec{x}[n-1] & \dots & s_m[n-N_{c_p}+1]\vec{x}[n-N_{c_p}+1] \end{bmatrix}, \\ S_m[n] &= \begin{bmatrix} s_3[n]s_{12}[n] & s_3[n-1]s_{12}[n-1] & \dots & s_3[n-N_{c_p}+1]s_{12}[n-N_{c_p}+1] \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.18}$$

gebildet.
Der N_{c_m}-dimensionale Vektor $s_{12}[n]$ wird analaog zu $\vec{x}[n]$ bzw. $v_p[n]$ aus dem Produkt der Ausgänge der Teilfilter $s_1[n]s_2[n]$ gebildet.
Auf Grundlage dessen lassen sich die einzelnen Teilfilter nun über lineare Näherungsverfahren bestimmen. Beim Vorliegen eines Datensatzes mit geeigneten Messsignalen, bietet sich der *Least-Squares*-Algorithmus an, der detailliert in [34] beschrieben und ausgearbeitet wird. Über die Normalengleichung (3.19) lassen sich die Teilfilter nun mittels Matrixinversion über ein weißes mittelfreies Rauschsignal mit *gaußförmiger* Amplitudenverteilung, bestimmen.

$$\begin{aligned} \Phi_i h_i &= \Theta_i \\ h_i &= \Phi_i^{-1}\Theta_i \end{aligned} \tag{3.19}$$

Die deterministische Autokorrelationsmatrix Φ_i und der deterministische Kreuzkorrelationsvektor Θ_i lassen sich über

$$\Phi_i = \sum_{n=N_{max}}^{L} u_i[n]u_i'[n] \qquad \Theta_i = \sum_{n=N_{max}}^{L} d[n]u_i[n] \tag{3.20}$$

berechnen, wobei $d[n]$ für das angestrebte Ausgangssignal, in der Regel das (verzögerte) Eingangssignal $x[n]$ oder das Ausgangssignal des zu modellierenden Systems, der MK steht.

Mit (3.9) ergibt sich die Gestalt von Φ_i zu

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \vec{x}\vec{x}' & \vec{x}v_i' & \vec{x}w_i' \\ v_i\vec{x}' & v_iv_i' & v_iw_i' \\ w_i\vec{x}' & w_iv_i' & w_iw_i' \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

Mit $(\vec{z}\vec{z}')' = \vec{z}'\vec{z}$ genügt es, die Teilmatrizen der oberen Dreiecksmatrix in (3.21) zu bestimmen, die verbleibenden Teilmatrizen lassen sich dann durch die transponierten Teilmatrizen oberhalb der Diagonale füllen. Die Autokorrelationsmatrix $\vec{x}\vec{x}$ bleibt für alle Φ_i unverändert und muss lediglich einmal berechnet werden.
Zur Anwendung auf die MK wird der Least-Squares-Algorithmus wiederholt für die Teilfilter angewendet, der iterative Least-Squares-Algorithmus nach[23]:
Zu Beginn werden die Teilfilter der MK einmalig initialisiert, die Koeffizienten müssen dabei ungleich Null sein, ansonsten würden Φ_i und Θ_i sich zu Null ergeben, wodurch (3.19) keine brauchbaren Ergebnisse liefern würde. Als nächstes werden Φ_1 und Θ_1 berechnet um mittels (3.19) die optimalen Koeffizienten für h_1 zu bestimmen. Mit den neuen Koeffizienten aus h_1 werden nun entsprechend Φ_2 und Θ_2 erstellt um die optimalen Koeffizienten für h_2 zu erhalten. Entsprechend wird mit den restlichen Koeffizienten in h_{3-5} verfahren. Dies wird so lange wiederholt bis der Fehler einen frei wählbaren Grenzwert unterschreitet oder eine maximale Anzahl von Iterationen erreicht wurde.
Ähnlich wie die Volterra-Kerne sind die Koeffizienten der Teilfilter des MK-Modells nicht eindeutig und wenig anschaulich. Zum anschaulichen Vergleich der Koeffizienten verschiedener MK-Modelle, werden die symmetrischen effektiven Volterra-Kerne betrachtet. Die effektiven Volterra-Kerne des MK-Modells ergeben sich nach [23] über:

$$\begin{aligned} h_1(\tau_1) &= a[\tau_1] \\ h_2(\tau_1,\tau_2) &= \sum_{i=0}^{N_{b_p}-1} b_p[i]b_1[\tau_1 - i]b_2[\tau_2 - i] \\ h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3) &= \sum_{i=0}^{N_{c_p}-1} c_p[i]c_3[\tau_1 - j] \sum_{j=0}^{N_{c_m}-1} c_m[j]c_1[\tau_2 - j - i]c_2[\tau_3 - j - i] \end{aligned} \tag{3.22}$$

Die eindeutige symmetrische Form lässt sich dann mittels (3.4) bestimmen.
In [21, 22, 25, 40] wurde die MK bereits zur Kompensation von Nichtlineariäten bei elektrodynamischen Lautsprechern verwendet. Grundsätzlich bietet sich die MK an, da sie zumindest die, oftmals dominanten, 2. und 3. Ord. frequenzabhängiger Harmonischer und Intermodulationsverzerrungen abbilden. Die Struktur scheint bei einer möglichen Implementierung ausreichende Systemlängen zu ermöglichen und auch Erweiterung auf höhere Ordnungen wären möglich. Durch den Einsatz bekannter linearer Näherungsverfahren zur Parameterbestimmung, scheint die Koeffizientenbestimmung einer auf der MK beruhenden Filterstruktur durch einmalige akustische Messung möglich, bietet aber auch die Möglichkeit adaptiver Ansätze.[23] Als allgemeiner Ansatz könnte die MK ggf. auch für andere Lautsprechertypen verwendet werden.

4. Methoden

Um die Eignung der Mehrfachkaskade weiter zu untersuchen, sollen einige Testreihen durchgeführt werden. Dazu werden die nötigen Messsignale und -parameter ausgewählt und beschrieben. Weiterhin wird die Implementierung des im Weiteren Verlauf verwendeten virtuellen Lautsprechers beschrieben und dessen Verhalten verifiziert. Zudem werden die Messaufbauten zur Untersuchung der Mehrfachkaskade erörtert.

4.1 Messsignale und -parameter

Im Folgenden sollen einige Messungen durchgeführt werden, um die nichtlinearen Eigenschaften von Lautsprechern und die Eigenschaften der MK näher betrachten zu können. Dafür sollen zunächst noch die interessierenden Parameter und jeweiligen Messsignale erörtert werden.
In der DIN EN 60268-5 [17] und IEC 268-2 [16] werden für die Messungen von Amplitudennichtlinearitäten verschiedene Parameter vorgeschlagen. Zur Betrachtung der Beiträge durch harmonische Verzerrungsprodukte bietet sich der Gesamtklirrfaktor THD an. Dieser ergibt sich über:

$$THD[\%] = \frac{\sqrt{p_{2f}^2 + p_{3f}^2 + \ldots + p_{nf}^2}}{p_g} \cdot 100 \tag{4.1}$$

Hierbei steht p_g für den gemessenen Effektivwert des Gesamtschalldrucks des Lautsprechers bei einer Anregung mit einem Sinussignal der Frequenz f und p_{nf} für den Effektivwert des Schalldrucks der n-ten Harmonischen, des Eingangssignals. Der so ermittelte Anteil der harmonischen Verzerrungen am Gesamtsignal wird in einem Graphen über der Anregungsfrequenz aufgetragen.
Zur Messung des Gesamtklirrfaktors können Sinussignale, bei unterschiedlichen festen Frequenzen, verwendet werden, die Messungen lassen sich dann mittels Fourier-Transformation auswerten. Damit lässt sich zum einen ein ausreichendes Einschwingen des Lautsprechers gewährleisten und, bei gleichzeitiger Messung der Membranauslenkung, lassen sich so auch der in DIN EN 62458 [18] vorgeschlagene Schwingspulenversatz, aus dem Gleichanteil des Spektrums, und die Auslenkung des Grundtons bestimmen,

welche Rückschlüsse auf die Gestalt der auslenkungsabhängigen Nichtlinearitäten ermöglichen. [50, 53]
Die Messung einzelner Frequenzen führt aber zu einer beschränkten Auflösung und, bei der Erhebung vieler Frequenzstützpunkte, zu langen Messungen. Deshalb bietet sich eine Messung mit gleitender Frequenz an. Wodurch eine schnelle Messung *aller* Frequenzen möglich wird. Neben sog. Sinussweeps mit linear über die Zeit ansteigender Frequenz, bietet sich insbesondere ein Sinussweep mit logarithmisch ansteigender Frequenz an.
Der in [20], ursprünglich zur Trennung der Verzerrungen des Messlautsprechers von der linearen Raumimpulsantwort, vorgeschlagene *logarithmische Sinussweep*, der Länge T in s, der Form:

$$s(t) = sin\left(2\pi f_1 L\left[e^{\frac{t}{L}} - 1\right]\right) \text{ mit } L = \frac{T}{ln(\frac{f_2}{f_1})} \tag{4.2}$$

Ermöglicht ein inverses Filter $\tilde{s}(t)$, so dass $s(t) * \tilde{s}(t) = \delta(t)$, durch *Umdrehen* des Messsignal $s(t)$ im Zeitbereich und eine Amplitudenkorrektur, um den höheren Energieeintrag bei tiefen Frequenzen auszugleichen.

$$\tilde{s}(t) = \frac{f_1}{L} e^{-\frac{t}{L}} s(-t) \tag{4.3}$$

So lässt sich die Impulsantwort $h(t)$ eines Systems über den Ausgang $y(t)$ bei Anregung mit $s(t)$ bestimmen über:

$$h(t) = y(t) * \tilde{s}(t) \tag{4.4}$$

Durch den logarithmischen Anstieg der Frequenz ergeben sich konstante Abstände zu den ganzzahligen Vielfachen, wodurch die Faltung in (4.4) anschaulich die Impulsantworten der Harmonischen vor den linearen Teil schiebt. Bei einem nichtlinearen System enthält $h(t)$, vor der Systemantwort des linearen Teils $h_1(t)$, noch die Impulsantworten $h_n(t)$ der Harmonsichen n-ter Ordnung. Wobei sich $h_n(t)$auch als Teilfilter eines Hammerstein-Systems betrachten lassen.[68, 69]

$$h_n(t) = h(t + L - \Delta t_n), \quad \Delta t_n = L\frac{ln(n)}{ln\left(\frac{f_1}{f_2}\right)} \tag{4.5}$$

Aus $h_n(t)$ lassen sich ebenfalls Gesamtklirrfaktor oder Klirrfaktoren n-ter Ordnung bestimmen. Die Länge des Sweeps wird über die Ordnung angezeigt, dabei besitzt ein logarithmischer Sinussweep n-ter eine Länge von 2^n Samples.
In den folgenden Untersuchungen werden die linearen Übertragungsfunktionen der Lausprecher, aus $h_1(t)$, bestimmt und über der Frequenz aufgetragen. Zur Betrachtung

der harmonischen Verzerrungen werden zusätzlich die Spektren der 2. und 3. Harmonischen, aus $h_2(t)$ und $h_3(t)$ berechnet und über der halben bzw. einer drittel Frequenz aufgetragen. So dass der Pegel der jeweiligen Harmonischen über der anregenden Frequenz aufgetragen wird.
Weiterhin werden in den entsprechenden Normen noch verschiedene Messungen zur Bestimmung von Intermodulationsverzerrungen vorgeschlagen. Dazu lassen sich zum einen Zweitonsignale verwenden, die eine einfache Bestimmung der Verzerrungsanteile ermöglichen. Alternativ lassen sich auch Mehrtonsignale verwenden, die aber so gewählt werden müssen, dass eine Trennung der Intermodulationsverzerrungen und Harmonischen von den Anregesignalen möglich ist. [3, 14, 15, 30, 53]
Zur Betrachtung der grundlegenden Eignung der MK zur Modellierung und Kompensation des nichtlinearen Lautsprecherverhaltens, sollte zunächst eine Beschränkung auf die harmonischen Verzerrung ausreichend sein, weshalb weitestgehend auf die Messung der Intermodulationsverzerrungen verzichtet werden soll. Zu Anschauungszwecken im späteren Verlauf werden noch die Spektren bei Anregung mit einem Zweitonsignal, bei festen Frequenzen, betrachtet.
Für die Bestimmung der Koeffizienten der MK benötigt der in Kap. 3.5 beschriebene iLS-Algorithmus entsprechende Rauschsignale. In [34] und [23] werden dafür weiße mittelwertsfreie Rauschsignale mit gaußförmiger Amplitudenverteilung empfohlen. Die für die folgenden Messungen nötigen gaußförmigen Rauschsignale wurden mittels der MATLAB internen Funktion `randn()` ertstellt. Die notwendige Begrenzung der so erstellten Datensätze auf Werte zwischen -1 und 1 erfordert einen Kompromiss zwischen guter Aussteuerung des DA-Wandlers und gleichzeitiger Wahrung der grundsätzlichen Form der Amplitudenverteilung. Dazu wurde die Standardabweichung von 1 auf 0,4 verringert und alle Werte unter -1 und über 1 wurden aus den Datensätzen entfernt. Bei den Messungen der virtuellen Lautsprecher war diese Begrenzung nicht nötig, weshalb die nötigen Rauschsignale direkt mit `randn()` erzeugt werden konnten.
In [23] werden noch weitere mögliche Messsignale erörtert, wesentlich ist dabei die Form der jeweiligen Autokorrelierten, weshalb auch Rauschsignale mit alternativen Amplitudenverteilungen in Frage kommen. Um ein Messsignal zu erhalten, mit dem der gesamte Bereich des DA-Wandlers gleichmäßig abgebildet wird, wurden zusätzlich mit `rand()` Datensätze mit einer gleichverteilten Amplitudenstatitstik, zwischen -1 und 1, erstellt.
Zwischenzeitliche Versuche mit nicht weißem Rauschen erwiesen sich als problematisch, weshalb diese zunächst nicht weiter verwendet wurden.

4.2 Virtueller Lautsprecher

4.2.1 Grundlagen

Um neben dem Schalldruck unkompliziert Auslenkung, Schnelle und Strom zu betrachten, wurde ein Lautsprecher-Modell nach [50] implementiert. Zudem lassen sich mit so einem virtuellen Lautsprecher Signale testen, ohne eine Beschädigung des realen Lautsprechers zu riskieren, auch lassen sich mögliche Störeinflüsse bei realen Messungen vermeiden. Zunächst sollte die Simulation eines elektrodynamsichen Lautsprechers in einer unendlich großen Schallwand genügen. Dadurch lässt sich der äquivalente Schaltkreis aus [50], auf den in Abb. 4.1 reduzieren.

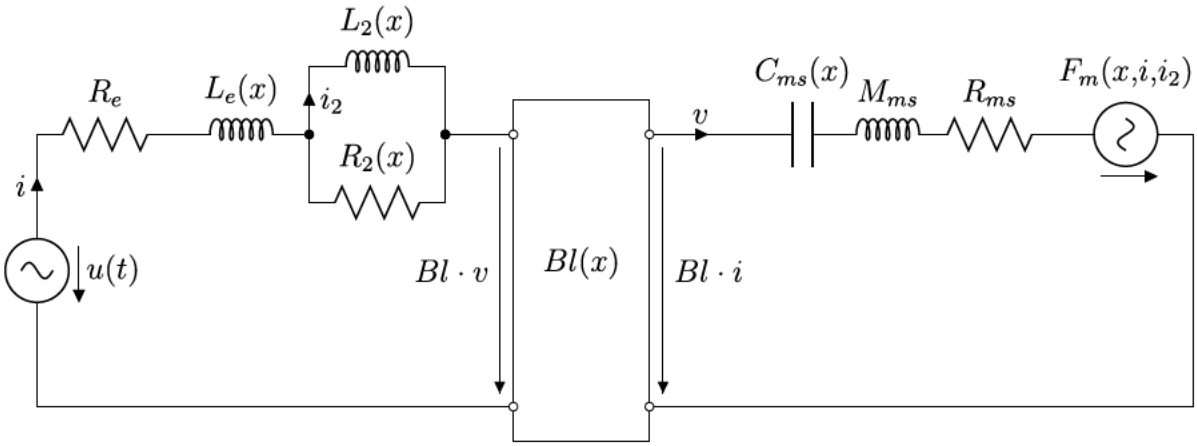

Abb. 4.1: Äquivalenter Schaltkreis zur Modellierung der elektrischen und mechanischen Ebene eines elektrodynamischen Lautsprechers

Die Reluktanzkraft $F_m(x, i, i_2)$ ergibt sich über:

$$F_m(x, i, i_2) = -\frac{i(t)^2}{2}\frac{\partial L_e(x)}{\partial x} - \frac{i_2(t)^2}{2}\frac{\partial L_2(x)}{\partial x} \tag{4.6}$$

Auf eine Modellierung der Temperaturabhängigkeit des Gleichstromwiderstandes R_e wie sie in [50] verwendet wurde, wurde bei der Implementierung mit Rücksicht auf die Komplexität verzichtet. Um im Ansatz den Einfluss durch eine erhöhte Spulentemperatur zu betrachten, werden manche Messreihen mit einem um bis zu 30 % konstant erhöhtem Gleichstromwiderstand R_e wiederholt.

Um mittels numerischer Verfahren die interessierenden Größen für beliebige Eingangsspannungen $u(t)$ berechnen zu können, bietet es sich an, die Gleichung, die sich über den äquivalenten Schaltkreis in Abb. 4.1 ergibt, für die interessierenden Größen in die allgemeine Zustandsraumdarstellung zu bringen:

$$\dot{\vec{z}} = a(z) \cdot \vec{z} + \vec{b}(z) \cdot u(t) \tag{4.7}$$

Hierbei zeigt $\dot{\vec{z}}$ das zeitliche Differential des Vektors $\vec{z}$ an, der die interessierenden Größen enthält und sich neben $\vec{b}$ ergibt zu:

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} v \\ x \\ i \\ i_2 \end{pmatrix}; \quad \vec{b}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L_e(x)^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

Über den äquivalenten Schaltkreis aus Abb. 4.1 ergibt sich die Matrix $a(z)$ aus (4.7) zu

$$a(z) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (C_{ms}(x) - M_{ms})^{-1} & -\dfrac{R_{ms}}{M_{ms}} & \dfrac{\frac{\mathrm{d}L_e(x)}{\mathrm{d}x} \cdot i}{2M_{ms}} + \dfrac{Bl(x)}{M_{ms}} & \dfrac{\frac{\mathrm{d}L_2(x)}{\mathrm{d}x} \cdot i_2}{2M_{ms}} \\ 0 & -\dfrac{\frac{\mathrm{d}L_e(x)}{\mathrm{d}x} \cdot i + Bl(x)}{L_e(x)} & -\dfrac{R_e + R_2(x)}{L_e(x)} & \dfrac{R_2(x)}{L_e(x)} \\ 0 & -\dfrac{\frac{\mathrm{d}L_2(x)}{\mathrm{d}x} \cdot i_2}{L_2(x)} & \dfrac{R_2(x)}{L_2(x)} & -\dfrac{R_2(x)}{L_2(x)} \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

Mittels des Gleichungssystems, welches sich aus (4.7 9) ergibt, lassen sich Membranauslenkung $x(t)$, Membranschnelle $v(t)$ und Strom $i(t)$ für beliebige Eingangsspannungen $u(t)$ bestimmen. Zur Modellierung des Fernfeldschalldrucks $p_{far}(t)$ kann der Lautsprecher, bei tiefen Frequenzen, als Volumenquelle in einer unendlichen Schallwand betrachtet werden. Um den Dopplereffekt zu modellieren ergibt sich der Fernfeldschalldruck p_{far}, nach Formel (3.14) in [66], in Abhängigkeit von der Messentfernung r und der momentanen Membranauslenkung $x(t)$ zu:

$$p_{far}(t, r) = \frac{\rho}{2\pi r} \frac{dq(t - \frac{r - x(t)}{c})}{dt} \tag{4.10}$$

wobei $q(t) = S_D v(t)$ den Volumenfluss beschreibt und c für die Schallgeschwindigkeit steht.

4.2.2 Implementierung

Für die Untersuchungen wurden die Formeln (4.7) und (4.10) in einem Matlab-Objekt (`@virtLS`) implementiert. Das Objekt enthält alle nötigen Lautsprecherparameter, sowie Ein- und Ausgangssignale. Die Auslenkungsabhängige Nachgiebigkeit $C_{ms}(x)$, Kraftfaktor $Bl(x)$ und Induktivität $L_e(x)$ werden in Tabellen hinterlegt und bei einem Zugriff auf die jeweilige Größe wird der Wert für die aktuelle Auslenkung x über eine lineare Interpolation bestimmt. Die Auslenkungsabhänigkeit von $L_2(x)$ und $R_2(x)$ wird, nach [53], mit

$$\frac{L_e(x)}{L_e(x=0)} \approx \frac{L_2(x)}{L_2(x=0)} \approx \frac{R_2(x)}{R_2(x=0)} \tag{4.11}$$

über das aktuelle $L_e(x)$ berechnet. Zum berechnen der Ausgangssignale (`play(obj)`), wird das Eingangssignal upgesampelt, um Aliasing durch zusätzliche Frequenzanteile im späteren Verlauf zu verhindern, dann wird das Lösungsystem aus (4.7) für das upgesampelte Eingangssignal mittels des MATLAB internen Solvers `ode45()` gelöst. Mit der berechneten Membranschnelle $v(t)$ und -Auslenkung $x(t)$ wird $p_{far}(t)$ über (4.10) berechnet. Abschließend werden die Ausgangssignale noch mit einem Antialiasing-Filter bandbegrenzt und auf die ursprüngliche Abtastrate gebracht. (siehe Anhang: `@virtLS`)
Zur Überprüfung der Eigenschaften des implementierten virtuellen Lautsprechers wurden die Messungen aus [50] mit dem virtuellen Lautsprecher wiederholt. Dem entsprechend wurden die in der folgenden Tabelle aufgeführten Lautsprecher-Parameter, der beiden Lautsprecher LS A und LS B, aus [50] übernommen.

Parameter	**LS A**	**LS B**	**Einheit**[2]
f_s	30.5	28.9	Hz
$Bl(x=0)$	7.43	4.99	N/A
$C_{ms}(x=0)$	1.28	3.69	mm/N
$L_e(x=0)$	0.47	0.32	mH
$L_2(x=0)$	0.32	0.16	mH
M_{ms}	21.1	8.21	g
R_e	3.54	5.99	Ohm
$R_2(x=0)$	2.18	1.37	Ohm
Q_{ms}	2.87	7.99	

Die auslenkungsabhängigen Parameter Nachgiebigkeit $C_{ms}(x)$, Kraftfaktor $Bl(x)$ und Induktivität $L_e(x)$ in Abb. 4.2 und Abb. 4.3 wurden ebenfalls aus [50] übernommen.

2. Für die Berechnungen müssen die jeweiligen kohärenten SI-Einheiten verwendet werden.

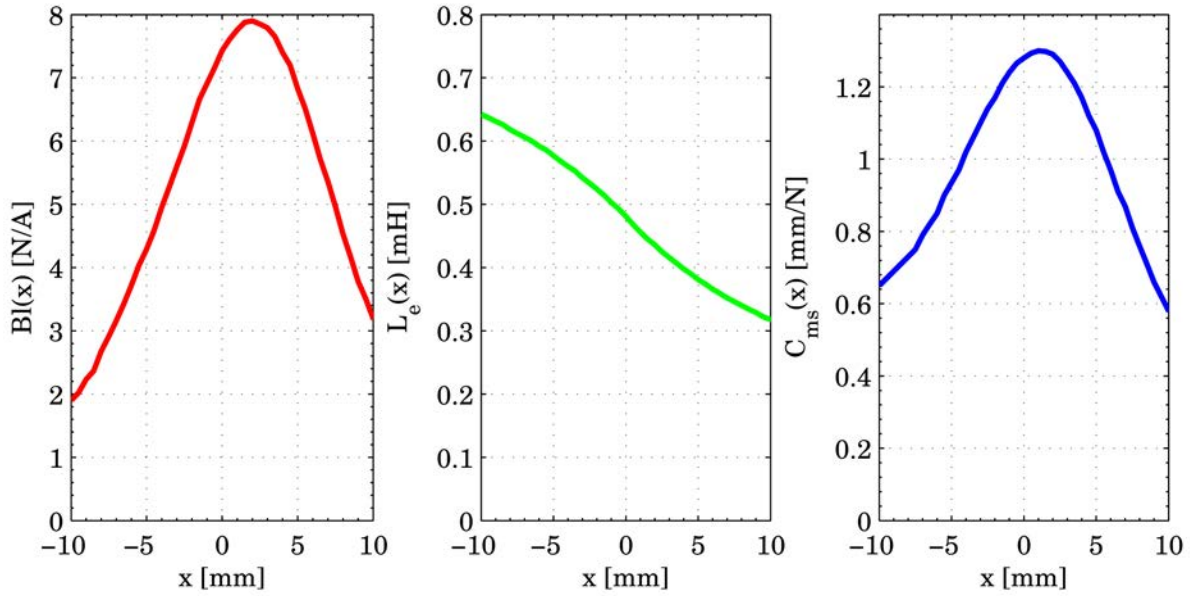

Abb. 4.2: Auslenkungsabhängiger Kraftfaktor Bl(x) in N/A(rot, links), Induktivität $L_e(x)$ in mH(grün, Mitte), Nachgiebigkeit $C_{ms}(x)$ in mm/N(blau, rechts) des virtuellen Lautsprechers A, Auslenkung x in mm

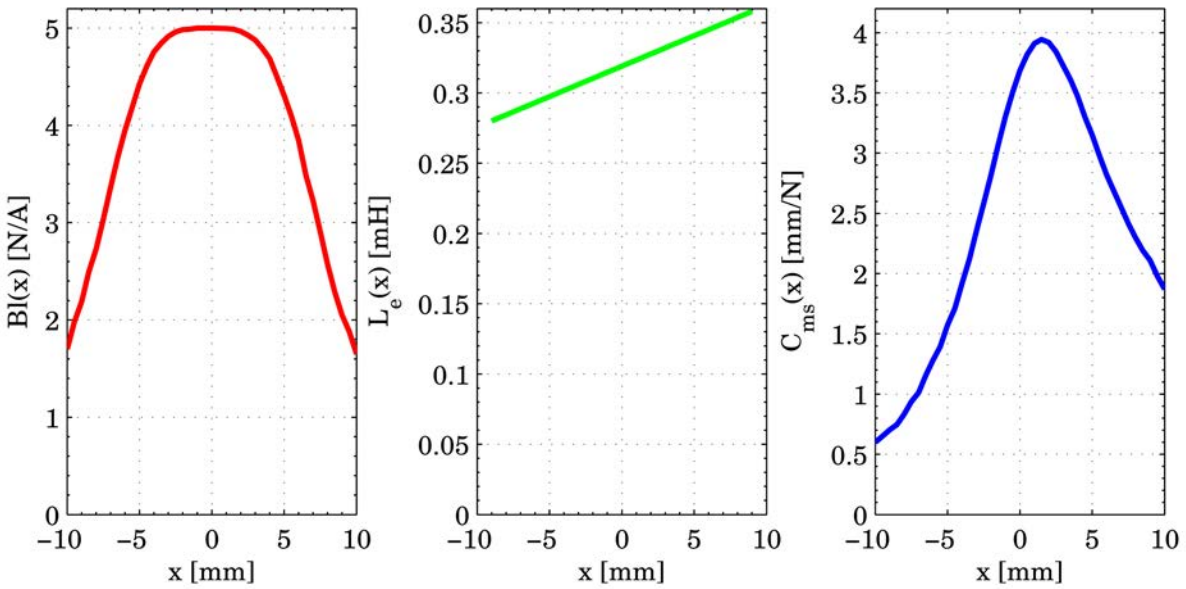

Abb. 4.3: Auslenkungsabhängiger Kraftfaktor Bl(x) in N/A(rot, links), Induktivität $L_e(x)$ in mH(grün, Mitte), Nachgiebigkeit $C_{ms}(x)$ in mm/N(blau, rechts) des virtuellen Lautsprechers B, Auslenkung x in mm

Zum Vergleich des implementierten virtuellen Lautsprechers mit dem Modell bzw. den realen Lautsprechern aus [50] wurden die entsprechenden Messungen mit dem virtuellen Lautsprecher wiederholt. Da die wesentlichen Einflussgößen des Lautsprecherverhaltens jenseits von 1 kHz nicht modelliert werden, wurde die Messung mit 16 kHz

Abtastrate durchgeführt, wodurch der wesentliche Teil der Harmonischen des interessierenden Frequenzbandes fehlerfrei abgebildet werden kann. Die frequenzabhängigen Parameter wurden mittels reiner Töne von 1,5 sec Länge für verschiedene Frequenzen und den in [50] verwendeten Spitzenspannungen gemessen. Mittels Fourier-Transformation wurden die Frequenzspektren für Auslenkung und Schalldruck der gemessenen reinen Töne ermittelt. Aus den Frequenzspektren wurden dann der Gleichanteil der Membranauslenkung, die maximale Membranauslenkung des Grundtons und der Gesamtklirrfaktor, einschliesslich der 5. Harmonischen, bestimmt.
Im Gegensatz zu [50] wurde das thermische Verhalten nicht im virtuellen Lautsprecher implementiert. Um daraus resultierende Abweichungen anzudeuten, wurden die Messungen mit erhöhtem R_e wiederholt. Auch wenn das thermische Verhalten weitaus komplexer ist [51], lässt sich so ein Toleranzbereich abschätzen.

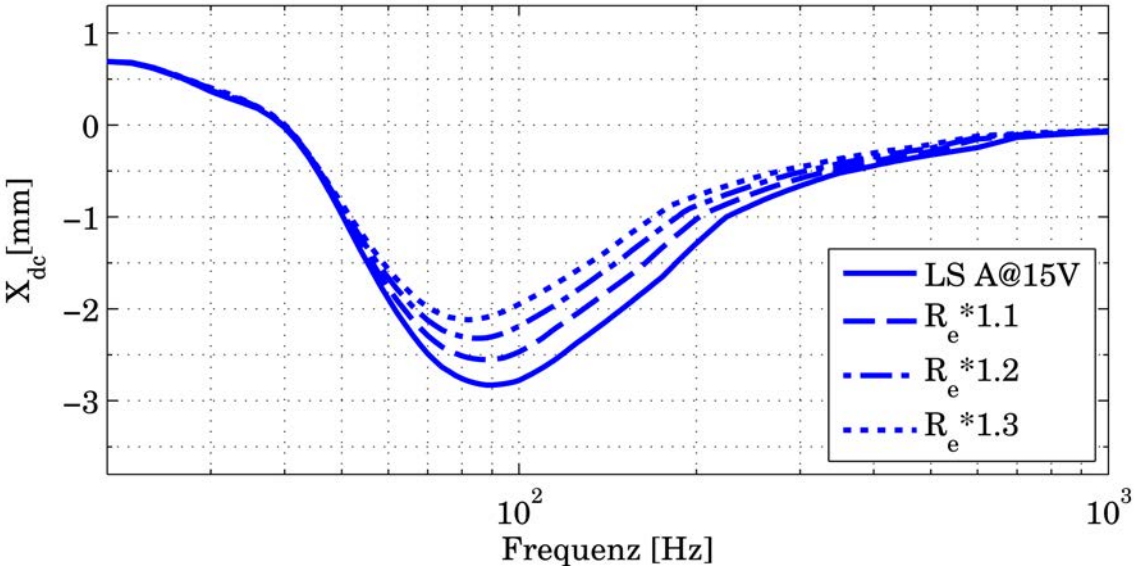

Abb. 4.4: Gleichanteil der Auslenkung des virtuellen Lautsprechers A in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–1000 Hz mit 15 V Amplitude. Für verschiedene äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

Die Grundsätzliche Form des frequenzabhängigen Gleichanteils des virtLS A in Abb. 4.4 entspricht der in Fig. 13 in [50]. Zwischen 20 40 Hz ist der Gleichanteil des virtLS etwa 0,1 mm höher als der des Modells aus [50], erreicht aber ebenfalls um die 40 Hz die 0 mm. Das Minimum des Gleichanteils des LS A Modells in [50] wird zwischen 80 90 Hz mit etwa -2,6 mm erreicht, beim virtLS A ergibt sich der identische Wert bei einem um 10 % erhöhten Gleichstromwiderstand, beim einfachen Gleichstromwiderstand ist der Gleichanteil etwas niedriger. Der Gleichanteil des virtLS A in Abb. 4.4 erreicht ebenso wie das Modell in [50], bei etwa 220 Hz wieder -1 mm.

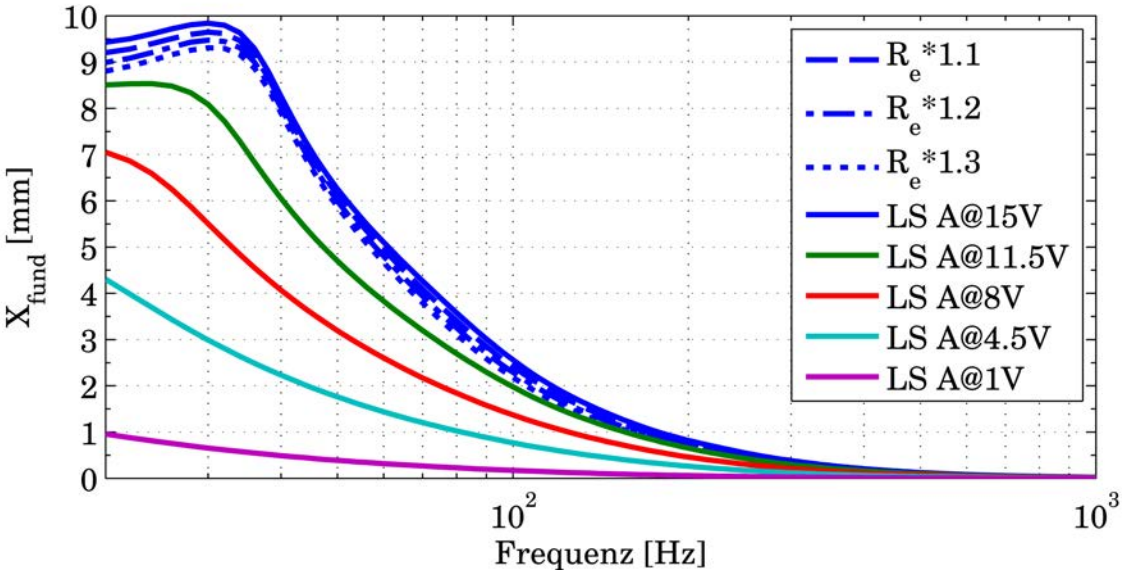

Abb. 4.5: Maximale Auslenkung des Grundtons des virtuellen Lautsprechers A in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–1000 Hz mit 15 V(blau), 11,5 V(grün), 8 V(rot), 4,5 V(türkis) und 1 V(violett) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

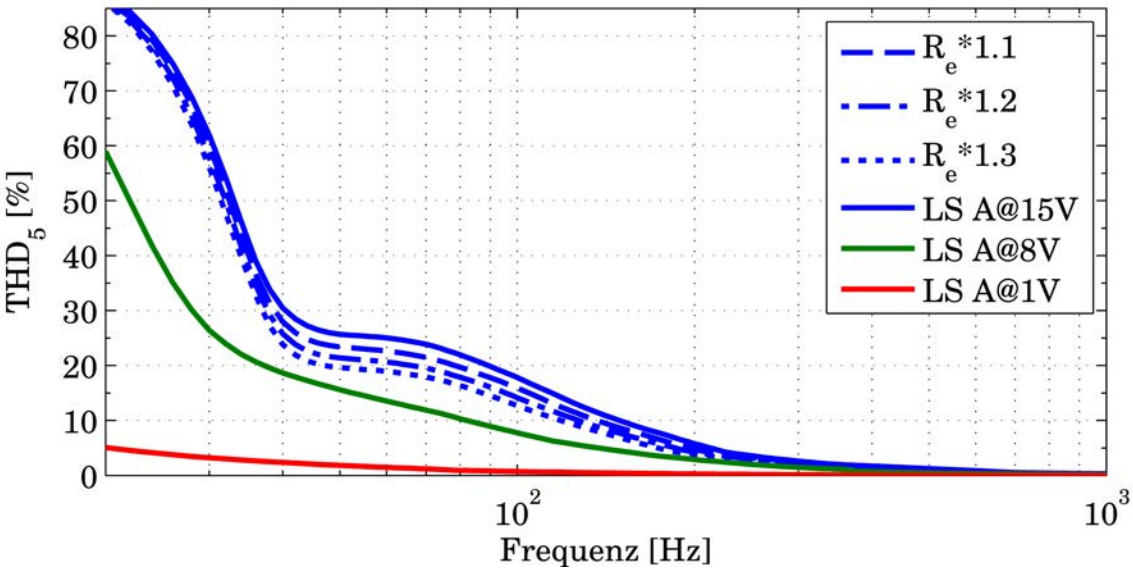

Abb. 4.6: Gesamtklirrfaktor THD_5 des virtuellen Lautsprechers A in %, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–1000 Hz mit 15 V(blau), 8 V(grün) und 1 V(rot) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

Die maximale Auslenkung des Grundtons des virtLS A in Abb. 4.5 entspricht bis auf minimale Abweichungen den Messergebnissen für den realen LS A, Fig. 12 in [50]. Das Modell in [50], liegt zwischen 20 40 Hz um bis zu 0,8 mm über dem virtLS A, jenseits der 40 Hz zeigen sich aber keine Unterschiede mehr.
Der Gesamtklirrfaktor des virtLS A in Abb. 4.6 liegt bei 20 Hz etwa 4 % über den Angaben für den LS A in Fig. 15 in [50]. Ab 30 Hz ergeben sich jedoch kaum noch Unterschiede in den Werten und dem Verlauf. Das Plateau zwischen 45 70 Hz liegt für den LS A in [50] bei etwa 25 % für eine Amplitude von 15 V. Für den virtLS A ergeben sich in diesem Bereich recht große Unterschiede zwischen den verschiedenen Gleichstromwiderständen. Bei einem um 20 % bzw. 30 % erhöhten Gleichstromwiderstand liegt der Gesamtklirrfaktor 3 5 % Unter den Angaben in [50], beim einfachen und um 10 % erhöhten Gleichstromwiderstand liegt der Gesamtklirrfaktor des virtLS A aber lediglich 1 % über bzw. unter den Werten in [50].

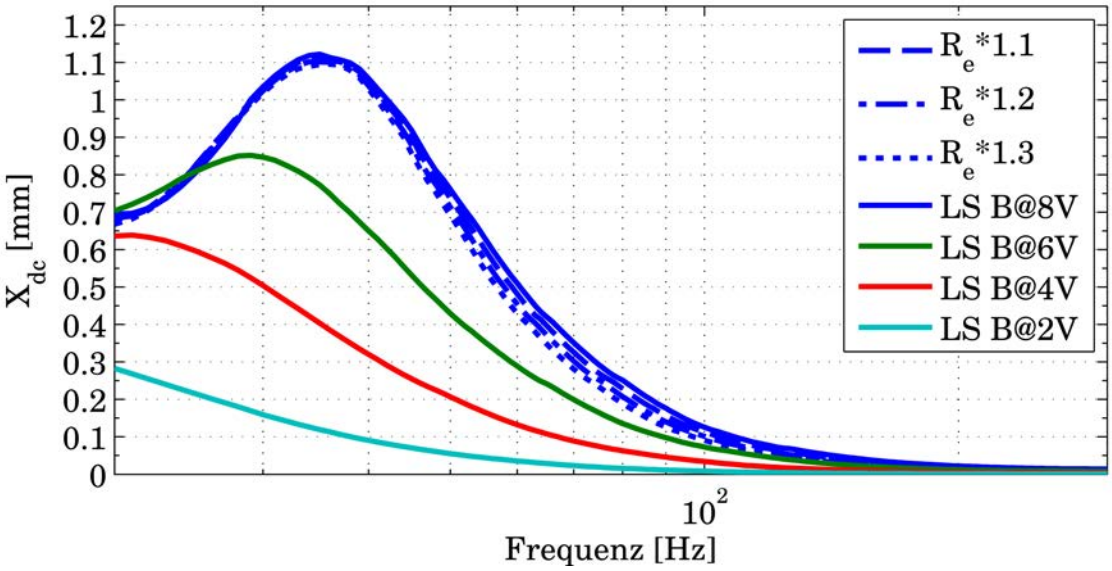

Abb. 4.7: Gleichanteil der Auslenkung des virtuellen Lautsprechser B in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot) und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 15 V für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

Der Gleichanteil der Auslenkung des virtLS B in Abb. 4.7 entspricht im wesentlichen der des LS B aus [50] in Fig. 25. Allerdings erreicht das Modell in [50] das Maxmimum von 1,1 mm, für 8 V Eingangspannung, bei 40 Hz, während der virtLS B dieses bereits bei etwa 35 Hz erreicht. Ingesamt wirkt der Verlauf des virtLS B bei 8 V um 5 Hz *verschoben*, die Grundform und die Verläufe bei geringeren Amplituden in Abb. 4.7 entsprechen aber denen in [50].

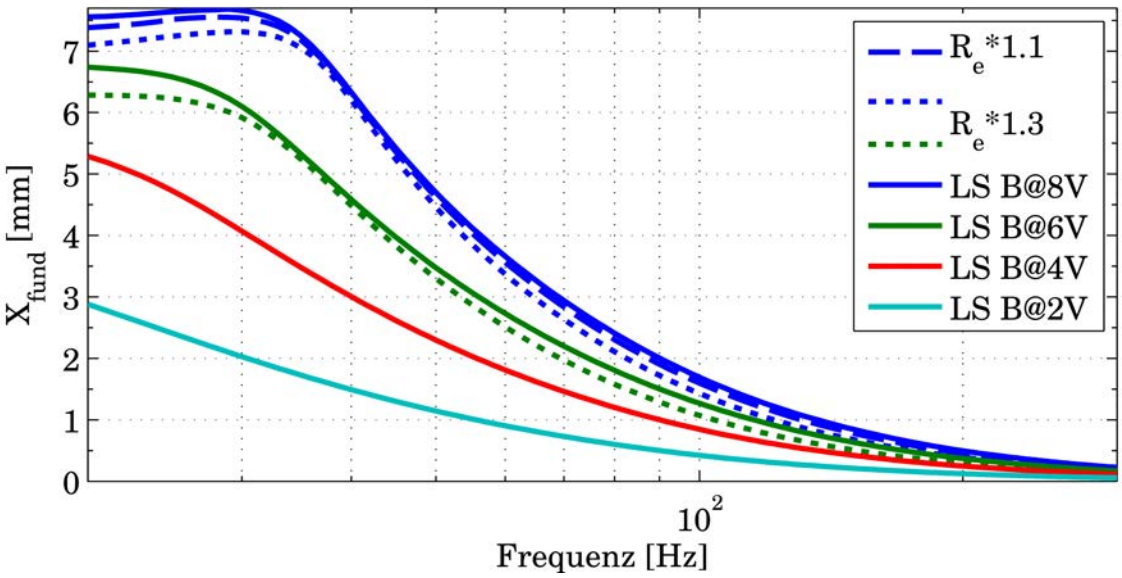

Abb. 4.8: Maximale Auslenkung des Grundtons des virtuellen Lautsprechers B in mm, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot)und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 8 V(blau) und 6 V(grün) für höhere äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

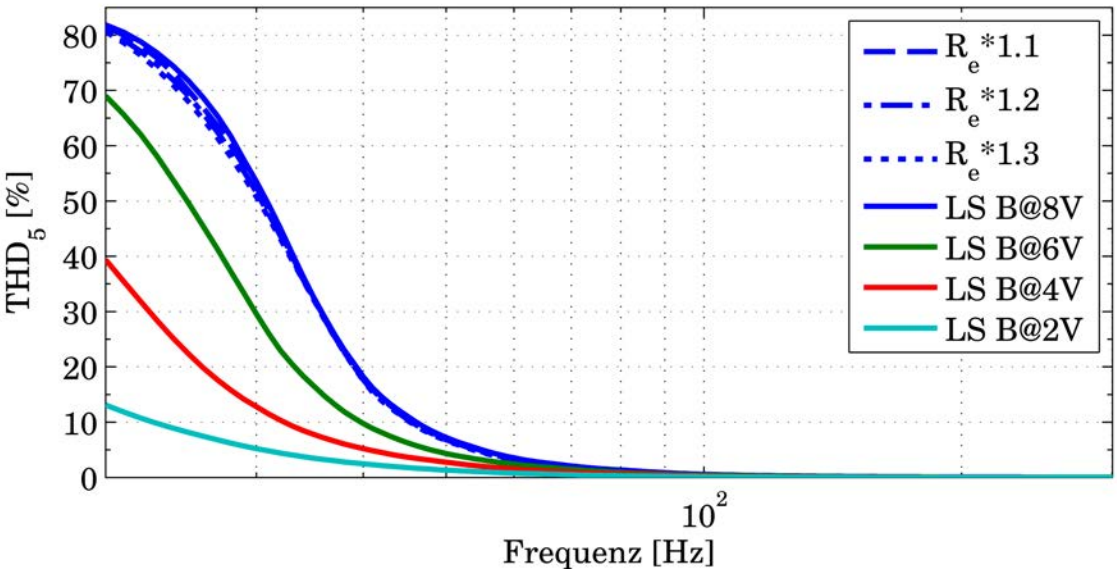

Abb. 4.9: Gesamtklirrfaktor THD_5 des virtuellen Lautsprechers B in %, bei Anregung durch reine Töne mit Frequenzen von 20–300 Hz mit 8 V(blau), 6 V(grün), 4 V(rot) und 2 V(türkis) Amplitude. Anregung mit 8 V für verschiedene äquivalente Gleichstromwiderstände R_e

Die maximale Auslenkung des Grundtons des virtLS B in Abb. 4.8 liegt für den einfachen Gleichstromwiderstand ca. 0,5 mm über denen des LS B in Fig. 24 in [50], beim um 30 % erhöhten Gleichstromwiderstand verringert sich die Abweichung jedoch auf etwa 0,1 mm. Die konstanten Bereiche der maximalen Auslenkung, bei den höheren Eingangsamplituden, zwischen 20 40 Hz und die Abstände zwischen den Amplitudenstufen entsprechen denen in [50].
Zwischen dem Gesamtklirrfaktor des virtLS B in Abb. 4.9 und den Angaben für den LS B in [50] in Fig. 26 ergeben sich maximal Abweichungen um 1 %.
Insgesamt zeigen sich zwischen dem implementierten virtuellen Lautsprecher und dem Modell aus [50] bei den vorgenommenen Messungen nur geringe Unterschiede. Ein Teil dieser Unterschiede lässt sich wohl auf die fehlende thermische und Gehäuse Modellierung zurückführen. Zudem kann es beim Übertragen der nichtlinearen Parameter in Abb. 4.2 und Abb. 4.3 aus den Grafiken in [50] zu Ablese- oder Rudungsfehlern gekommen sein. Wie Abb. 5.14 und Abb. 5.15 zeigen, führt eine Zweitonanregung beim virtuellen Lautsprecher auch zu den üblichen Intermodulationsprodukten. Folglich sollte der virtuelle Lautsprecher weitestgehend den Eigenschaften des Modells in [50] entsprechen und im Weiteren Verlauf ausreichend sein, um das nichtlineare Verhalten von elektrodynamischen Lautsprechern zu simulieren.

4.3 Modellierung und Kompensation mittels Mehrfachkaskade

Für die folgendenden Untersuchungen wurde die Struktur einer Mehrfachkaskade 3. Ord., nach Abb. 3.1 bzw. (3.5), als MATLAB-Objekt(@MK) implementiert. In dem Objekt werden die Koeffizienten der linearen Teilfilter hinterlegt und mit filter(obj, x) lässt sich der Ausgang der MK für beliebige Eingänge berechnen.
Zur Koeffizientenbestimmung wurde der iterative Least-Squares-Algorithmus (vgl. Kap. 3.5) für das `@MK`-Objekt implementiert.(`mkls(obj, x, d)`) Anfängliche Versuche mit dem in [22, 23] beschriebenen adaptiven LMS-Algorithmus konnten keine brauchbaren Ergebnisse liefern und wurden zunächst nicht weiter verfolgt.
Zur Kompensation der Nichtlinearitäten bei elektrodynamischen Lautsprechern wird in [21, 22] ein zweistufiges Verfahren vorgeschlagen, bei dem zunächst ein MK-Modell des Lautsprechers bestimmt wird, dessen Koeffizienten dann in einer Filterstruktur, siehe Abb. 4.15, zur Kompensation der Nichtlinearitäten verwendet werden. Deshalb sollen zunächst Modelle für die untersuchten Lautsprecher erstellt werden.
In [23] wird zudem ein direkter Ansatz vorgeschlagen, bei dem die Koeffizienten der MK, mittels Ein- und Ausgangssignal, so bestimmt werden, dass diese direkt als Filter zur Kompensation des linearen und nichtlinearen Verhaltens verwendet werden können.
Für die Untersuchungen in [23] wurden die Längen der Teilsysteme zu $N_a = 59$, $N_{c_p} = N_{b_p} = 25$, $N_c = N_b = 30$ und $N_{c_m} = 1$ gewählt und für den Least-Squares-Algorithmus ein 30000 Samples langes Anregesignal verwendet. Die Membranschnelle des

untersuchten Lautsprechers wurde mittels eines Laservibrometers bei einer Abtastrate von 4 kHz bestimmt.
Bei den folgenden Untersuchungen wird der Schalldruck mit Abtastraten von 44,1 kHz bei den realen, und 16 kHz bei den virtuellen Lautsprechern gemessen. Um vergleichbare Systemlängen zu erzielen, wurden die Längen der Teilfilter der verwendeten MK zu $N_a = 2000$, $N_{c_p} = N_{b_p} = 850$, $N_c = N_b = 1000$ und $N_{c_m} = 50$ gewählt und der iterative Least-Squares-Algorithmus wurde mit Anregungssignal von 230000, bei den realen bzw. 200000 Sampels bei den virtuellen Lautsprechern durchgeführt.
Im Weiteren werden die durchgeführten Versuchsaufbauten und Messungen zur Modellierung und Kompensation von Lautsprechern mittels der MK erläutert.

4.3.1 Modellierung von realen Lautsprechern

Die Eigenschaften der Mehrfachkaskade sollen zunächst mit einigen Messungen realer Lautsprechern überprüft werden. Gemessen wurde der Schalldruck zweier Lautsprecher. Zum einen ein günstiger elektrodynamischer Breitbandlautsprecher (BB) in einem kleinen Bassreflex-Gehäuse mit integriertem Verstärker. Weiterhin wurden der als Air-Motion-Transformer aufgebaute Hochtöner (HT) und der elktrodynamsiche Tieftöner (TT) im Bassreflex-Gehäuse eines zwei-Wege Studio-Monitors gemessen. HT und TT wurden dazu getrennt über eine externe Endstufe angesteuert. Zur Vermeidung von Raumeinflüssen wurden die Messungen im reflexionsarmen Raum der Technischen Universtät Berlin durchgeführt. Für die Messungen wurde das Messmikrofon mit Druckempfängerkapsel in ca. 2 cm(near) und 1 m(mid) vor den Lautsprechern aufgebaut, für den Tieftöner wurden zusätzlich noch Messungen in 8 m(far) durchgeführt.
Die Lautsprecher bzw. Verstärker und das Mikrofon wurden über Audio-Interface mit einem PC verbunden, über den die Messsignale wiedergegeben und erfasst wurden. Zur Kalibrierung der Messdaten wurden für die jeweiligen Einstellungen des, in das Audio-Interface integrierten, Vorverstärkers Messungen mit einem Kalibrator erfasst.
Für Alle Lautsprecher wurde ein logharithmischer Sinussweep 18. Ord. zwischen 20 20000 Hz und ein jeweils 5 s langes weißes Rauschssignal, mit gauß-(GAUSS) und gleichförmiger(RECT) Amplitudenverteilung gemessen.
Die Messungen wurden jeweils mit einer initalen(int) und einer erhöhten(full) Verstärkung durchgeführt, dabei blieb der Ausgang des Audio-Interfaces unverändert.
Alle Messungen wurden mit einer Abtastrate von 44,1 kHz und 24 Bit Wortbreite durchgeführt.
Zum späteren Vergleich mit dem Ausgang der bestimmten MK-Modelle mit den gemessenen Lautsprechern, wurden über die gemessenen Sweeps die linearen Übertragungsfunktionen und die Harmonischen für die verschiedenen Lautsprecher und Verstärkungen bestimmt.(Abb. 4.10 12)

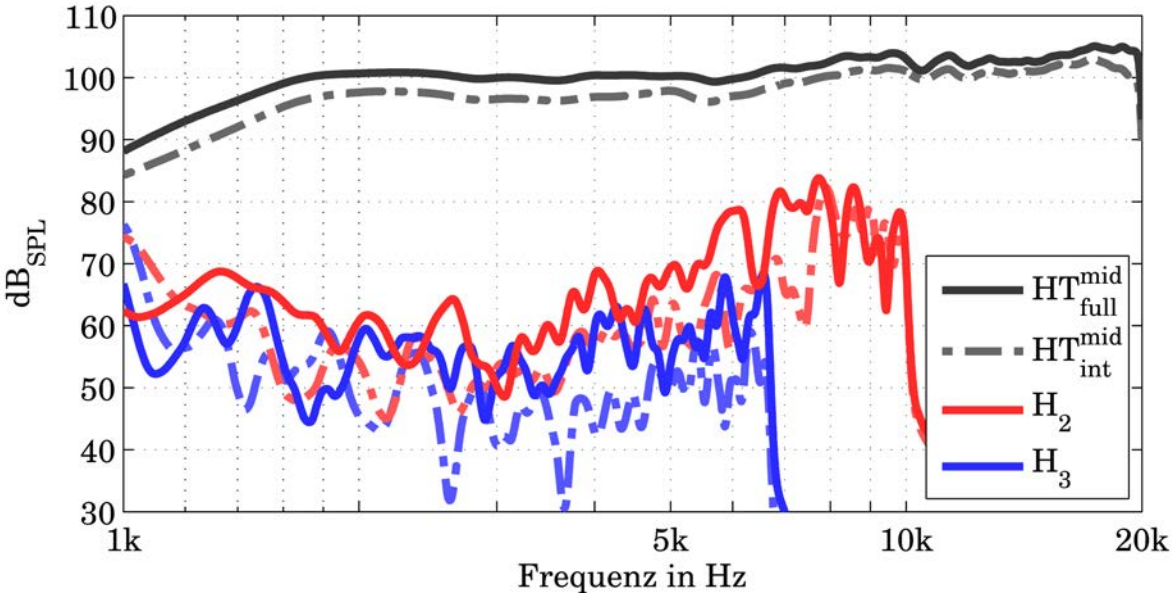

Abb. 4.10: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Hochtöners in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20–20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung.

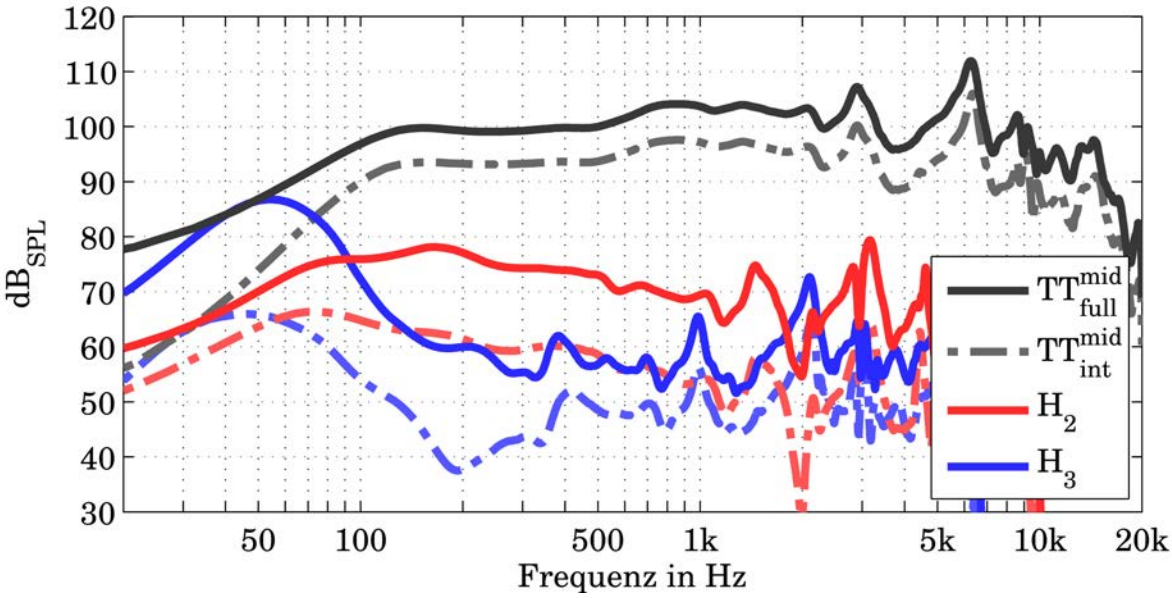

Abb. 4.11: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Tieftöners in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20–20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung.

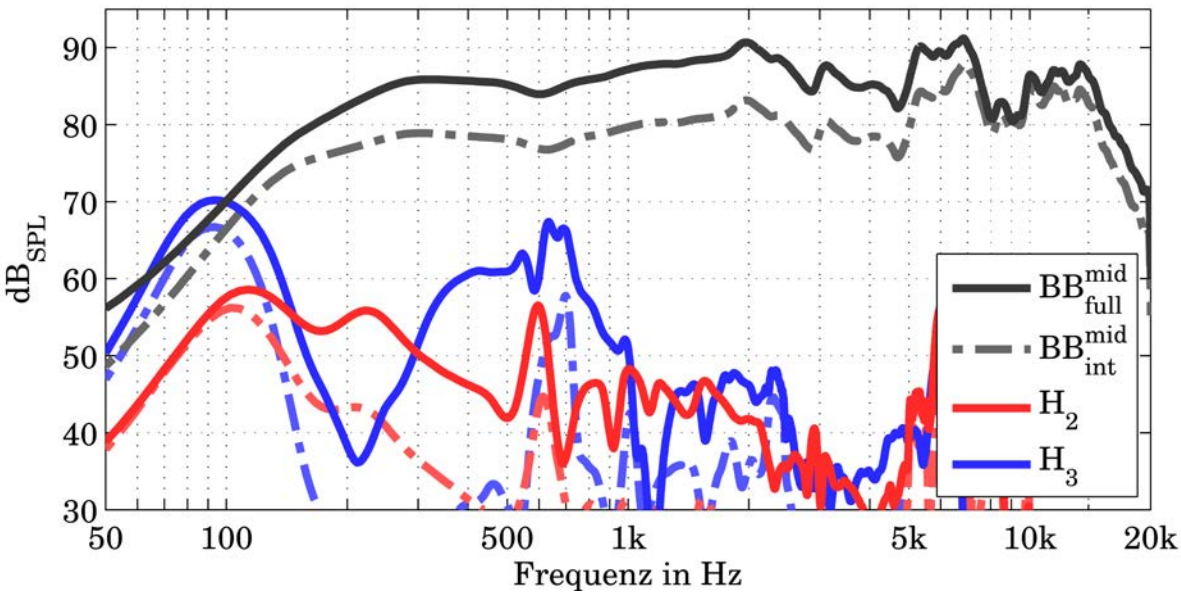

Abb. 4.12: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungsanteile des Breitbandlautspreches in dB_{SPL}, gemessen in 1m Entfernung mit einem logarithmischen Sinussweep von 20–20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller (schwarz) und initialer (schwarz, Punkt-Strich) Ansteuerung.

Mit den gemessenen Rauschsignalen wurden mittels `mkls()` die Koeffizienten der MK-Modelle für die verschiedenen Verstärkungsstufen und Entfernungen bestimmt. Zunächst wurden nur 100000 Samples für die Bestimmung verwendet, bessere Ergebnisse ließen sich jedoch mit 230000 Samples erzielen. Außerdem erwies es sich als hilfreich, die Verzögerung zwischen Eingangs- und Zielsignal des iLS so zu wählen, dass sich eine gewisse Einschwingzeit für die MK ergibt, deshalb wurden die Modelle jeweils für Verzögerungen von 2 und 25 Samples bestimmt. Die ermittelten Datensätze der bestimmten MK-Modelle finden sich im Anhang.(/MKDaten/MKmod/LS)
Bei der Bestimmung mit den 100000 Samples langen Signalen wurden 500 Iterationen des iLS durchgeführt, so dass jedes Teilfilter mindestens 100 mal optimiert wird. In der Entwicklung des Abbildungsfehlers über die Iterationen ergaben sich nach 250 Iterationen keine wesentlichen Veränderungen mehr, weshalb im Weiteren nur noch 250 Iterationen, also mindestens 50 Optimierungen der Teilfilter, durchgeführt wurden. Die Fehlerentwicklungen über die Iterationen, der jeweiligen Modelle finden sich im jeweiligen Unterordner in den qwe-Ordnern im digitalen Anhang.
Um die Eigenschaften der bestimmten MK-Modelle mit den gemessenen realen Lautsprechern zu vergleichen, wurden die MK-Modelle auf Sinussweeps angewendet. Hier konnten jedoch verschiedene Eingangsamplituden gewählt werden, weshalb jeweils Sweeps mit 1 V für beide virtLS und 15 V bei virtLS A bzw. 8 V, mit den entsprechenden MK-Modellen gefiltert wurden.

4.3.2 Modellierung des virtuellen Lautsprechers

Da es bei den Messungen mit den realen Lautsprechern zu einigen Problemen kam, wurden weitere Versuche mit den in Kap. 4.2 beschriebenen virtLS A und B durchgeführt. Um bei gleicher Koeffizientenzahl der Teilfilter höhere Systemlängen abbilden zu können, wurden die Versuche mit den virtuellen Lautsprechern mit einer Abtastrate von 16 kHz durchgeführt.

Zunächst wurden die linearen Übertragungsfunktionen und Harmonischen des Lautsprechers, zum späteren Vergleich mit dem MK-Modell, mittels eines Sinussweeps bestimmt. Dazu wurde ein logarithmischer Sinussweep 20. Ordnung zwischen 10 8000 Hz, für jeweils drei verschiedenen Eingangsamplituden für virtLS A, mit 1 V, 4,5 V, 15 V, und virtLS B, mit 1 V, 4 V und 8 V, simuliert. (siehe Abb. 4.13/14)

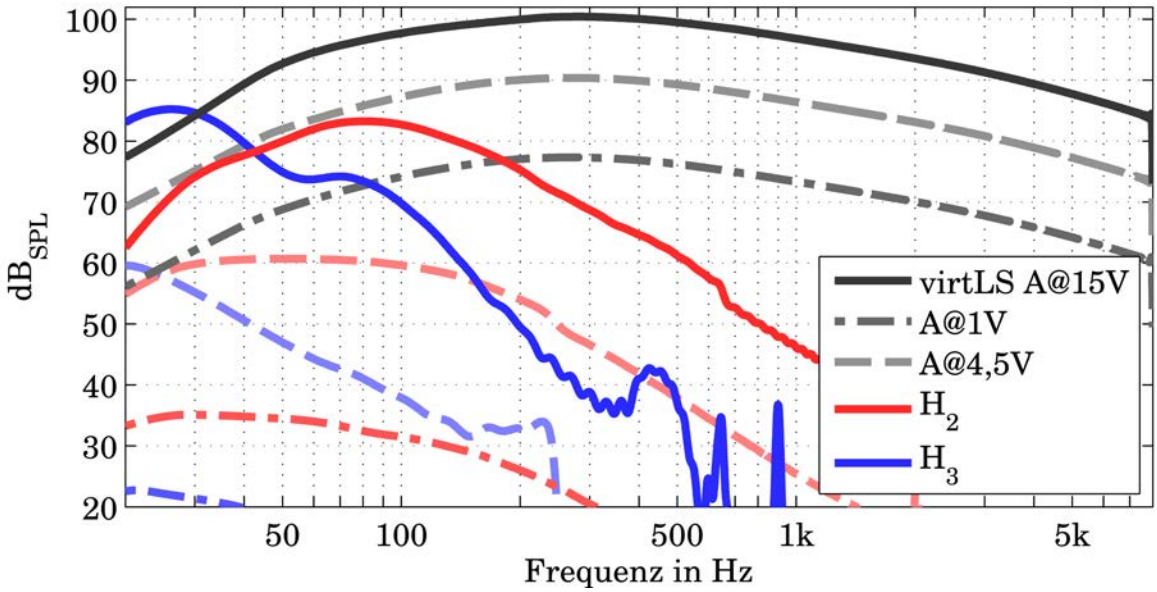

Abb. 4.13: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V(schwarz), 1 V(schwarz, Punkt-Strich) und 4,5 V(grau, Strich-Strich) Spitzenspannung.

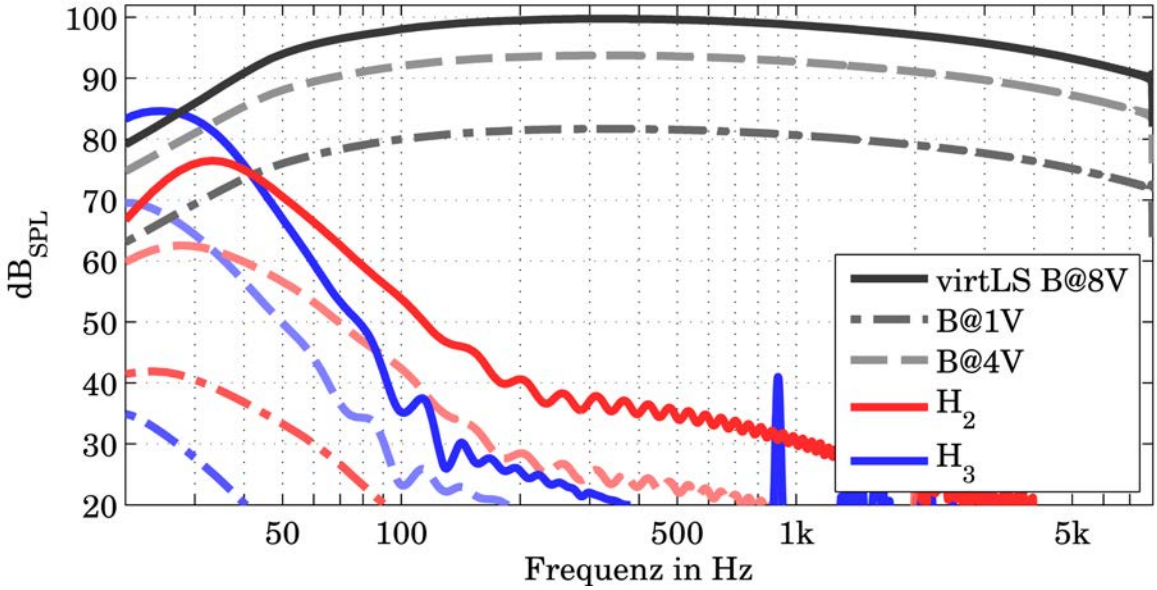

Abb. 4.14: Lineare Übertragungsfunktion (schwarz/grau) und Schalldruck der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B in dB_{SPL} , gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V(schwarz), 1 V(schwarz, Punkt-Strich) und 4 V(grau, Strich-Strich) Spitzenspannung.

Zur Bestimmung der MK-Modelle für die virtuellen Lautsprecher wurden noch Rauschsignale über den virtLS wiedergegeben. Hierfür wurden wieder ein weißes Rauschen mit gleichförmiger(RECT) und gaußförmiger(GAUSS) Amplitudenverteilung verwendet. Wobei hier das gaußförmige Signal nicht in der Amplituden begrenzt wurde, weshalb hier die Standardabweichung entsprechend erhöht wurde. Gemessen wurden beide Signale mit verschiedenen Amplituden(RECT) bzw. Standardabweichungen(GAUSS). Für virtLS A mit 1 V, 8 V und 15 V und bei virtLS B mit 1 V, 4 V und 8 V.
Mit den gemessenen Rauschsignalen wurden mittels `mkls()` die Koeffizienten der MK-Modelle für die verschiedenen gemessenen Eingangspegel für die virtLS A und virtLS B bestimmt. Analog zu den Messungen beim realen Lautsprecher wurden zunächst nur 100000 und anschließend 200000 Samples für den iLS verwendet. Ebenso wurden Verzögerungen von 2 bzw. 25 Samples verwendet. Die Datensätze der bestimmten MK-Modelle finden sich im Anhang.(/MKDaten/MKmod/virtLS)
Bei der Bestimmung mittels iLS wurden 250 Iterationen durchgeführt, also mindestens 50 Optimierungen pro Teilfilter. Die Fehlerentwicklung über die Iterationen für die jeweiligen MK-Modelle finden sich in den qwe-Ordnern im digitalen Anhang.
Zum Vergleich der so bestimmten MK-Modelle mit den virtuellen Lautsprechern, wurden wieder die entsprechenden Sinussweeps mit den bestimmten MK-Modellen gefiltert. Zur anschaulichen Betrachtung der Intermodulationverzerrungen wurde noch ein Signal aus zwei Sinustönen, mit 50 Hz und 1 kHz, mit einer jeweiligen Amplitude von 7,5 V bei virtLS A und 4 V bei virtLS B wiedergegeben und mittels eines MK-Modells gefiltert.

4.3.3 Kompensationsfilter für den virtuellen Lautsprecher

Zur Kompensation des linearen und nichtlinearen Lautsprecherverhaltens wurde zunächst der einstufige Ansatz verfolgt, bei dem die Koeffizienten des späteren MK-Filters direkt über Ein- und Ausgangssignale bestimmt werden. Dafür wurden die bereits bei der Modellierung verwendeten Messsignale der realen und virtuellen Lautsprecher verwendet. Bei der Bestimmung der Koeffizienten wurden die Eingangssignale der Lautsprecher jedoch als angestrebtes Ausgangssignal $d[n]$ und die gemessenen Ausgangssignale der Lautsprecher als Eingangssignal $x[n]$ für den iLS verwendet, vgl. Kap. 3.5. Die Bestimmung und Anwendung erwies sich jedoch als problematisch, einerseits ergaben sich in den linearen Teilen bei tiefen Frequenzen extreme Verstärkungen. Hinzu kamen Unklarheiten bezüglich einer geeigneten Skalierung zum Ausgleich der unterschiedlichen Einheiten und Wertebereiche der Ein- und Ausgangssignale. Weshalb die so ermittelten MK-Filter zunächst nur als nachgeschaltetes Filter auf die für die Lautsprecher gemessenen Sinussweeps angewendet wurden. Teilweise lässt sich dabei eine Entzerrung des linearen Teils beobachten, eine Verringerung der Verzerrungsanteile lässt sich jedoch nicht erkennen. Die entsprechenden MKDaten (MKxdinv) und Grafiken (Kap43/433) finden sich im Anhang.

Um dennoch die MK auch als vorgeschaltetes Filter benutzen zu können, wurde noch der zweistufige Ansatz aus [22] umgesetzt. Dazu wurde die entsprechende Struktur (siehe Abb. 4.15), mit der eine Kompensation der Nichtlinearitäten 2. Ord. möglich ist, für das `@MK`-Objekt implementiert, (`invmk(obj, x, delta)`), so dass dieses Pre-Filter, nach der Modellierung, auf beliebige Eingänge angewendet werden kann.

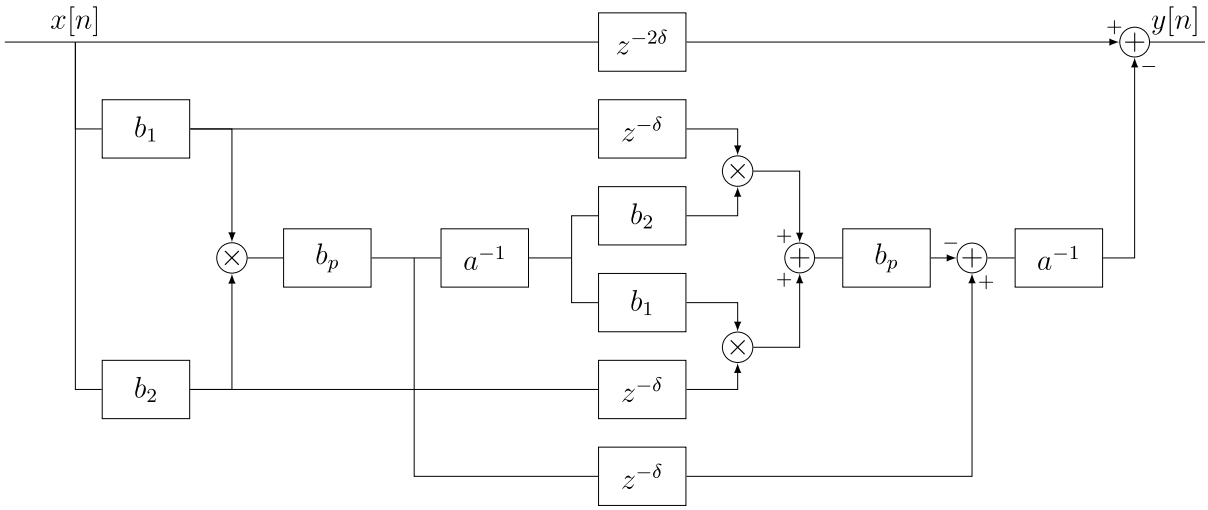

Abb. 4.15: Struktur des Pre-Filters mit den Teilfiltern der 2. Ordnung der MK b_i, der Inversen des linearen Teils a^{-1} und den Verzögerungsgliedern $z^{-\delta}$. Struktur nach [22]

Für die Versuche wurden die *besten* MK-Modelle, die zuvor für virtLS A und B bestimmt wurden, ausgewählt und für die Pre-Filter verwendet. Die Pre-Filter wurden dann jeweils auf einen 1 V- und 8 V-Sinussweep bei virtLS B bzw. 15 V bei virtLS A

angewendet. Die so vorverzerrten Sinussweeps wurden anschließend über die virtLS wiedergegeben. Um die Eigenschaften des Filters bei einem Anstieg der Spulentemperatur abschätzen zu können, wurden die vorverzerrten 8/15 V-Sinussweeps erneut mit einem konstant um 30 % erhöhtem Gleichstromwiderstand R_e der virtLS wiedergegeben.
Zusätzlich wurde hier noch das Pre-Filter auf ein Signal aus zwei Sinustönen, mit 50 Hz und 1 kHz, mit einer jeweiligen Amplitude von 7,5 V bei virtLS A und 4 V bei virtLS B, angewendet und über die virtLS wiedergegeben.

5. Ergebnisse

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen dargestellt werden. Zum anschaulichen Vergleich der Koeffizienten der bestimmten MK-Modelle wurden die symmetrischen effektiven Volterra-Kerne 2. Ordnung berechnet.(`mk2vt(obj)`, vgl. (3.4) und (3.22)) Die Volterra-Kerne der verschiedenen Modelle finden sich im Anhang in den jeweiligen Unterordnern in den qwvt-Ordnern. Weiterhin werden die linearen Übertragungsfunktionen, sowie Harmonischen 2. und 3. Ord., der MK-Modelle, bzw. der virtLS bei Verwendung des Pre-Filters, mit denen der gemessenen realen und virtuellen Lautsprechern verglichen. Zudem sollen einige weitere Beobachtungen bei der Durchführung erörtert werden.

5.1 Modellierung von realen Lautsprechern

Bei Betrachtung der effektiven Volterra-Kerne der für die realen Lautsprecher bestimmten MK-Modelle ergeben sich, im Wesentlichen Unterschiede zwischen der Länge der für den iLS verwendeten Messsignale(100/230 kSamples) und den verwendeten Verstärkungsstufen(int/full). Die *saubersten* effektiven Volterra-Kerne ergaben sich für den HT und TT mit den 230000 langen Messsignalen und einer Verzögerung von 25 Samples. Wobei sich beim BB mit 100000 Samples etwas bessere Ergebnisse erzielen ließen. Zwischen den verwendeten Signalstatistiken (RECT/GAUSS) ergeben sich jedoch keine wesentlichen Unterschiede.
Zwischen den verschiedenen Messentfernungen(near/int/far) ergeben sich im wesentlichen nur Unterschiede, die sich auf den Pegelabfall über die Entfernung zurückführen lassen, die grundsätzliche Gestalt der Volterra-Kerne ist jedoch vergleichbar.
Vergleicht man jedoch die verschiedenen Verstärkungsstufen(int/full), ergeben sich beim HT (Abb. 5.1) doppelt so hohe Koeffizienten für die bei Vollaussteuerung(full) bestimmten Kerne, die sich nur teilweise über den höheren Pegel erklären lassen(vgl. Abb. 4.10). Zusätzlich ergeben sich Unterschiede in der Gestalt, deutlicher wird dies bei den für den TT bestimmten effektiven Volterra-Kernen(Abb. 5.4), bei denen die Koeffizienten bei Vollaussteuerung um den Faktor zehn größer sind und sich deutlichere Unterschiede in der Gestalt ergeben. Während sich beim HT die wesentlichen Koeffizienten in einem Bereich von 200 Koeffizienten konzentrieren, ergeben sich für TT und BB weitaus längere Kerne, die bei 1000 Samples abgeschnitten wirken. Diese Begrenzung lässt sich auf die Längen N_b der Teilfilter zurückführen.

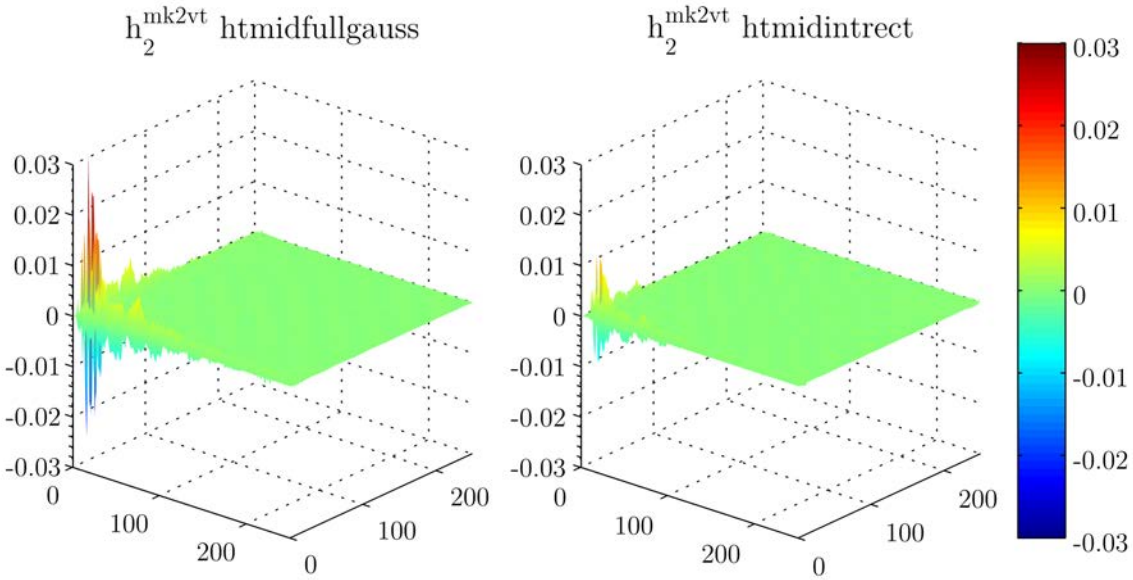

Abb. 5.1: Ausschnitte der Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit N_{bp}=850 und N_b=1000, des Hochtöners. Bestimmt über ein gaußförmiges Signal mit Vollaussteuerung (links) und ein gleichverteiltes Signal mit initialer Aussteuerung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples.

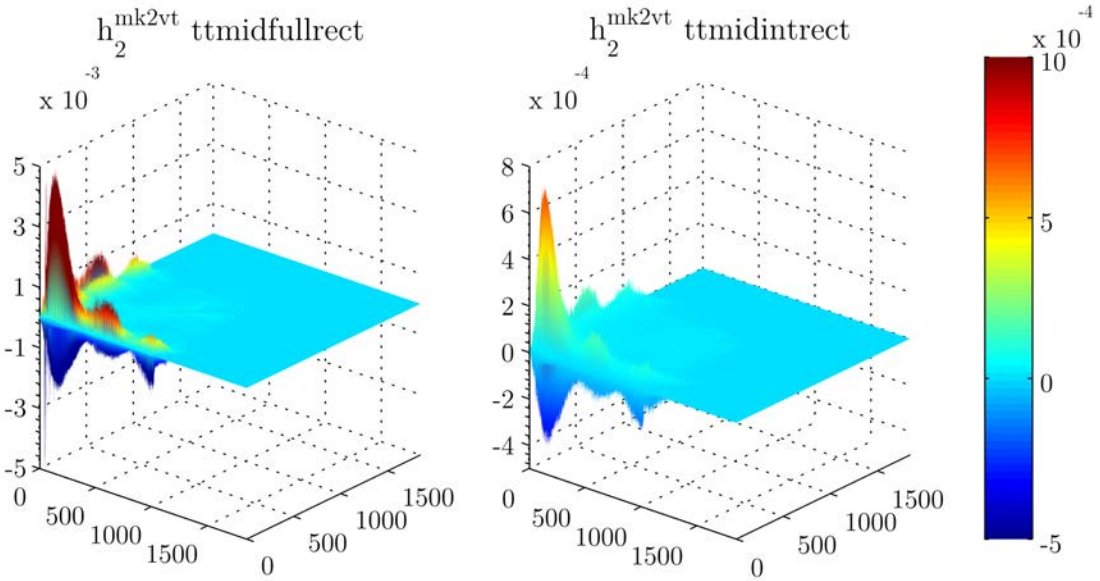

Abb. 5.2: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit N_{bp}=850 und N_b=1000, des Tieftöners. Bestimmt über ein gleichverteiltes Signal mit Vollaussteuerung (links) und mit initialer Aussteuerung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples.

Beim Vergleich der linearen Übertragungsfunktion und Harmonischen der bestimmten MK-Modelle mit denen der gemessenen Lautsprecher ergeben sich gerade in den linearen Teilen ähnliche Verläufe. Bei den Harmonischen der MK-Modelle ergeben sich jedoch teilweise extreme Abweichungen in den Verläufen. Insgesamt ergeben sich die größten Übereinstimmungen bei den mit 230000 Samples und Vollaussteuerung bestimmten MK-Modellen. Zwischen den verschiedenen verwendeten Signalstatistiken ergaben sich aber auch hier keine wesentlichen Unterschiede. Die Übertragungsfunktionen der verschiedenen MK-Modelle finden sich im jeweiligen Unterordner in den qwthd Ordnern im Anhang. Da keine geeignete Skalierung zur Darstellung der unterschiedlichen Verstärkerstufen zur Verfügung stand, konnten zunächst keine sinnvollen Vergleiche für verschiedene Eingangsamplituden der MK-Modelle vorgenommen werden.
Beispielhaft sollen noch kurz die linearen Übertragungsfunktionen und Harmonischen zweier ausgewählter MK-Modelle mit den jeweiligen gemessenen Lautsprechern verglichen werden. Beim HT zeigen sich im Grundsatz ähnliche Verläufe der linearen Übertragungsfunktion, wobei die des MK-Modells bei mittleren Frequenzen 2 3 dB und bei höheren Frequenzen um bis zu 5 dB über der des realen Lautsprechers liegt. Bei den Harmonischen ergeben sich jedoch recht große Abweichungen, teilweise lassen sich zwar ähnliche Verläufe oder Pegel erkennen, insbesondere unterhalb von 1,5 kHz ergeben sich jedoch Unterschiede von bis zu 20 dB zwischen MK-Modell und realem Lautsprecher.(Abb. 5.3)
Der Verlauf der linearen Übertragungsfunktion des für den TT bestimmten MK-Modells ist nahezu identisch mit dem des realen Lautsprechers, wobei die des MK-Modells zwischen 100 2000 Hz max. 2 dB über der des realen Lautsprechers liegt und unterhalb von 100 Hz etwas rascher abfällt. Bei den Harmonischen 2. Ord. lassen sich ähnliche Verläufe erkennen, zu tieferen Frequenzen ergeben sich bei dem MK-Modell um bis zu 10 dB höhere Pegel für die Harmonischen 2. Ord. Die Harmonischen 3. Ord. des MK-Modells liegen weit unter denen des realen Lautsprechers und weisen zudem einen grundsätzlich anderen Verlauf auf.(Abb. 5.4)
Insgesamt ließen sich, zumindest mit ausreichend langen Messsignalen, MK-Modelle bestimmen, die teilweise grundlegende nichtlineare Eigenschaften des Lautsprechers abbilden können. Unabhängig von der jeweiligen Amplitudenverteilung des Messsignals, ließen sich bei höheren Aussteuerungen zuverlässigere Ergebnisse erzielen als bei niedrigen. Die Betrachtung der effektiven Volterra-Kerne legt den Schluss nahe, dass zumindest bei TT und BB eine höhere Zahl an Koeffizienten, bzw. höhere Systemlängen benötigt werden. Als besonders problematisch erwies sich die Bestimmung der Teilfilter der 3. Ordnung, was zu unbefriedigenden Ergebnissen in der Darstellung der Harmonischen 3. Ord. führt.

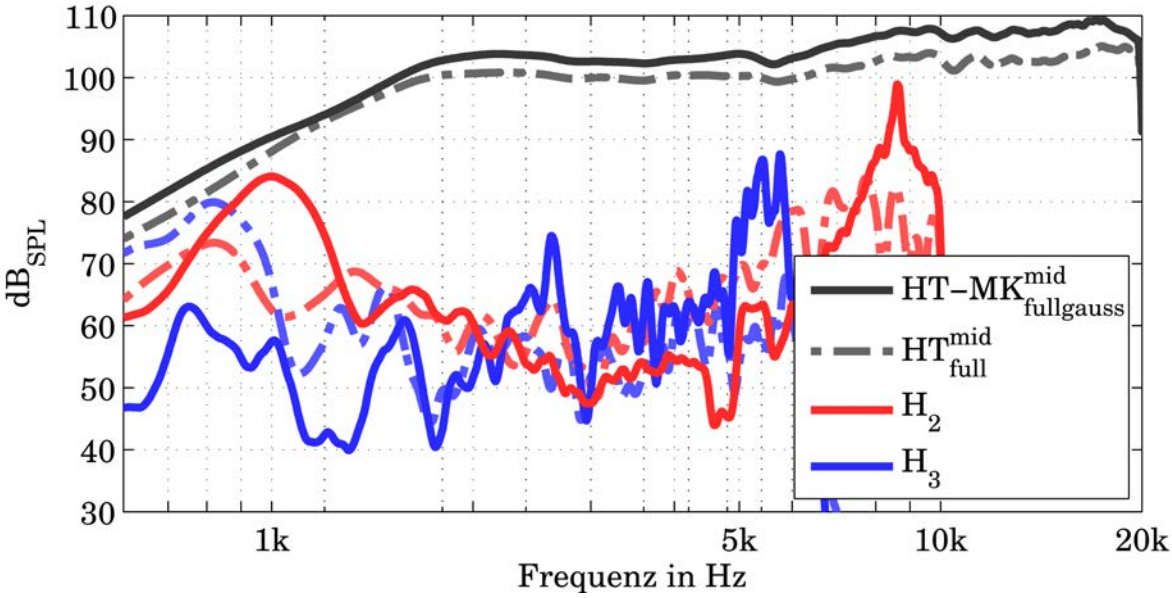

Abb. 5.3: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des Hochtöners(schwarz) und des MK-Modells(strich-punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 20–20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller Ansteuerung in 1m Entfernung.

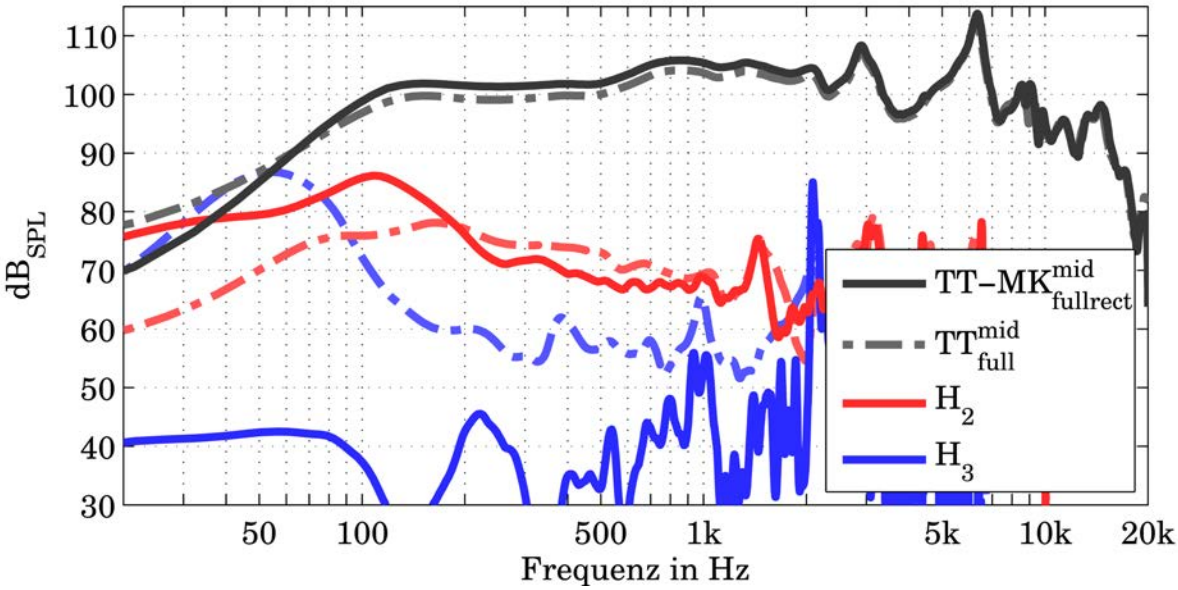

Abb. 5.4: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des Tieftöners(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 20–20000 Hz über eine Länge von 2^{18} Samples, mit voller Ansteuerung in 1m Entfernung.

5.2 Modellierung des virtuellen Lautsprechers

Die für die MK-Modelle der virtLS berechneten effektiven Volterra-Kerne zeigen eine Gestalt, die im Grundsatz den Beobachtungen bei den realen Lautsprechern entspricht. Zwar sind die Unterschiede nicht so deutlich wie zuvor, führten auch bei den MK-Modellen zu glatteren effektiven Volterra-Kernen. Während bei geringen Amplituden keine brauchbaren MK-Modelle bestimmt werden konnten, ergeben sich zwischen den Volterra-Kernen, die mit 8 V und 15 V bei virtLS A, bzw. 4 V und 8 V bei virtLS B, bestimmt wurden, nur noch geringe Unterschiede. Auch zwischen den verschiedenen Messsignalen unterschiedlicher Amplitudenstatistik lassen sich keine wesentlichen Unterschiede erkennen, obwohl das GAUSS-Signal weitaus höhere Amplituden enthielt als das RECT-Signal.
Zwischen den Kernen des virtLS A für 8 V und 15 V lassen sich keine großen Unterschiede feststellen, wobei der mit 15 V bestimmte Volterra-Kern etwas glatter wirkt. Bei beiden tritt aber erneut eine Unstetigkeit auf, was auch hier ein Hinweis auf ungenügende Systemlängen ist.(Abb. 5.5)
Bei den effektiven Volterra-Kernen des virtLS B (Abb. 5.6) ergeben sich für den mittels GAUSS-Signal ermittelten Kern etwas geringere Koeffizienten, und obwohl sich bei dem verwendeten GAUSS-Signal höhere Amplituden ergeben als bei dem RECT-Signal, führen letztere zu glatteren Kerne.
Zur Betrachtung des Verhaltens des MK-Modells bei unterschiedlichen Amplituden, wurden die verschiedenen MK-Modelle, sowohl auf die Spitzenspannung von 8 V bzw. 15 V, als auch auf 1 V Sinussweeps angewendet. Die daraus ermittelten linearen Übertragungsfunktionen und Harmonischen der verschiedenen MK-Modelle finden sich im jeweiligen Unterordner in den qwthd Ordnern. Beim Vergleich der MK-Modelle mit den virtuellen Lautsprechern ergeben sich, zumindest bei den mittels hoher Aussteuerung ermittelten MK-Modellen hohe Übereinstimmungen in der linearen Übertragungsfunktion.
Beispielhaft soll ein MK-Modell mit dem virtLS A, bei 15 V Eingang, verglichen werden. In der linearen Übertragungsfunktion lassen sich keine bedeutenden Unterschiede ausmachen, lediglich bei tiefsten Frequenzen liefert das MK-Modell einen leicht erhöhten Ausgang. Zwischen 50 1000 Hz ergeben sich für das Modell und den virtLS recht ähnliche Verläufe der Harmonischen 2. Ord., wobei sich bei dem virtLS bis zu 2 dB höhere Pegel beobachten lassen. Während das Modell unterhalb von 50 Hz einen konstanten Verlauf in den Harmonischen 2. Ord. zeigt, ergibt sich beim virtLS ein deutlicher Abfall, weshalb sich bei 20 Hz eine Differenz von über 10 dB ergibt. Die Harmonischen 3. Ord. des MK-Modells erreichen zwar zwischen 200 500 Hz ähnliche Pegel, der Verlauf ist jedoch ein anderer. Unterhalb von 200 Hz ergeben sich für die Harmonischen 3. Ord. Unterschiede von 20 40 dB zwischen MK-Modell und virtLS. (siehe Abb. 5.7)

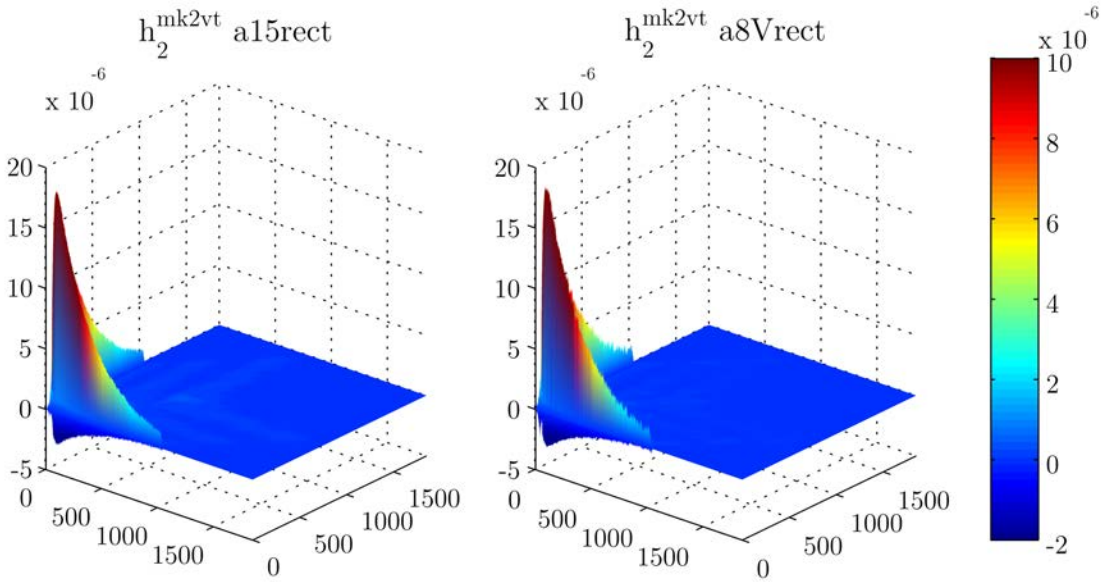

Abb. 5.5: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit N_{bp}=850 und N_b=1000, des virtuellen Lautsprechers A. Bestimmt über ein gleichverteiltes Signal mit einer Standardabweichung von 15 V (links) und ein gleichverteiltes Signal mit 8 V Spitzenspannung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples.

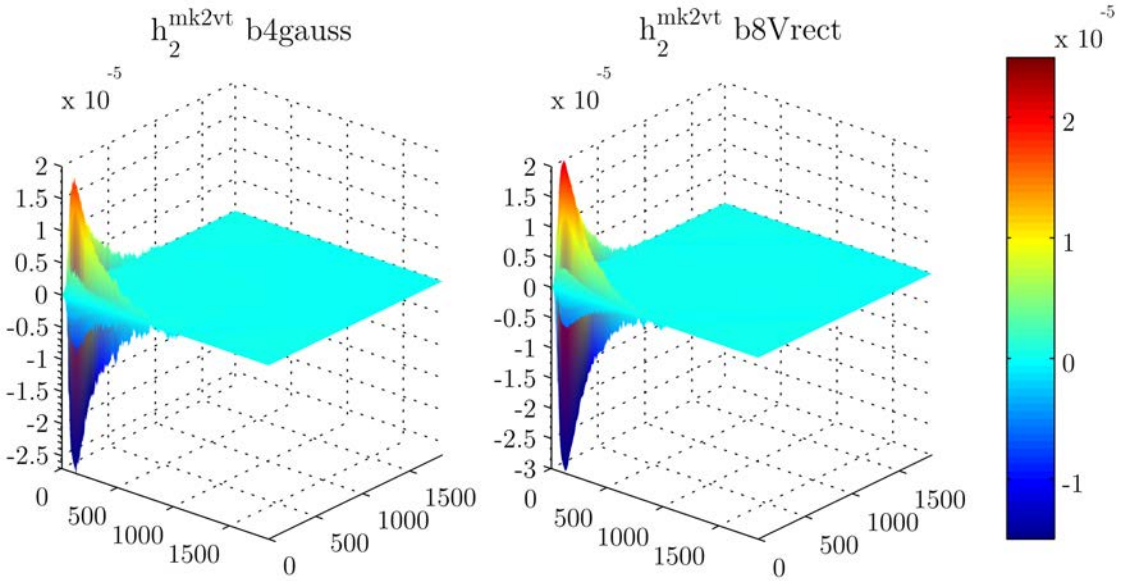

Abb. 5.6: Koeffizienten der effektiven symmetrischen Volterra-Kerne 2. Ordnung der MK-Modelle, mit N_{bp}=850 und N_b=1000, des virtuelle Lautsprechers B. Bestimmt über ein gaußförmiges Signal einer Standardabweichung von 4 V (links) und ein gleichverteiltes Signal 8 V Spitzenspannung (rechts) mit einer Länge von 230000 Samples.

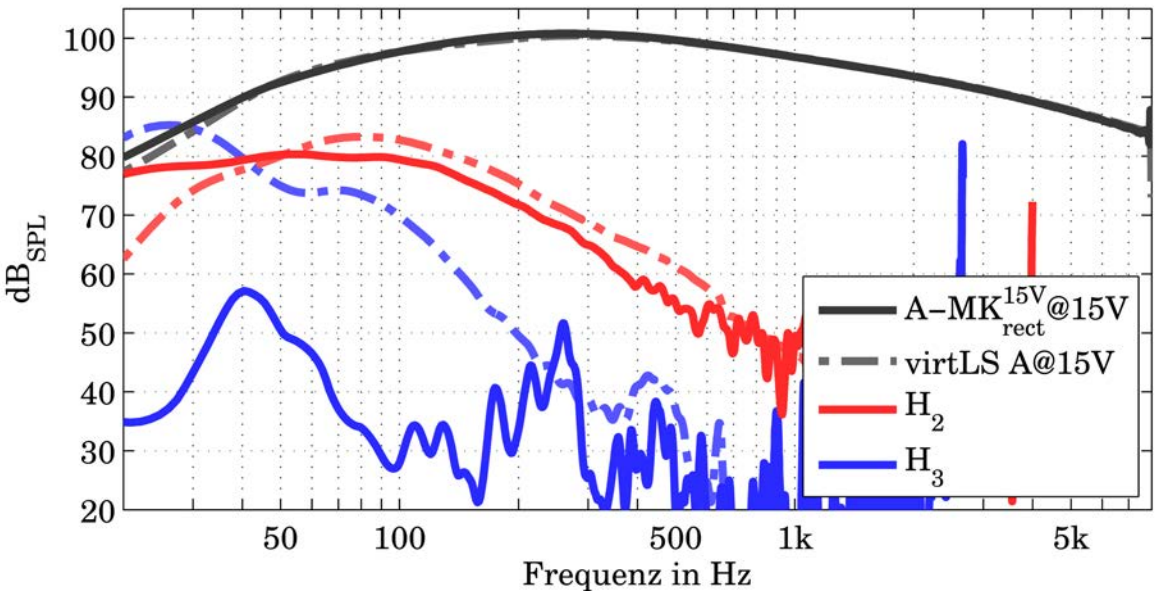

Abb. 5.7: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V Spitzenspannung.

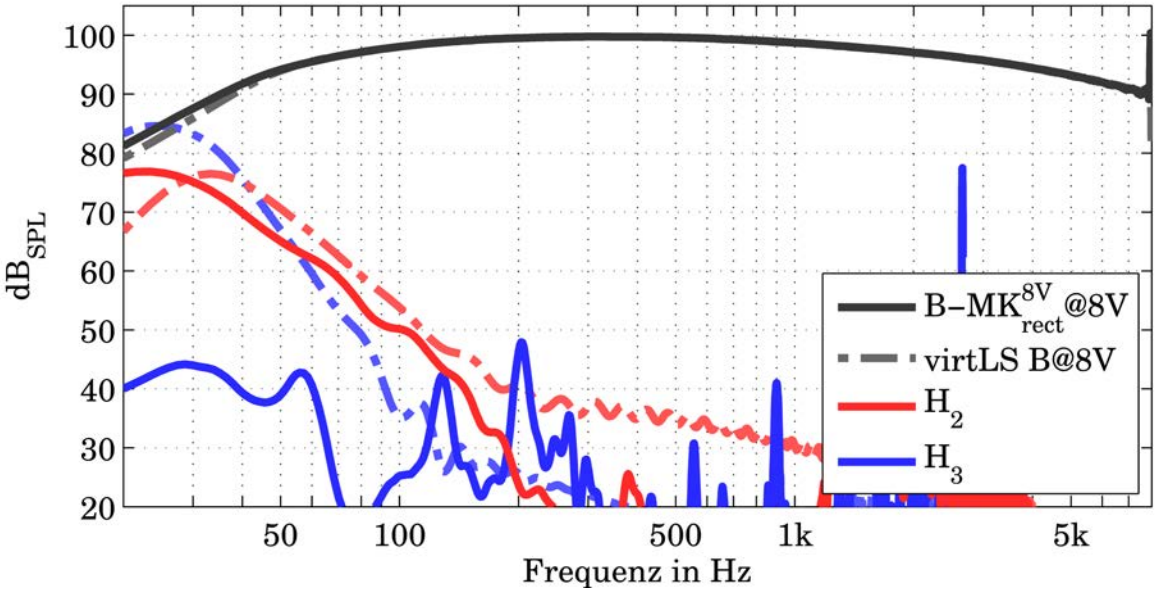

Abb. 5.8: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) und des MK-Modells(Strich-Punkt) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 8 V Spitzenspannung.

Für das MK-Modell des virtLS B lassen sich ähnliche Beobachtungen machen, wobei hier zusätzliche Abweichungen in den Harmonischen 2 Ord. oberhalb von 200 Hz beobachtet werden können, wo die Harmonischen 2. Ord. des MK-Modells 15 20 dB unter denen des virtLS B liegen.(siehe Abb. 5.8)
Abb. 5.9 zeigt die Frequenzspektren des virtLS A und eines entsprechenden MK-Modells, bei Anregung mit einem Zweitonsignal, mit $f_1 = 50$ und $f_2 = 1000$, mit einer Gesamtamplitude von 15 V. Darin lassen sich gut die jeweiligen Grundtöne und Harmonischen, bei den ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz, sowie die Intermodulationsverzerrungen erkennen. Bei den Verzerrungen 2. Ord. ergeben sich nur geringfügige Unterschiede, offensichtlich ist das MK-Modell, mit den bestimmten Teilfiltern, aber nicht in der Lage auch Höhere Ordnungen abzubilden.

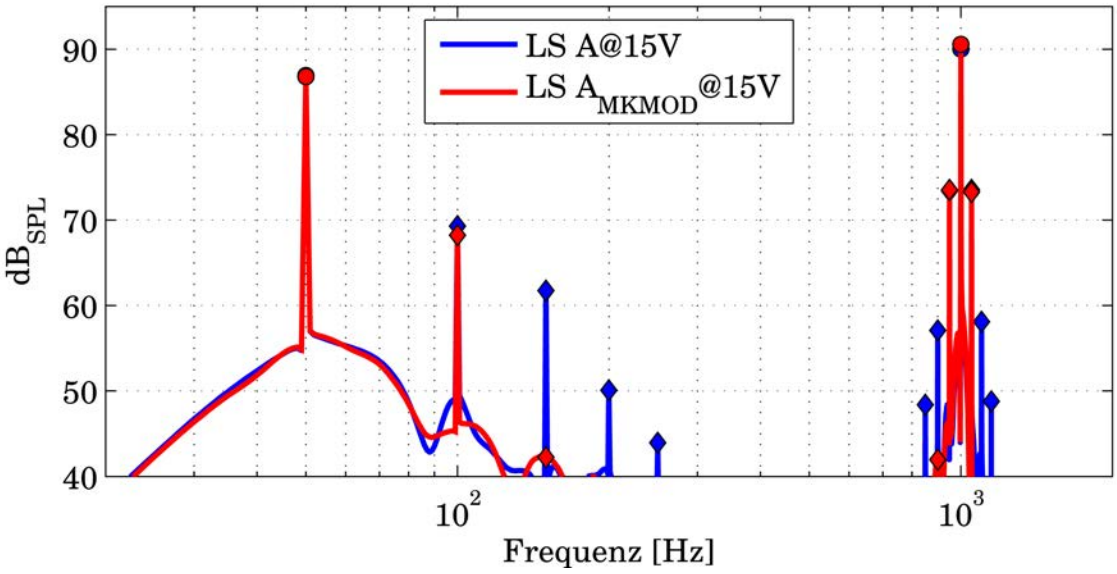

Abb. 5.9: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers A(blau) und des MK-Modells(rot), bei Anregung durch ein Zweitonsignal mit f_1=50 Hz und f_2=1000 Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 15 V Spitzenspannung. Die harmonischen, bei nf_1, und Intermermodulationsanteile, bei $f_2 \pm nf_1$,werden durch die gefüllten Rauten markiert.

Insgesamt ließen sich etwas bessere Ergebnisse erzielen als bei den realen Lautsprechern. So konnten MK-Modelle erstellt werden, die zumindest das lineare Verhalten sehr gut abbilden konnten, und auch in Ansätzen die Harmonischen und Intermodulationsverzerrungen 2. Ord. erfassen können. Zudem ließen sich bei verschiedenen Eingangsamplituden des MK-Modells unterschiedliche harmonische Beiträge beobachten, die im Grundsatz den Beobachtungen beim virtLS entsprachen. Bei der Abbildung der Verzerrungen 3. Ord. kam es aber erneut zu Problemen. Durch die geringen Unterschiede zwischen den Modellen, die mittels RECT- und GAUSS-Signal bestimmt

wurden, bietet sich ersteres durch die klar begrenzten Amplituden besonders für den praktischen Einsatz an.

5.3 Kompensationsfilter für den virtuellen Lautsprecher

Die Teilfilter der *besten* MK-Modelle der virtLS wurden für ein Pre-Filter zur Kompensation nichtlinearer Verzerrungen 2. Ord. verwendet. Die jeweiligen Pre-Filter wurden auf Eingangssignale verschiedener Amplituden angewendet und über die virtLS für verschiedene Gleichstromwiderstände wiedergegeben. Die linearen Übertragungsfunktionen und Harmonischen der virtLS mit und ohne Pre-Filter, für die verschiedenen MK-Modelle, finden sich im Anhang.(/MKDaten/MKinvmod/qwthd)
Bei virtLS A sind, bei geringen Eingangsamplituden, keine Veränderungen der linearen Übertragungsfunktion oder bei den Harmonischen 3. Ord. auszumachen. Das Pre-Filter führt jedoch zu einer deutlichen Reduktion der Harmonischen 2. Ord. um bis zu 15 dB gegenüber dem virtLS A ohne Pre-Filter.(siehe Abb. 5.10)
Bei höheren Eingangsamplituden bleibt die lineare Übertragungsfunktion des virtLS A unverändert, bei den Harmonischen 3. Ord. lassen sich minimale Verminderungen erkennen. Die Reduktion der Harmonischen 2. Ord. durch das Pre-Filter ist zwar geringer als bei niedrigen Amplituden, dennoch lässt sich eine Reduktion von zwischen 2 10 dB ausmachen. Unterhalb von 40 Hz kommt es jedoch zu einem Anstieg der Harmonischen 2. Ord. und bei 20 Hz liegen diese, bei Anwendung des Pre-Filters, um 15 dB über dem des virtLS A ohne Pre-Filter.(siehe Abb. 5.11)
Die Anwendung des Pre-Filters auf ein Zweitonsignal bei virtLS A führt zu einer deutlichen Reduktion der Harmonischen 2. Ord. um 15 dB, außerdem lässt sich eine leichte Reduktion der Harmonischen 4. und 5. Ord. erkennen. Insbesondere lässt sich aber eine deutliche Reduktion der Intermodulationsverzerrungen 2. Ord. erkennen. (siehe Abb. 5.14)
Ähnliches lässt sich bei der Anwendung des entsprechenden Pre-Filters bei virtLS B beobachten. Bei kleinen Eingangsamplituden bleiben lineare Übertragungsfunktion und Harmonische 3. Ord. unverändert, mit Pre-Filter ergeben sich jedoch Reduktionen der Harmonischen 2. Ord. um 5 15 dB.(siehe Abb. 5.12)
Bei Anwendung des Pre-Filters, welches mit einfachem Gleichstromwiderstand ermittelt wurde, auf ein virtLS B, mit einem um 30 % erhöhtem Gleichstromwiderstand, ergeben sich geringe Abweichungen zu den vorherigen Beobachtungen. Zum einen lässt sich bei Anwendung des Pre-Filters eine leichte Erhöhung in der linearen Übertragungsfunktion, sowie der Harmonischen 3. Ord. erkennen. Durch das Filter ergeben sich sowohl Bereiche mit höheren als auch niedrigeren Harmonische 2. Ord., wobei sich ähnliches bei der Anregung mit hohen Amplituden des virtLS B, mit einfachem Gleichstromwiderstand, erkennbar ist.(siehe Abb. 5.13)

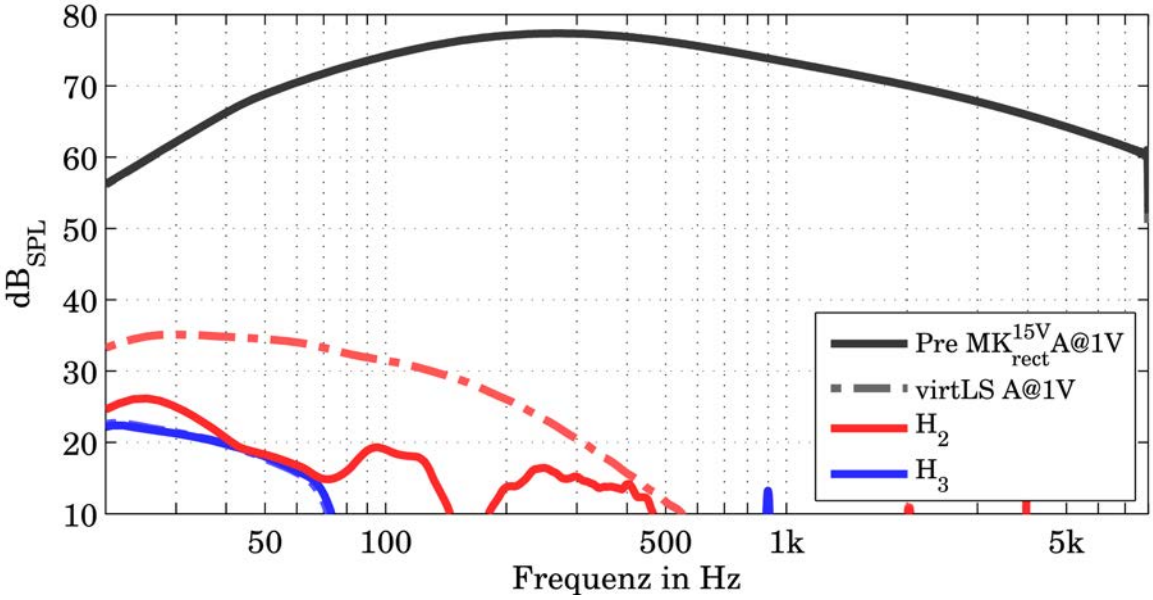

Abb. 5.10: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 1 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Pre-Filter(Strich-Punkt)

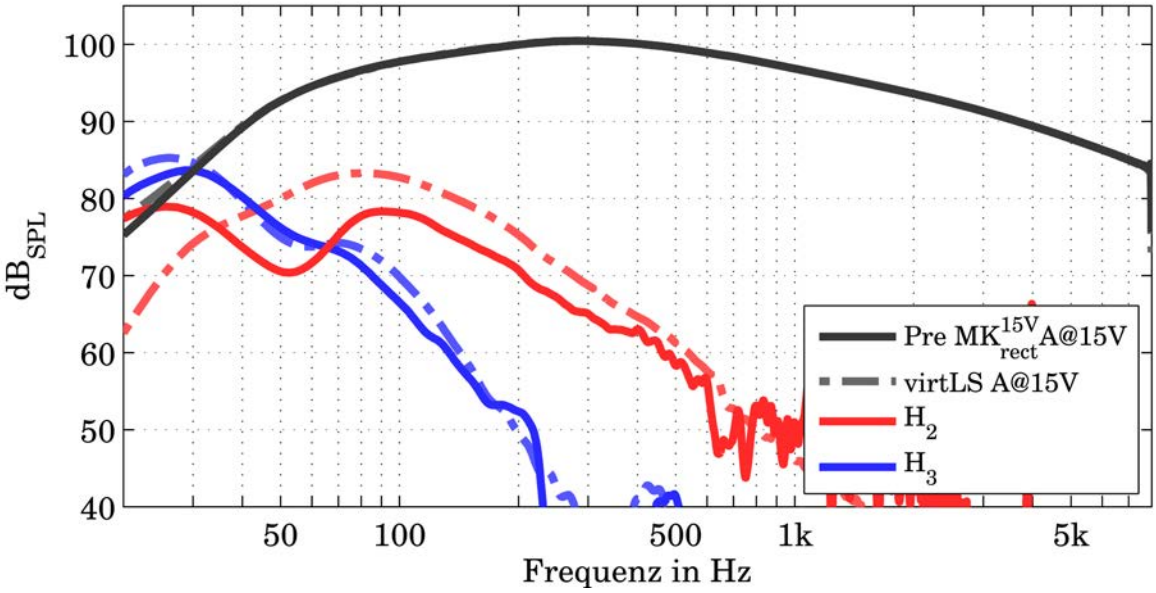

Abb. 5.11: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers A(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 15 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt)

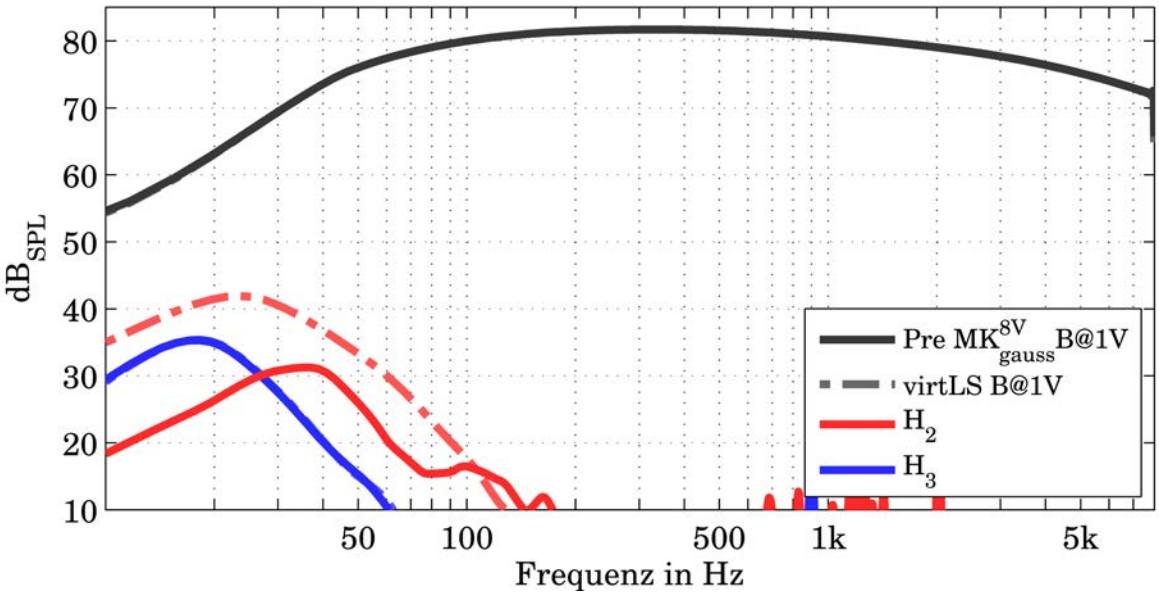

Abb. 5.12: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) in dB_{SPL}, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 1 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt)

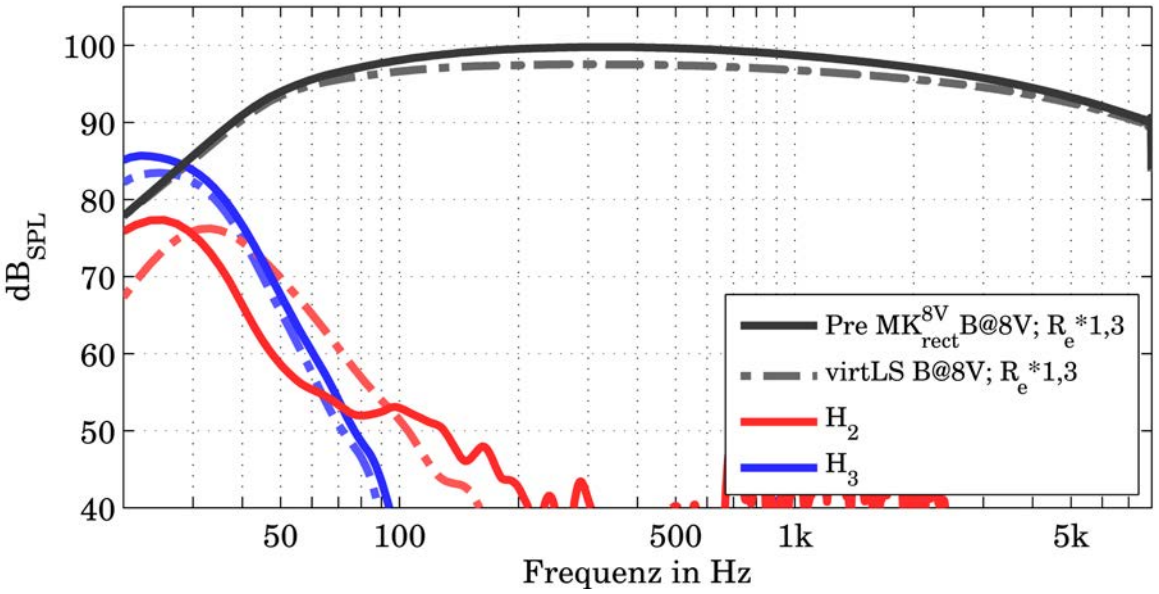

Abb. 5.13: Vergleich der linearen Übertragungsfunktionen (schwarz/grau) und Schalldrücke der 2.(rot) und 3.(blau) harmonischen Verzerrungen des virtuellen Lautsprechers B(schwarz) in dB_{SPL}, mit erhöhtem äquivalenten Gleichstromwiderstand R_e, gemessen mit einem logarithmischen Sinussweep von 10–8000 Hz über eine Länge von 2^{20} Samples, mit 8 V Spitzenspannung. Mit(schwarz) und ohne MK-Prefilter(Strich-Punkt)

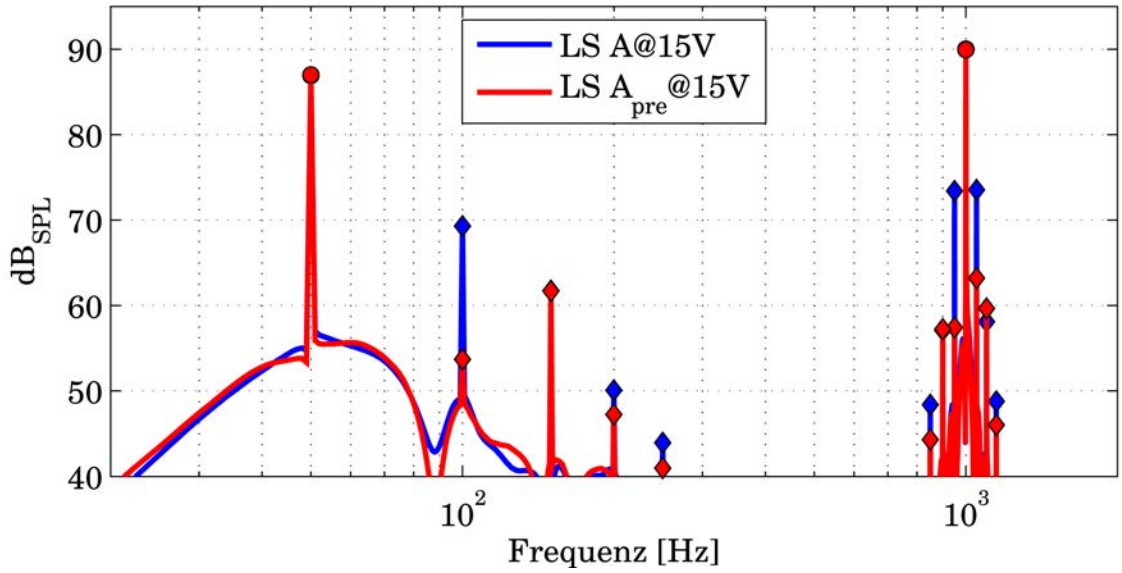

Abb. 5.14: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers A, bei Anregung durch ein, ungefiltertes(blau) und mittels MK-Prefilter gefiltertes Signal(rot), Zweitonsignal mit f_1=*50* Hz und f_2=*1000* Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 15 V Spitzenspannung. Die Harmonischen, bei nf_1, und Intermodulationsanteile, bei $f_2 \pm nf_1$,werden durch die gefüllten Rauten markiert.

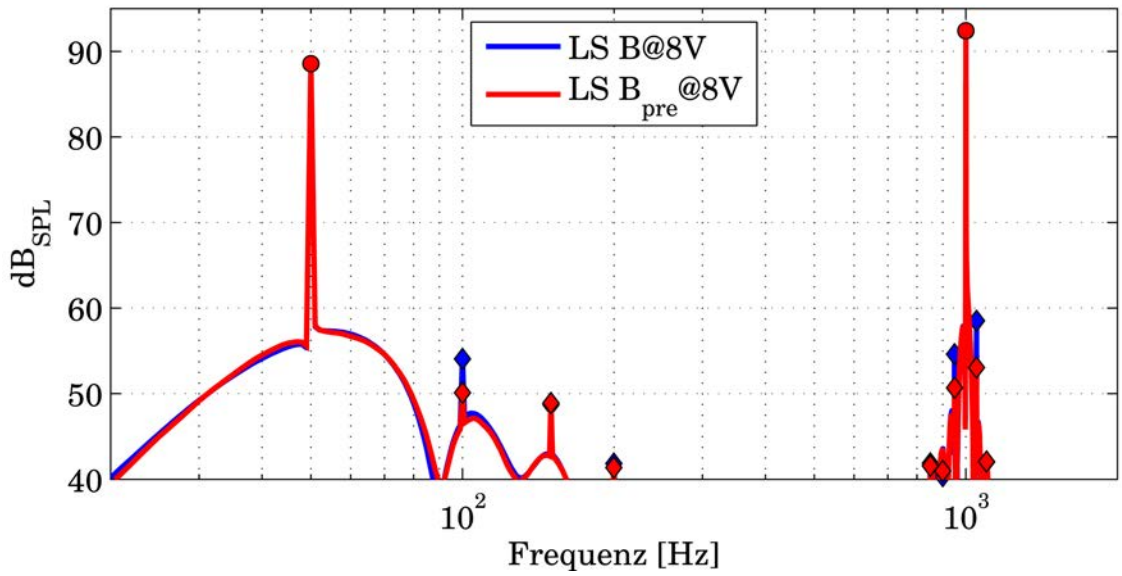

Abb. 5.15: Frequenzspektren des Schalldrucks in dB_{SPL} des virtuellen Lautsprechers B, bei Anregung durch ein ungefiltertes(blau) und mittels MK-Prefilter gefiltertes Signal(rot), Zweitonsignal mit f_1=*50* Hz und f_2=*1000* Hz(markiert durch die gefüllten Kreise) mit 8 V Spitzenspannung. Die Harmonischen, bei nf_1, und Intermodulationsanteile, bei $f_2 \pm nf_1$,werden durch die gefüllten Rauten markiert.

Bei Anregung mit einem Zweitonsignal ergibt sich bei virtLS B durch das Pre-Filter ebenfalls eine Reduktion der Intermodulationsverzerrungen 2. Ord, diese ist aber weniger deutlich als bei virtLS A. (siehe Abb. 5.15)
Insgesamt konnte durch Anwendung des Pre-Filters auf die virtLS eine gewisse Kompensation der Verzerrungen 2. Ord. erzielt werden. Das lineare Übertragungsverhalten und Verzerrungen höherer Ordnung blieben aber im Wesentlichen unverändert. Während sich bei geringen Eingangsamplituden deutliche Verringerung der Verzzerungen 2. Ord. erkennen lassen, zeigten sich bei höheren Eingangsamplituden teilweise sogar höhere Verzerrungsanteile bei tiefen Frequenzen.

6. Diskussion

Zunächst wurden grundlegender Aufbau und Ursachen nichtlinearer Verzerrungen bei Lautsprechern betrachtet. In den folgenden Betrachtungen verschiedener Ansätze zur Modellierung und Kompensation nichtlinearer Systeme wurden die Vor- und Nachteile verschiedener Ansätze erörtert. Lautsprechermodelle auf Basis von äquivalenten Schaltkreisen ermöglichen recht gute Vorhersagen verschiedener gut verstandener nichtlinearer Vorgänge. Zudem ergeben sich durch den direkten Bezug der Modellparameter zu verschiedenen Größen realer Lautsprecher über das Modell Einblicke, die insbesondere in der Entwicklung genutzt werden können. Durch die Konzentration auf einige wesentliche Einflüsse müssen diese Modelle jedoch für unterschiedliche Lautsprechertypen angepasst werden, zudem ergeben sich daraus auch Einschränkungen für die abgeleiteten Filterstrukturen zur Kompensation von Nichtlinearitäten.
Neben anderen allgemeinen Ansätzen schien die MK ein guter Kompromiss aus Komplexität und Allgemeinheit zur Modellierung und Kompensation der Harmonischen und Intermodulationsverzerrungen bei verschiedenen Lautsprechertypen.
Um die Eignung der MK als Filter zur Kompensation von Nichtlinearitäten zu überprüfen, wurde eine entsprechende Struktur nebst Funktionen zur Parameterbestimmung implementiert. Für die weiteren Untersuchungen wurde zudem ein Lautsprechermodell implementiert, welches zur Simulation grundlegendender nichtlinearer Lautsprechereigenschaften verwendet werden konnte.
Weiterhin wurden akustische Messungen an realen Lautsprechern vorgenommen, auf deren Grundlage MK-Modelle bestimmt wurden. Zusätzlich wurden MK-Modelle für den virtuellen Lautsprecher bestimmt.
Versuche, direkt ein inverses Filter für lineare und nichtlineare Verzerrungen zu erstellen, erwiesen sich als äußerst problematisch. Zum einen wohl durch die hohen Verstärkungen, die bei tiefen Frequenzen für das inverse lineare Filter nötig sind. Des weiteren ergeben sich Unklarheiten über die geeigneten Skalierung der Ein- und Ausgangssignale, um eine direkte Verwendung der MK als Pre-Filter zu ermöglichen.
Aus den MK-Modellen der virtLS konnten aber Kompensationsfilter abgeleitet werden, die zumindest eine Verringerung von nichtlinearen Verzerrungen 2. Ord. ermöglichen.
Insgesamt konnten mit der MK aber nur Teile der Nichtlinearitäten bei Lautsprechern abgebildet werden.
Betrachtet man Abb. 6.1, erkennt man die großen Unterschiede, die sich bei Lautsprechern in der Auslenkung für die verschiedenen Signaltypen ergeben. Dabei zeigt sich, dass ein Sweep niedriger Amplitude bei tiefen Freqeuenz bereits höhere Auslenkungen

erreicht als die jeweiligen Rauschsignale mit maximaler Eingangsamplitude. Beim Sweep mit maximaler Amplitude werden sogar Auslenkungen erreicht, die um ein Vielfaches höher sind als die maximalen Auslenkungen der Rauschsignale. Da ein wesentlicher Teil der Nichtlinearitäten erst bei hohen Auslenkungen wirkt, können die gemessenen Rauschsignale die Nichtlineritäten des Lautsprechers nur unzureichend erfassen, wodurch sich zumindest teilweise die unbefriedigenden Ergebnisse bei Modellierung und Kompensation hoher Eingangsamplituden erklären lassen. Auch könnte die mangelnde Anregung höherer Ordnungen durch die verwendeten Rauschsignale Grund für die Schwierigkeiten bei der Bestimmung der 3. Ord. der MK sein, wobei hier die *verschachtelte* Struktur des Teilsystems 3. Ord. ebenfalls problematisch sein könnte.
Insbesondere bei Tieftönern, bzw. den heute üblichen Abtastraten, sind wohl größere Systemlängen nötig. Hier war aber vornehmlich der speicherintensive iLS-Algorithmus bzw. die gewählte Implementierung der beschränkende Faktor. Mit entsprechenden Anpassungen oder alternativen Verfahren zur Parameterbestimmung sollten sich aber auch weitaus höhere Systemlängen umsetzen lassen.

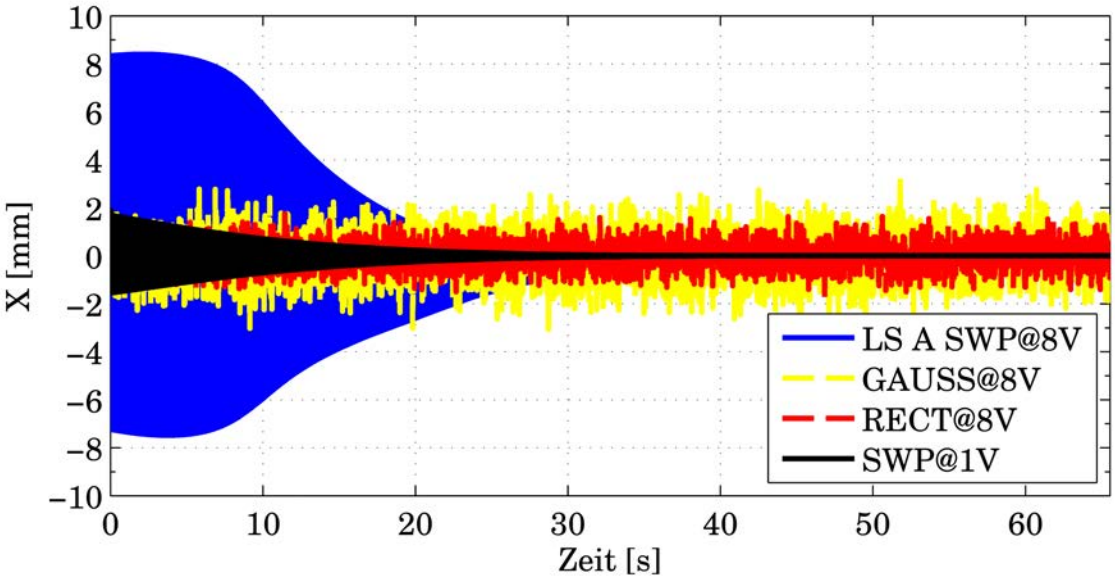

Abb. 6.1: Auslenkung des virtuellen Lautsprechers A in mm, für verschiedene Eingangssignale: SWP - logarithmischer Sweep, 10–8000 Hz, Spitzenspannung 8V (blau) und 1V (schwarz); GAUSS - Rauschsignal mit gaußförmiger Amplitudenverteilung, Standardabweichung der Spannung 8V; RECT - Rauschsignal mit gleichverteilter Amplitudenstatistik, Spitzenspannung 8V

Insgesamt erwies sich die MK als interessanter Ansatz und ist als allgemeiner Ansatz ggf. für unterschiedliche Lautsprechertypen geeignet. Doch müssten noch einige Probleme für eine einfache Anwendung überwunden werden. Neben Problemen durch Aliasing, durch die Produktion zusätzlicher Frequenzanteile, die bereits in [23] betrachtet

wurden, sollten auch Folgen für die Quantisierung untersucht werden, die sich aus der Verformung der Signalstatistik durch nichtlineare Filter ergeben.
In jedem Fall existieren einige Ansätze, die großes Potenzial zur Kompensation von Nichtlinearitäten bei Lautsprechern aufweisen. Weitere Untersuchungen und ein tieferes Verständnis sollten mittelfristig zu recht einfach anwendbaren nichtlinearen Filterstrukturen führen. Wodurch sich weitere Freiheitsgrade in der Entwicklung von Lautsprechern ergeben.

Literaturverzeichnis

[1] Bai, E.-W. (1998): „An optimal two stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems“ In: *5th Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania.*

[2] Bank, G. (2001): „The distributed mode loudspeaker (DML)“. In: Borwick, J. (Hg.) *Loudspeaker and Headphone Handbook.* Oxford: Focal Press. S. 196–230

[3] Bard, D. und Meyer, V. (2008): „About Phase Optimization in Multitone Excitations“ In: *125th Audio Engineering Society Convention, San Francisco, CA, USA.*

[4] Bard, D. (2008): „Horn Loudspeakers Nonlinearity Comparison and Linearization Using Volterra Series“ In: *124th Audio Engineering Society Convention, Amsterdam, Netherlands.*

[5] Bard, D.; Del Nobile, M. und Rossi, M. (2005): „Compensation of nonlinearities of horn loudspeakers“ In: *119th Audio Engineering Society Convention, New York, NY.*

[6] Bastien, F. (1987): „Acoustics and gas discharges: applications to loudspeakers“ In: *Journal of Physics D: Applied Physics,* 20(12) S. 1547–1557.

[7] Baxandall, P. (2001): „Electrostatic loudspeakers“. In: Borwick, J. (Hg.) *Loudspeaker and Headphone Handbook.* Oxford: Focal Press. S. 108–195

[8] Beers, G. und Belar, H. (1943): „Frequency-modulation distortion in loudspeakers“ In: *31(4) Proceedings of the I.R.E.,*

[9] Blasizzo, F.; Desii, P.; Di Cola, M. und Lastrucci, C. (2011): „Practical Applications of a Closed Feedback Loop Transducer System Equipped with Differential Pressure Control“ In: *131st Audio Engineering Society Convention, New York, NY.*

[10] Boyd, S.; Tang, Y. und Chua, L. (1983): „Measuring Volterra Kernels“ In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems,* 30(8) S. 571–577.

[11] Budura, G. und Botoca, C. (2007): „Computational Efficient Implementation of the Second Order Volterra Filter Based on the MMD Approximation“ *6th WSEAS Int. Conference on Computational Intelligence, Man-Machine Systems and Cybernetics, Tenerife, Spain.*

[12] Budura, G. und Botoca, C. (2008): „Efficient Implementation and Performance Evaluation of the Second Order Volterra Filter Based on the MMD Approximation“ In: *WSEAS Transactions on Circuits and Systems,* 7(3) S. 139–149.

[13] Butterweck, H.-J. (1989): „About Doppler nonlinearities in loudspeakers“ In: *3 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Glasgow, Scotland.*

[14] Czerwinski, E.; Voishvillo, A.; Alexandrov, S. und Terekhov, A. (2001): „Multitone Testing of Sound System Components‘ Some Results and Conclusions, Part 1: History and Theory“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 49(11) S. 1011–1048.

[15] Czerwinski, E.; Voishvillo, A.; Alexandrov, S. und Terekhov, A. (2001): „Multitone Testing of Sound System Components‘ Some Results and Conclusions, Part 2: Modeling and Application“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 49(12) S. 1181–1192.

[16] DIN (1994): *DIN IEC 268-2 – Elektroakustiusche Geräte – Teil 2: Allgemeine Begriffe und Berechnugsverfahren (IEC 268-2:1987 + A1:1991).* Berlin: Beuth Verlag.

[17] DIN (2010): *DIN EN 60268-5 – Elektroakustische Geräte – Teil 5: Lautsprecher (EN 60268-5:2003+A1:2009).* Berlin: Beuth Verlag.

[18] DIN (2011): *DIN EN 62458 – Elektroakustische Geräte – Elektroakustische Wandler – Messung von Großsignal-Parametern.* Berlin: Beuth Verlag.

[19]* Eargle, J. (2003): *Loudspeaker handbook.* 2nd ed. Norwell, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

[20] Farina, A. (2000): „Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique“ In: *108th Audio Engineering Society Convention, Paris, France.*

[21] Frank, W.; Reger, R. und Appel, U. (1993): „Realtime loudspeaker linearization“ *Nonlinear Digital Signal Processing. IEEE Winter Workshop, Tampere, Finnland.*

[22] Frank, W. A. (1995): „An efficient approximation to the quadratic Volterra filter and its application in real-time loudspeaker linearization“ In: *Signal Processing,* 45(1) S. 97–113.

[23] Frank, W. A. (1997): *Aufwandsarme Modellierung und Kompensation nichtlinearer Systeme auf der Basis von Volterra-Reihen.* Als Ms. gedr. Düsseldorf: VDI-Verl.

[24] Frank, W. A. und Appel, U. (1997): *Efficient equalization of nonlinear communication channels.* München: IEEE.

[25] Frank, W. A.; Reger, R. und Appel, U. (1992): „Loudspeaker Nonlinearities - Analysis and Compensation“ *Conference Record of The Twenty-Sixth Asilomar Conference on Signals, System and Computer, Pacific Grove, CA.*

[26] Frank, W. (1996): „On the equalization of nonlinear systems“ In: *... Systems and Computers,* S. 1157-1160.

[27] Giannakis, G. B. und Serpedin, E. (2001): „A bibliography on nonlinear system identification“ In: *Signal Processing,* 81(3) S. 533–580.

[28]* Goertz, A. (2008): „Lautsprecher“. In: Weinzierl, S. (Hg.) *Handbuch der Audiotechnik.* Berlin: Springer. S. 421–490

[29] Goertz, A.; Leckschat, D. und Klippel, W. (1991): „Nichtlineare Entzerrung von Lautsprechern in Echtzeit mit einem Signalprozessor“ In: *Fortschritte der Akustik, DAGA,* S. 849–852.

[30] Goertz, A. und Makarski, M. (2012): „Maximalpegel- und Verzerrungsmessungen bei Lautsprechern (Maximum SPL and distortion measurements of loudspeakers)“ In: *27. Tonmeistertageung, Köln.*

[31] Greiner, R. und Sims Jr, T. (1984): „Loudspeaker distortion reduction“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 32(12) S. 956–963.

[32]* Hagmann, G. (2008): *Grundlagen der Elektrotechnik: das bewährte Lehrbuch für Studierende der Elektrotechnik und anderer technischer Studiengänge ab 1. Semester.* 13., durchges. und korrigierte Aufl. Wiebelsheim: AULA-Verl.

[33] Haiquan, Z. und Jiashu, Z. (2009): „A Novel Adaptive Nonlinear Filter-Based Pipelined Feedforward Second-Order Volterra Architecture“ In: *IEEE Transactions on Signal Processsing,* 57(1) S. 237–246.

[34] Haykin, S. (1996): *Adaptive Filter Theory.* 3. New Jersey (USA): Prentice-Hall.

[35] Haykin, S. S. (2009): *Neural networks and learning machines.* 3. ed. Upper Saddle River [u.a.]: Pearson.

[36] Holland, K. R. (2001): „Principles of sound radiation“. In: Borwick, J. (Hg.) *Loudspeaker and Headphone Handbook.* Oxford: Focal Press. S. 1–43

[37] Hunter, I. und Korenberg, M. (1986): „The identification of nonlinear biological systems: Wiener and Hammerstein cascade models“ In: *Biological cybernetics,* 55(2-3) S. 135–144.

[38] Ishikawa, T.; Nakashima, K.; Kajikawa, Y. und Nomura, Y. (2000): „A consideration on elimination of nonlinear distortion of the loudspeaker system by using digital Volterra filter“ In: *Electronics and Communications in Japan (Part III: Fundamental Electronic Science),* 83(2) S. 110–118.

[39] Kafka, V. und Appel, U. (1998): „MMD-ARMA approximation to the Volterra series expansion“ *Conference Record of The Thirty-Second Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, Pacific Grove, CA, USA.*

[40] Kafka, V. S. (2002): *Rekursive Strukturen auf Volterra-Basis zur aufwandsarmen Darstellung und Entzerrung von nichtlinearen Systemen.* Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Institut für Mathematik und Datenverarbeitung, München.

[41] Kaizer, A. J. M. (1987): „Modeling of the nonlinear response of an electrodynamic loudspeaker by a Volterra series expansion“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 35(6) S. 421–433.

[42] Klippel, W. (1990): „Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeakers“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 38(12) S. 944–955.

[43] Klippel, W. (1992): „Nonlinear large-signal behavior of electrodynamic loudspeakers at low frequencies“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 40(6) S. 483-496.

[44] Klippel, W. (1992): „The Mirror Filter — A New Basis for Reducing Nonlinear Distortion and Equalizing Response in Woofer Systems“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 40(9) S. 675–691.

[45] Klippel, W. (1996): „Compensation For Nonlinear Distortion of Horn Loudspeakers by Digital Signal Processing“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 44(11) S. 964–972.

[46] Klippel, W. (1998): „Direct feedback linearization of nonlinear loudspeaker systems“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 46(6) S. 499–507.

[47] Klippel, W. (1999): „Measurement of large-signal parameters of electrodynamic transducer“ In: *107th Audio Engineering Society Convention, New York City, NY, USA.*

[48] Klippel, W. (1999): „Nonlinear adaptive controller for loudspeakers with current sensor“ In: *106th Audio Engineering Society Convention, München.*

[49] Klippel, W. (2000): „Distortion Analyzer – a New Tool for Assessing and Improving Electrodynamic Transducer“ In: *108th Audio Engineering Society Convention, Paris, France.*

[50] Klippel, W. (2001): „Prediction of Speaker Performance at High Amplitudes“ In: *111th Audio Engineering Society Convention, New York City, NY, USA.*

[51] Klippel, W. (2004): „Nonlinear Modeling of the Heat Transfer in Loudspeakers“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 52(1/2) S. 3–25.

[52] Klippel, W. (2005): „Large Signal Performance of Tweeters, Micro Speakers and Horn“ In: *118th Audio Engineering Society Convention, Barcelona, Spain.*

[53] Klippel, W. (2006): „Tutorial: Loudspeaker nonlinearities—causes, parameters, symptoms“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 54(10) S. 907–939.

[54] Klippel, W. (2011): „Mechanical Fatigue and Load-Induced Aging of Loudspeaker Suspension“ In: *131st Audio Engineering Society Convention, New York City, NY, USA.*

[55] Klippel, W. (2012): „Modeling the Large Signal Behavior of Micro-Speakers“ In: *133rd Audio Engineering Society Convention, San Francisco, CA, USA.*

[56] Klipsch, P. (1969): „Modulation Distortion in Loudspeakers“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 17(2) S. 194–206.

[57] Klipsch, P. (1970): „Modulation Distortion in Loudspeakers: Part 2“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 18(1) S. 29–33.

[58] Knudsen, M. H.; Hansen, P. und Jensen, J. G. (1990): „The Significance of Viscoelastic Effects in Loudspeakers Parameter Measurements“ In: *88th Audio Engineering Society Convention, Montreux, Switzerland.*

[59] Knudsen, M. H. und Jensen, J. G. (1993): „Low-frequency loudspeaker models that include suspension creep“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 41(1/2) S. 3–18.

[60] Korenberg, M. J. und Hunter, I. W. (1986): „The identification of nonlinear biological systems: LNL cascade models“ In: *Biological cybernetics,* 55 S. 125–134.

[61] Lashkari, K. (2005): „A Modified Volterra-Wiener-Hammerstein Model for Loudspeaker Precompensation“ *Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Confernce on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA.*

[62] Lashkari, K. (2006): „A novel Volterra-Wiener model for equalization of loudspeaker distortions“ *Fifth IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Toulouse, France.*

[63] Lashkari, K. und Puranik, A. (2005): „Exact Linearization of Wiener and Hammerstein Systems Loudspeaker Linearization“ *Fifth international conference on Information, Communications and Signal Processing, Bangkok, Thailand.*

[64] Maillou, B.; Lotton, P.; Novak, A. und Simon, L. (2014): „Mechanical Nonlinearities of Electrodynamic Loudspeakers: An Experimental Study“ In: *136th Audio Engineering Society Convention, Berlin.*

[65] Mills, P. und Hawksford, M. (1989): „Distortion reduction in moving-coil loudspeaker systems using current-drive technology“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 37(3) S. 129–148.

[66] Möser, M. (2012): *Technische Akustik.* 9., aktualisierte. Berlin: Springer.

[67] Nomura, Y. und Kajikawa, Y. (2005): „Linearization of loudspeaker systems using MINT and Volterra filters“ *Fifth IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Bangkok, Thailand.*

[68] Novak, A.; Simon, L.; Kadlec, F. und Lotton, P. (2010): „Nonlinear system identification using exponential swept-sine signal“ In: *IEEE*

Transactions on Instrumentation and Measurement, 59(8) S. 2220–2229.

[69] Novak, A.; Simon, L.; Lotton, P. und Kadlec, F. (2009): „Modeling of nonlinear audio systems using swept-sine signals: Application to audio effects“ *Proc. of the 12th Int. Conference on Digital Audio Effects, Como, Italy.*

[70] Ogunfunmi, T. (2007): *Adaptive Nonlinear System Identification: The Volterra and Wiener Model Approaches.* New York City, NY, USA: Springer Science+Business.

[71] Ohga, J.; Takei, T. und Moriyama, N. (2010): „Wideband piezoelectric rectangular loudspeakers using a tuck shaped PVDF bimorph“ In: *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation,* 17(4) S. 1074-1078.

[72] Olsen, E. S. (1997): „Nonlinear Modelling of Low Frequency Loudspeakers: A Practical Implementation“ In: *102nd Audio Engineering Society Convention, München.*

[73] Olsen, E. und Christensen, K. (1996): „Nonlinear Modeling of Low-Frequency Loudspeakers- A More Complete Model“ In: *100th Audio Engineering Society Convention, Copenhagen, Denmark.*

[74] Quaegebeur, N. und Chaigne, A. (2008): „Nonlinear vibrations of loudspeaker-like structures“ In: *Journal of Sound and Vibration,* 309(1) S. 178–196.

[75] Reed, M. J. und Hawksford, M. O. (1996): „Practical modeling of nonlinear audio systems using the volterra series“ In: *100th Audio Engineering Society Convention, Copenhagen, Denmark.*

[76] Roozen, N.; Vael, J. und Nieuwendijk, J. (1998): „Reduction of bass-reflex port nonlinearities by optimizing the port geometry“ In: *104th Audio Engineering Society Convention, Amsterdam, Netherlands.*

[77] Schetzen, M. (1980): *The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems.* 1. New York City, Chichester (u. a.): John Wiley & Sons.

[78] Schmetter, R. (1972): „The piezoelectric loudspeaker: its use in audio systems“ In: *43rd Audio Engineering Society Convention,*

[79] Schmitz, T. und Embrechts, J. J. (2013): „Nonlinear Guitar Loudspeaker Simulation“ In: *134th Audio Engineering Society Convention e-Brief 96, Rome, Italy.*

[80] Schulz, M. und Ingard, U. (1969): „Acoustic wave propagation in a gas discharge“ In: *Physics of Fluids,* 12(6) S. 1237–1245.

[81] Small, R. H. (1972): „Direct radiator loudspeaker system analysis“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 20(5) S. 383–395.

[82] Sugimoto, T. et al. (2009): „PVDF-driven flexible and transparent loudspeaker“ In: *Applied Acoustics,* 70(8) S. 1021–1028.

[83] Sutton, Y.; Moore, J.; Sharp, D. und Braithwaite, N. (2011): „Looking into a plasma loudspeaker“ In: *IEEE Transactions on Plasma Science,* 39(11) S. 2146–2147.

[84] Tamura, M.; Yamaguchi, T.; Oyaba, T. und Yoshimi, T. (1975): „Electroacoustic transducers with piezoelectric high polymer films“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 23(1) S. 21–26.

[85] Thiele, N. (1971): „Loudspeakers in vented boxes: Part 1“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 19(5) S. 382–392.

[86] Thiele, N. (1971): „Loudspeakers in vented boxes: Part 2“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 19(6) S. 471–483.

[87] Tsujikawa, M.; Shiozaki, T.; Kajikawa, Y. und Nomura, Y. (2000): „Identification and elimination of second-order nonlinear distortion of loudspeaker systems using volterra filter“ In: *5 IEE International Symposium on Circuits and Systems, Geneva, Switzerland.*

[88] Vanderkooy, J. (1989): „A model of loudspeaker driver impedance incorporating eddy currents in the pole structure“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 37(3) S. 119–128.

[89] Vanderkooy, J. (1998): „Nonlinearities in loudspeaker ports“ In: *104th Audio Engineering Society Convention, Amsterdam, Netherlands.*

[90] Westwick, D. und Kearney, R. (2001): „Separable least squares identification of nonlinear Hammerstein models: Application to stretch reflex dynamics“ In: *Annals of Biomedical Engineering,* 29(8) S. 707–718.

[91] Zóltogórski, B. (1993): „Moving Boundary Conditions and Non-linear Propagation as Sources of Non-linear Distortions in Loudspeakers“ In: *Journal of the Audio Engineering Society,* 41(9) S. 691–699.

Anhang

Diese Arbeit kommt mit einem digitalen Anhang, in dem Messdaten, Grafiken, MATLAB-Funktionen/-Skripte/-Objekte und Literatur, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet/erstellt wurden, hinterlegt sind. Im Folgenden sollen anhand der Ordnerstruktur die wesentlichen Inhalte aufgeführt werden.

/Literatur — enthält alle im Literaturverzeichnis aufgeführten Referenzen im Volltext, bis auf die mit * markierten (Autor (Jahr)_Titel der Publikation - Zusatzangabe.pdf)

/Simulation/

- ./Grafiken — enthält die Ordner ./Kap43 6, in denen die die MATLAB-Skripte zur Erstellung der in dieser Arbeit verwendeten Grafiken und die Grafiken selbst enthalten sind
- ./LSDaten — enthält die Messsignale und gemessenen Signale der Versuche mit den realen Lautsprechern. (notes.txt - enthält weitere Informationen zum Messaufbau und Geräten)
- ./MKDaten/
  - ./MKinvmod — enthält die Datensätze und Skripte für die Untersuchungen des Kompensationsfilters in Kap. 4.3
  - ./MKmod — enthält die in Kap. 4.3 gemessenen MK-Modelle des virtuellen ./virtLS und der realen Lautsprecher ./LS sowie die dafür benutzten MATLAB-Skripte
  - ./MKxdinv — enthält die berechneten Datensätze und Skripte zur Berechnung der Inversen MK
- ../
- ./tools — enthält alle verwendeten und erstellten MATLAB-Funktionen und Objekte, darunter auch:
  @MK: Implementierung der Mehrfachkaskade mit
  `filter(obj, x); mkinv(obj, x, delta);`
  `mk2vt(obj); mkls(obj,x, d);`
  @virtLS: Implementierung des virtuellen Lautsprechers mit
  `play(obj)`
  sowie weiteren Tools zur Auswertung der Messdaten
- ./virtLSDaten — enthält die Skripte und Datensätze mit den Messungen zur Validierung des virtLS-Modells, sowie die Sweeps und Anlernsignale für die MK-Modelle

Weiterhin ist die vorliegende Arbeit im Volltext als PDF enthalten.

MsA-JoergLichtenstein337717-Die_Mehrfachkaskade_als_Filter_zur_Kompensation_von_Nichtlinearitaeten bei_Lautsprechern.pdf

Alle Berechnungen wurden mit Mathworks MATLAB R2014b Student Version (8.3.0.532) 64-Bit(win64) unter Microsoft Windows 8.1 durchgeführt; CPU: Intel Core i5-K4670 RAM: 16 GB